

平成 26 年 5 月 30 日現在

機関番号：32619

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23740200

研究課題名(和文) ゲージ重力対応における空間的非一様性効果の基礎的研究

研究課題名(英文) A research on the spatially inhomogeneous effects of AdS/CFT duality

研究代表者

前田 健吾 (maeda, kengo)

芝浦工業大学・工学部・准教授

研究者番号：10390478

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,300,000円、(間接経費) 690,000円

研究成果の概要(和文)：AdS/CFT双対性は、今や強相関量子多体系物理を理解する上で欠かせない道具である。これまでの研究では、並進対称性や回転対称性など、非常に対称性の高い時空でのみ応用されてきたが、本研究では、通常の物性理論で存在する空間的非一様性や非等方性の効果を取り入れて、強相関量子多体系をAdS/CFT双対性を用いて調べた。まず、空間的非一様なブラックブレン解や空間的非等方なAdS時空を摂動・非摂動的に構築し、その時空の性質を調べた。また、プローブ近似の下で、格子構造があっても超伝導状態が維持されることが摂動の範囲内でわかった。さらに線形応答理論を超えて、電流の散逸過程を、剛性定理との関連から調べた。

研究成果の概要(英文)：The AdS/CFT duality is now an extremely useful tool to understand strongly coupled condensed matter physics. Over the past few years a considerable number of studies have been made on highly symmetric AdS geometries with translational or rotational symmetries. In this research, we investigate the strongly coupled condensed matter physics via AdS/CFT duality by taking into account the effects of inhomogeneous or anisotropic effects on the bulk geometries. I first constructed spatially inhomogeneous or anisotropic AdS black brane solutions and investigated the geometric properties. I also found that the lattice effect does not break the superconducting state within the perturbation under the probe limit. Furthermore, we investigated the dissipation of an electric current by umklapp scattering from the perspective of black hole rigidity theorem.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：AdS/CFT双対性 AdSブラックホール 強相関量子多体系物理

## 1. 研究開始当初の背景

AdS/CFT 双対性は、近年実験で作られたクォーク・グルーオンプラズマの物理のみならず、強相関量子多体物理にも幅広く応用されつつある。特に、簡単な複素スカラー場で構成された重力モデルを用いて、超伝導体の特徴の一つであるエネルギーギャップを導出し、しかもそのギャップの大きさが弱結合理論である BCS 理論よりも著しく大きな値になっていることが判明し、高温超伝導体などの理解に一定の成果を収めてきた。しかしながら、これまでの研究では、並進対称性や回転対称性など非常に高い対称性を持つ時空に限って応用されており、通常これらの高い対称性を持たない物性理論に適用するには、まだギャップがあった。

そこで、AdS/CFT 双対性を物性理論に適用する次のステップとして、対称性の低い AdS 時空を構成し、そのような時空上で、格子構造や空間的異方性の効果を取り入れ、それらの効果がどのように超伝導体などに影響を及ぼすのか調べる必要性が生じてきた。このような状況の下で、時空の対称性に焦点を絞り、以下に掲げる研究を遂行することになった。

また、AdS/CFT 双対性の研究に関する進展に伴い、当初の研究計画にはなかったが、上記の問題に関連して、強結合の場の理論の励起状態が、どのようにして熱化するのかという基礎的な問題にも取り組んだ。これは、近年実施されたクォーク・グルーオンプラズマの生成過程に関する実験結果にも絡む基礎的問題の一つである。

## 2. 研究の目的

上記の研究背景の下で、本研究の目的は大きく分けて以下の3つに分類される。

(1) 非一様・非対称な AdS ブラックホール時空の構築及びその性質の解明：これまでの AdS/CFT 双対性の物性理論への応用では、常伝導体の性質を調べる上で、対称性の高い RN-AdS ブラックホール解が使われてきた。まずこの高い対称性を破り、並進対称性のない漸近的 AdS ブラックホール時空や、回転対称性のない漸近的 AdS ブラックホール時空を摂動・非摂動的アプローチの両面から構築し、その時空の一般的な性質を調べることが最初の目的である。

また、格子構造を持つ非一様な漸近的 AdS ブラックホール時空において、格子振動などによるウムクラップ散乱によって、電流などのカレントがどのように散逸するのかを詳細に調べる。

(2) 超伝導体への格子構造及び非対称性の効果や自発的対称性の破れの研究：空間的に非一様な化学ポテンシャルの導入や、回転対称性をなくすことによって、並進対称性や回転対称性が破れた時空でも超伝導体特有の工

ネルギーギャップが見られるかどうか検証する。また、強相関量子多体系で良く見られる自発的対称性の破れが、どのように AdS/CFT 双対性を用いて起こるのか、リフシッツ時空と呼ばれる、RN-AdS 時空より対称性の低い時空で一般的に検証する。

(3) 強相関量子多体系における熱化のプロセスの解明：上記の(1)、(2)に関連する AdS/CFT 双対性の基礎的問題の一つとして、AdS 時空の熱化という問題がある。当初の研究計画では触れられていないが、AdS/CFT 双対性に関する研究の進展に伴い、どのようなプロセスで CFT 理論の熱化が起こるのか注目されるようになってきた。これはバルクの言葉に焼き直すすと、どのような初期条件から AdS ブラックホールが生成されるのかという問題に置き換わる。これまでの研究では、質量を持たないスカラー場で構成された重力理論において、どのような初期条件から出発しても、必ず AdS ブラックホールが形成されることが数値計算によってわかってきた。

本研究では、このような研究結果を一つの動機として、どのような条件で一般的にブラックホールが形成されるのか、大域的微分幾何学的手法を用いて解析した。

## 3. 研究の方法

研究目的の(1)に関しては、アインシュタイン方程式を、摂動・非摂動に解いて調べた。空間的に非一様な AdS 時空の構築では、摂動的にアインシュタイン方程式を解いて、格子構造を持つ AdS 時空を構築した。回転対称性を破る非等方な一様 AdS 時空は、アインシュタイン方程式を常微分方程式に落とすことができるので、数値計算を用いて非摂動的に構築した。一方、(2)に関してはプローブ近似という手法を用いて、重力の効果が無視できる極限で、半解析的に場の方程式を解くことで、超伝導体への格子効果や自発的対称性の破れを調べた。

(3)に関しては、ホーキング・ペンローズの特異点定理でよく使われる大域的微分幾何学的手法を取り入れ、一般的に熱化が起こる条件を調べた。

## 4. 研究成果

(1)-1 非一様・非対称性な AdS 時空の構築及びその性質の解明：空間的に一様な化学ポテンシャルを持つ RN-AdS 時空の摂動方程式を逐次近似的に解き、空間的に非一様な化学ポテンシャル、すなわち格子構造を持つ AdS 時空を世界で初めて構築し、その幾何学的性質を詳細に調べた。特に、空間的揺らぎの波長の十分に長い時空では、ゼロ温度の極限で p.p.特異点と呼ばれる弱い時空特異点がホライズン上に発生することがわかった。また、ディラトン場によって生じる空間的非等方な AdS ブラックホール時空を数値的に構築

し、ゼロ温度極限におけるエントロピーの性質を調べた。特に、非等方なブラックホール時空では、ゼロ温度でエントロピーがゼロになるという熱力学第3法則をある仮定の下で一般的に証明した。

この空間的非等方性を持つ AdS ブラックホール時空に、複素スカラー場を導入し、超伝導状態の性質をさらに詳しく調べた。その結果、非等方性が強くなればなるほど、より相転移温度が低くなることを突き止めた。この結果は、鉄系の超伝導状態で、実際に実験で確かめられており、非等方な超伝導体の重力モデルとして興味深い結果となった。

(1)-2 次に、上記の非一様な AdS 時空を用いて、格子構造が初期電流に与える散逸効果を詳細に調べた。これまでの線形応答理論の解析では、常伝導相でもゼロ温度極限では、ウムクラップ散乱による散乱が起こらず、直流抵抗がゼロになるという結果が報告されていた。ところが、我々の線形応答理論を超えた解析では、ゼロ温度でも初期電流は格子構造によって散逸し、電流が減衰することがわかった。これは、並進対称性のない方向に運動量を持つことが一般的にできないとするブラックホールの剛性定理と合致する結果となり、これまでの線形応答理論では見られなかった新たな結果である。

また、初期電流が格子によって散逸し、どの様に熱化が起こるのかを WKB 近似を用いて詳細に調べた。その結果、WKB 近似の範囲内で熱力学第一法則が成立していることを確かめ、電流による運動量が散逸で失われるにつれ、ブラックホールの温度が上昇していくことがわかった。

(2)-1 超伝導体のエネルギーギャップへの格子効果を半解析的に調べるため、プローブ近似の下で、AdS 時空上のゲージ場に人工的に空間座標に依存した質量を持たせ、そのギャップ構造を調べた。格子効果を取り入れた摂動方程式を二次まで半解析的に解き、エネルギーギャップが格子の摂動に対して安定に存在することを世界で初めて示した。この研究をきっかけとして、様々な数値計算による研究が活発になされ、エネルギーギャップの安定性が重力の効果を入れても確認された。

(2)-2 並進対称性などの対称性の自発的破れは、強相関量子多体系を理解する上で重要なプロセスの一つとなっている。本研究では、並進対称性の自発的破れの機構を、リフシツ時空で解明した。リフシツ時空は、対称性の高い RN-AdS 時空と異なり、ホライズン近傍で時間方向と空間方向のスケーリングに非等方性を持つ時空である。この時空は、低エネルギー極限で、通常の物性理論と同じような対称性を持つため、広いクラスの強相関量子多体系物理を記述することができる

と期待されている。本研究では、プローブ近似を用いて並進対称性が破れる不安定性が生じるかどうか、様々なリフシツ時空で検証し、リフシツ時空のパラメーターによっては、対称性の高い RN-AdS 時空よりも、より不安定性が増すことがわかった。この研究を契機に、その後様々な自発的対称性の破れの機構を探る研究が活発に行われた。

(3) 強相関量子多体系における熱化のプロセスの解明: 球対称な大域的 AdS 時空に着目し、どのような条件の下で摂動された大域的 AdS 時空が熱化して、有限温度の AdS ブラックホール時空になるのか調べた。なるべく解析的に非摂動的な手法で調べるため、AdS 時空内の物質場を圧力のないダストに制限し、どのような条件で閉じた捕捉面が作られるのか調べた。その結果、時間的測地線の束が、時間に関して平均的に収縮していれば、必ず作られることを証明した。

この結果は、ホーキング・ペンローズの特異点定理の証明で使われている大域的微分幾何学を用いて、AdS 時空のどこかに必ず特異点が発生することを意味している。従って、特異点が外側の観測者には見えないとするペンローズの宇宙検閲仮説が正しければ、必ず AdS 時空は熱化して、ブラックホールに変換されることを示したことになる。この研究結果は、後の様々な数値計算を用いた研究につながり、AdS 時空の熱化プロセスを解明する上で、一つの先駆けとなる研究となった。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 7 件)

Jun-ichirou Koga, Kengo Maeda, Kentaro Tomoda, A holographic superconductor model in a spatially anisotropic background, *Physical Review D*, 査読有、89, 2014, 104024-1-9

Akihiro Ishibashi, Kengo Maeda, Thermalization of boosted charged AdS black holes by an ionic lattice, *Physical Review D*, 査読有、88, 2013, 066009-1-12

Norihiro Iizuka, Kengo Maeda, Stripe instabilities of geometries with hyperscaling violation, *Physical Review D*, 査読有、87, 2013, 126006-1-16

Akihiro Ishibashi, Kengo Maeda, Singularities in asymptotic anti-de Sitter spacetimes, *Physical Review D*, 査読有、86, 2012, 104012-1-13

Norihiro Iizuka, Kengo Maeda, Towards the lattice effects on the holographic superconductor, Journal of high energy physics, 査読有, 1211, 2012, 1-22, DOI:10.1007/JHEP11(2012)117

Norihiro Iizuka, Kengo Maeda, Study of anisotropic black branes in asymptotically anti-de Sitter, Journal of high energy physics, 査読有, 1207, 2012, 1-29, DOI:10.1007/JHEP07(2012)129

Kengo Maeda, Takashi Okamura, Inhomogeneous charged black hole solutions in asymptotically anti-de Sitter spacetime, Physical Review D, 査読有, 85, 2012, 066003-1-11

〔学会発表〕(計 4 件)

前田健吾、「角運動量を持つ AdS ブラックホール解の摂動と DC-Conductivity」場の理論と弦理論研究会、2013 年 8 月 22 日、京都大学

前田健吾、「AdS 時空における非等方ブラックホールについて」日本物理学会、2012 年 3 月 27 日、関西学院大学

前田健吾、「Singularities in asymptotically anti-de Sitter spacetimes」, 第 14 回北東数学解析研究会(招待講演)、2012 年 2 月 19 日、東北大学

前田健吾、「Spatially Modulated Black Holes in AdS/CFT」, 日本物理学会、2011 年 9 月 18 日、弘前大学

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

前田 健吾 (Kengo Maeda)  
芝浦工業大学工学部・准教授  
研究者番号：10390478