

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 13 日現在

機関番号：17501

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23760142

研究課題名(和文)ラグランジュ形式による非球形気泡群の運動を記述する力学モデルの構築

研究課題名(英文)Dynamical Equations of Aspherical Bubbles Based on Lagrangian Formalism

研究代表者

栗原 央流(kurihara, eru)

大分大学・工学部・准教授

研究者番号：90344481

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,300,000円、(間接経費) 690,000円

研究成果の概要(和文)：球面調和関数による非球形気泡界面の展開とラグランジュ力学に基づく定式化によって、気泡間相互作用を考慮した非球形気泡群の3次元空間における運動を記述する力学方程式の導出ならびに得られた方程式系による気泡運動の数値解析を行った。

これにより、相互作用するキャビテーション気泡のふるまいを理論的に解析することが可能となった。また、この力学方程式を用いたシミュレーションにより、気泡崩壊にともなう高速噴流の形成をはじめとする非球形気泡群の力学的な挙動の定性的な評価が可能となった。

研究成果の概要(英文)：The dynamical equations for interacting non-spherical bubbles are derived theoretically in the framework of Lagrangian formalism with multipole expansion of the bubble boundaries. The bubble boundaries are expanded with spherical harmonics so that deformation and translation of the bubbles can be treated. In order to compose the Lagrangian of the system, corresponding amplitudes of the spherical harmonics are chosen as the generalized coordinate. The derived equations show the observed behaviour such as bubble deformation and onset of jetting. The study mainly takes account of the order of the spherical harmonics up to 3rd mode (octupole mode) because octupole mode is the lowest mode oscillation contributing asymmetrical deformation of the bubble and this has the most significant effect on the behaviour of the bubbles.

研究分野：工学

科研費の分科・細目：機械工学・流体工学

キーワード：気泡 混相流 ラグランジュ力学

1. 研究開始当初の背景

今日の医療分野において、超音波を利用した結石破碎は一般的な技術と言ってよいほど広く普及している。その一方で結石破碎に伴うキャピテーション気泡の崩壊による人体組織の損傷が問題となっている。また、最近では High-Intensity Focused Ultrasound (HIFU) と呼ばれる収束超音波による腫瘍の非切開治療法が米国を中心として盛んに研究されている。HIFU は超音波を収束させることでその焦点近傍の温度を著しく上昇させ、それによりがん組織のみを局所的に破壊する。HIFU は従来の外科的治療や薬物・放射線による治療と比較して、患者の負担が小さく、繰り返し治療が行えるなどの利点がある。しかし、過去の研究により、焦点の後方に強いキャピテーションが発生することが知られており、これによる組織の損傷と患者が受ける苦痛が問題となっている。HIFU や超音波による結石の破碎において気泡から放出される高速の噴流が組織の破壊に本質的な役割を果たすこと、噴流は気泡同士あるいは気泡と壁面との相互作用による変形によって引き起こされることなどが最近のハイスピードカメラを利用した観察によって示されている。

これらの装置や技術の開発・設計で重要なことは、気泡を単なる球体として扱うのではなく、振動・変形・崩壊といった動的な性質を考慮すること、単一の気泡の運動ではなくお互いに相互作用する気泡群として取り扱うことが気泡運動の予測に対して本質的な役割を果たすという点にある。人体における気泡崩壊の問題では、血管壁や組織壁との相互作用を考慮することが特に重要となる。このような気泡の運動の解析には数値シミュレーションが利用されるが、流体力学の基礎方程式系の直接シミュレーションによって数千～数万個の気泡からなる系の運動を解くことは事実上不可能である。そのため気泡の非線形相互作用と変形を高精度に記述することが可能なモデル方程式の導出が強く望まれている。

2. 研究の目的

本研究の目的は、ラグランジュ形式による一般性の高い表現を用いることで気泡群の力学方程式系に対する数式処理システムの高度な利用を可能とし、非線形相互作用を考慮した複数のキャピテーション気泡の運動を記述する力学方程式を導出すること、ならびにその力学方程式の導出と気泡運動の解析を自動化するツールを開発することである。

本研究により得られた方程式ならびに計算コードは、超音波による治療や画像診断のみではなく、キャピテーション気泡の崩壊にかかわる多くの現象(たとえば、キャピテーションによるスクリー表面のエロージョンなど)にも広く応用可能であり、医療以外

にも多くの産業に対して貢献することが期待される。とくに数式処理システムによる支配方程式の導出過程と数値計算コード生成の自動化は、気泡クラスタの特性の解析を容易にし、様々な技術開発を加速させることが期待される。

3. 研究の方法

本研究では、

(1) 従来の方法では扱えないような大規模な気泡群の解析を可能とすること、

(2) 平均化されたモデル方程式による計算に比較して高精度な解析を行うこと、を目的とした気泡クラスタの解析手法を開発する。ラグランジュ方程式によって記述される力学系は方程式の表現の一般性が高く、Mathematica に代表される代数的な数式処理システムの利用に適している。本研究では、初年度に数式処理システムを用いた気泡群の運動を支配する力学方程式系の導出とその過程を自動化するシステムの構築を行う。次年度以降は、導出された方程式から数値シミュレーションコードを生成し、多数の気泡からなる気泡クラスタの運動の解析を行い、相互作用する気泡群の運動とその崩壊に伴う高速噴流形成のメカニズムを解明する。

ここでは解析力学(ラグランジュ力学)に基づいた定式化により、キャピテーション気泡の運動を記述する方程式の導出を行う。非圧縮性流体の運動に対して気泡の周囲の液体が無限遠方で静止していると仮定すると、このとき、力学系の持つ全運動エネルギーは気泡表面における速度ポテンシャルの積分によって与えられる。また、本研究で得られるモデル方程式はラグランジュ関数から導かれるため、自動的にエネルギー保存則を満足する。この特徴は、後に実施する数値シミュレーションにおいて計算の安定性と高速化に関して有利に働く。本研究では気泡の変形を考慮するために、速度ポテンシャルを球面調和関数によって展開する。この多重極展開において単極は気泡の球対称な振動を、2重極は気泡の並進運動を担っている。さらに高次の極は表面の変形に寄与する。球面調和関数の対称性を考慮すると、気泡の崩壊にともなう噴流の形成を表現するためには少なくとも8重極までの展開が必要となる。上述の速度ポテンシャルに関する積分において気泡間の非線形相互作用を考慮するために、Hobsonz によるルジャンドル関数の展開公式を用いて、気泡 i 周辺における別の気泡 j による影響を評価する。粘性による散逸は、ラグランジュ方程式に散逸関数を導入することで考慮することができる。

これまでの過程は純粋に数学的な操作によって達成されるが、実際の計算では最低次の非線形相互作用を考慮する場合でも、単極、2重極、4重極、8重極に対する方程式について数十項の非線形項からなるポテンシャル式の積分を求める必要がある。より高次の

非線形項まで考慮した場合，数百もの非線形項を処理することとなる．手計算でこれらの積分を求めることは非常に困難であるため，本助成により導入する数式処理ソフトウェアを利用して一連の数学的な操作を自動化する．計算ミスを避けるという点からもこのような数式処理ソフトウェアの利用は有効である．

4．研究成果

本研究では，解析力学の手法を用いて気泡間相互作用を考慮した気泡の振動・変形・並進運動を記述する力学方程式を導出し，それを数値的に解くことによりキャビテーション気泡の詳細なふるまいの解析を行った．本研究により得られた結果は以下のとおりである．

- (1) 球面調和関数による非球形気泡の展開とラグランジュ力学に基づく定式化によって，非線形相互作用を考慮した気泡の3次元的なふるまいを記述する力学方程式が得られた．ここでは従来の2気泡に対する軸対称問題を一般的な3次元問題へと拡張した．2次元軸対称問題では気泡境界をルジャンドル関数により展開したが，3次元問題では球面調和関数による展開が必要となる．
- (2) 得られた方程式系は，気泡の体積振動や並進運動・変形・高速噴流の形成といったキャビテーション気泡の崩壊にともなう特徴的な現象を記述可能である．
- (3) 本方程式系は，気泡をラグランジュ的に扱っているため，コンピュータによる数値解析において要求するリソースが境界要素法等に代表される解法と比較して極めて少ないという特徴がある．例えば，3つの気泡からなる系を最低次($n=3$)までの球面調和関数で展開したとすると，全部で48本の2階の非線形常微分方程式を解く必要がある．それぞれの微分方程式は数百項からなる相互作用を表す項を含んでいるため純粋な数学的解析を行うことは現実的ではない．一方で，このような比較的規模の大きな方程式系であっても現在の一般的な性能のコンピュータを用いた計算でCPU時間にして1秒未満の計算時間で結果が得られる．

以上の結果から，数十個程度の規模の気泡群の解析であれば本研究の手法を用いて個々の気泡のふるまいを評価することが実用的な計算規模で十分に可能であると考えられる．また，気泡間距離について適当なカットオフを導入することでさらに大規模な気泡群の力学挙動解析も可能となること

が示唆される．

5．主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 2 件)

- (1) E. Kurihara: Numerical simulation of nonlinear resonant oscillations in an elliptical cylinder, Proc. ISNA 19, 151-154 (2012)
- (2) E. Kurihara, T. A. Hay, Yu. A. Ilinskii, E. A. Zabolotskaya, M. F. Hamilton: Model for the dynamics of two interacting axisymmetric spherical bubbles undergoing small shape oscillations, J. Acoust. Soc. Am., 130, 3357-3369(2011)

〔学会発表〕(計 3 件)

- (1) 栗原央流: 相互作用を考慮した非球形気泡群の非線形振動解析, 京都大学数理解析研究所講究録, 1800, 161-170(2011)
- (2) 栗原央流: 数理的な手法による非球形気泡群の力学挙動解析, 第12回九州地区流体工学研究会(2011)
- (3) E. Kurihara: Three-dimensional dynamical equations of interacting bubbles, J. Acoust. Soc. Am., 130, 2503 (2011)

〔図書〕(計 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕
ホームページ等

6．研究組織 (1)研究代表者

栗原央流 (KURIHARA ERU)
大分大学・工学部・准教授
研究者番号：90344481

(2)研究分担者
()

研究者番号：

(3)連携研究者
()

研究者番号：