

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 13 日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23760259

研究課題名(和文)高性能電磁界数値解析のための新たな高速線形反復解法の開発

研究課題名(英文) Development of new linear iterative solver for high-performance electromagnetic analysis

研究代表者

美船 健(Mifune, Takeshi)

京都大学・工学(系)研究科(研究院)・助教

研究者番号：20362460

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円、(間接経費) 990,000円

研究成果の概要(和文)：電気電子機器の開発・設計に用いられる電磁界解析の高性能化を目的として、従来にない新たな高速線形反復解法の開発に取り組んだ。

(1) 電磁界ベクトルの3成分およびスカラーポテンシャル1成分を分離して扱う対角ブロック前処理を提案し、静磁界、準定常および高周波解析におけるその高い有効性を確認した。さらに、非適合要素を使用する解析でも、同手法が有効であることを確かめた。

(2) 疑似導体を含むT-解析について、疑似導体の導入により引き起こされる計算効率の悪化を解消する反復解法を開発した。導体部分に流れる環状電流成分を表現する補助行列を用いる陰的誤差修正法を用い、反復解法の収束性が改善されることを示した。

研究成果の概要(英文)：We developed novel fast linear iterative solvers for establishment of high performance electromagnetic analysis, which is widely utilized in the development and design of various electrical and electronic equipment.

(1) We proposed the block diagonal preconditioning technique that deals with the three components of the electromagnetic field vectors and scalar potential separately. High efficiency of the proposed technique was verified in magnetostatic, eddy-current, and full-wave analyses. Moreover, the technique was successfully applied to a finite element analysis involving non-confirming elements.

(2) We newly developed an iterative solver, as a remedy for the highly ill-conditioned matrix arising from the T-omega analysis including fake conductors. The convergence property of iteration can be improved by the implicit error correction method, which uses an auxiliary matrix representing the loop currents flowing around the conductor.

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・電力工学・電力変換・電気機器

キーワード：電気機器 計算電磁気学 有限要素法

### 1. 研究開始当初の背景

電気機器設計の実用では、開発コストの削減と開発サイクルの短縮を目指して、計算機による電磁界シミュレーションを活用することが不可欠となっている。この原因には、近年の計算機及び計算手法の発展によって、安価なパソコン上でも従来不可能であった規模のシミュレーションを行えるようになってきたことが挙げられる。しかしながら、複雑かつ微細な構造を持つモデルの解析など、十分な精度を得るために極めて大規模な計算を要する問題は実用上多く存在し、電磁界シミュレーションのさらなる高性能化が求められている。

電磁界シミュレーションにおいて最も広く用いられている計算手法の一つに、有限要素法がある。有限要素法を用いて電磁界方程式を離散化すると、大規模な線形連立方程式が導出され、シミュレーションの計算コストの大部分がその方程式の反復求解部分で占められる。したがって、線形連立方程式に対する高速反復解法（高速線形反復解法）は、高性能電磁界シミュレーションのためのキーとなる計算技術である。

本課題の研究代表者は課題申請時まで、電磁界シミュレーションのための高速線形反復解法に関して、電磁界方程式の性質に起因する特異性を効率的に扱う新手法（折畳み前処理）の開発、スケーラビリティを向上させるためのマルチグリッド法の応用などに取り組んできた。

### 2. 研究の目的

本課題の目的は、各種電気機器の開発・設計に用いられる電磁界シミュレーションの高性能化を目的として、有用性の高い新たな高速線形反復解法を開発することである。具体的な研究テーマとしては、以下が挙げられる。

#### (1) 辺要素に基づく有限要素法のための代数マルチグリッド法の開発

マルチグリッド法は幾何マルチグリッド法と代数マルチグリッド法の2つに分類されるが、研究代表者は特に代数マルチグリッド法の電磁界計算への応用について取り組んできた。しかしながら電磁界の有限要素解析では、辺要素と呼ばれる特殊な関数に基づいて定式化が行われることに起因して、代数マルチグリッド法の応用に関して本質的な困難性が存在する。このため、代数マルチグリッド法の電磁界計算への応用についての従来の試みは、部分的な成功にとどまっているともいえる。本課題ではこの困難性の解消に取り組み、辺要素に基づく電磁界有限要素解析のための新たな代数マルチグリッド法を開発した。

#### (2) 疑似導体を含む $T-\Omega$ 有限要素解析の反復収束改善手法の提案

$T-\Omega$ 法による穴あき導体を含む渦電流解析について、疑似導体を導入することによって引き起こされる係数行列の悪条件化を回避する、新たな反復解法を開発を行った。

### 3. 研究の方法

(1-1) 静磁界計算において電磁界のベクトルの3成分を分離して扱う新しい前処理手法（ブロック対角前処理）を考案した（発表①）。ブロック対角前処理においては、直方体メッシュを使用するボクセル有限要素解析において、 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 軸それぞれに平行な辺に関する自由度を集約するグルーピングを行い、このグルーピングに基づく順序付けを行った際の係数行列の非対角ブロック部分を無視した行列を、前処理の際に使用する。開発した手法はその適用対象がボクセルメッシュに限定されてはいるが、既存のシミュレーションプログラムへの導入が非常に容易であるという長所を有する。さらに、本前処理手法で現れる行列が代数マルチグリッド法の応用に適した性質を持つことを明らかにし、実用規模の数値解析によって代数マルチグリッド法を使用した効率的な求解が可能になることを確かめた。

(1-2) 静磁界計算において電磁界ベクトルの3成分を分離して扱ったのに対して、加えてスカラ関数1成分を考慮することによって、渦電流計算および高周波計算に適用可能なブロック対角前処理手法を開発した（発表②、③）。具体的には、前項のブロック対角前処理法で用いたグルーピングにおいて、電気スカラポテンシャルに由来する自由度に関するグループを追加することで、拡張されたブロック対角前処理が構築される。

(1-3) 上記で開発したブロック対角前処理手法は、ボクセル有限要素解析に対して有効である。ボクセル有限要素解析には、メッシュ分割に関する柔軟性の欠如から、解析対象の複雑化に伴って爆発的に計算が大規模化される問題が存在する。この問題を効率的に解決する手法として、サイズの異なるメッシュを混在させる非適合ボクセル有限要素法が知られている。本課題では、ブロック対角前処理手法の非適合ボクセル有限要素法への応用を行った（発表⑧）。

(2) 折畳み前処理の新しい応用例として、疑似導体を含む $T-\Omega$ 有限要素解析に着目し、陰的誤差修正法により反復収束性を改善する方法の提案・開発を行った（発表④、⑤）。本提案手法では、陰的誤差修正法における補助行列として、導体部分に流れる環状電流成分を表現する行列を導入する。この補助行列は、疑似導体を導入した $T-\Omega$ 有限要素解析における反復求解の収束を妨げるベクトル成分を効率的に表現しており、本手法により係数行列の条件数及び反復解法の収束性を

改善することが可能となる。

(3) 開始当初の予定には含まれなかった発展的な研究テーマとして、有限要素解析における不整合メッシュを効率的に扱う計算手法を開発し（発表⑥, ⑦）、これを使用した場合の線形反復解法の収束特性についての検討を行った。

#### 4. 研究成果

##### (1-1)

ボクセル辺要素有限要素法による静磁界解析の例題について、ブロック対角前処理が有効であることを固有値解析により示し、さらに反復収束性が改善されることも確かめた。加えて、代数マルチグリッド法とブロック対角前処理法を併用した反復解法を用いることで、従来の解法と比較して著しい高速化が達成されることを確認した。特に大規模な問題においては従来の解法と比較して13倍以上の求解性能が得られた（発表①）。

##### (1-2)

ベクトル3成分に加えてスカラ1成分を個別に考慮するよう拡張したブロック対角前処理と、代数マルチグリッド法とを併用する手法を用いて、渦電流解析、高周波解析の例題において大幅な高速化を行うことが可能となった。固有値解析による条件数改善効果を確認したほか、大規模な例題においては、従来解法との比較で、渦電流解析において5倍以上、高周波解析において3.4倍以上の高速化がなされることを確かめた（発表②, ③）。

##### (1-3)

非適合ボクセル有限要素解析による静磁界解析についても、本課題で開発したブロック対角前処理を用いることで、従来の解法と比べて反復収束性を改善できることを確認した（発表⑧）。その後さらに、アルゴリズムの修正・改良により、静磁界解析の例題において従来解法との比較で9倍以上の高速化がなされることを確認した。また、非適合ボクセル有限要素法による渦電流問題においても、ブロック対角前処理の拡張により、例題において従来解法の8倍以上の性能が得られることを確認した。実用的な電磁界解析にボクセル有限要素法を適用する上で、非適合接続の導入は極めて有効であるため、非適合接続を含む解析でもブロック対角前処理の有効性が確かめられたことは重要である。

##### (2)

疑似導体を含む $T-\Omega$ 有限要素解析の例題において、陰的誤差修正法を応用した新規的な前処理手法を用いることで、係数行列の条件数を著しく改善し、反復解法の収束に必要な反復回数をおよそ半減することができることを示した（発表④⑤）。疑似導体の導入は、 $T-\Omega$ 有限要素解析において多連結形

状の導体を扱うための簡便な方法として広く使用されているため、本手法により反復収束性の悪化が回避可能となったことの意義は大きいと考えられる...

##### (3)

研究開始当初の予定に含まれなかった発展的なテーマであるが、不整合メッシュを含む有限要素解析を高精度化する計算手法の開発を行い（発表⑥⑦）、同手法を用いた際の反復解法の性能に与える影響について検討を行った。現在のところ同手法を使用した際に反復解法の収束特性が大きく変化する例は観察されていないが、行列の対称性が崩されることによる計算効率の悪化の解消等について、引き続き研究を進めていく予定である。

#### 5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

[学会発表] (計 8件)

- ① 美船健, 難波亮介, 岩下武史, 松尾哲司, “A法による辺要素磁界解析への代数マルチグリッド法の応用に関する一検討,” 電気学会静止器・回転機合同研究会, Aug. 2011 (新潟).
- ② R. Namba, T. Mifune, T. Iwashita, T. Matsuo, “A Use of Classical Algebraic Multigrid Method in Finite Edge-Element Analysis,” The 20th MAGDA Conference in Pacific Asia (MAGDA2011), Nov. 2011 (台北).
- ③ T. Mifune, R. Namba, T. Iwashita, T. Matsuo, “A Block Diagonal Preconditioning Technique for Finite Edge-Element Formulation Using a Voxel Mesh,” 15th International Conference on Electromagnetic Field, Nov. 2012 (大分).
- ④ T. Mifune, S. Kamihata, T. Iwashita, T. Matsuo, “An Implicit Error Correction Method for the  $T-\Omega$  Formulation Including Fake Conductors,” 15th International Conference on Electromagnetic Field, Nov. 2012 (大分).
- ⑤ 美船健, 上畠哲志, 岩下武史, 松尾哲司, “穴あき導体を含む $T-\Omega$ 有限要素解析における反復収束性の改善,” 電気学会静止器・回転機合同研究会, Sep. 2012 (函館).
- ⑥ T. Mifune, “A new homogenization technique for unfitted finite element electrostatic analysis,” Progress in Electromagnetics Research Symposium Abstracts, Aug. 2013 (ストックホルム).
- ⑦ 美船健, “不整合メッシュを用いた有限

要素解析のための均質化法に関する検討,”電気学会静止器・回転機合同研究会, Sep. 2013 (秋田).

- ⑧ 清水康平, 美船 健, 岩下武史, 松尾哲司, “幾何的ブロック対角前処理の非適合ボクセル有限要素解析への適用,”電気学会静止器・回転機合同研究会, Sep. 2013 (秋田).

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

美船 健 (MIFUNE TAKESHI)  
京都大学・大学院工学研究科・助教

研究者番号：20362460

### (2) 研究分担者

該当なし

### (3) 連携研究者

該当なし