

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年4月30日現在

機関番号：32670

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2011～2012

課題番号：23840040

研究課題名（和文）カンドル理論と曲面絡み目不変量

研究課題名（英文）Quandle theory and surface-link invariants

## 研究代表者

大城 佳奈子 (OSHIRO KANAKO)

日本女子大学・理学部・助教

研究者番号：90609091

研究成果の概要（和文）：カンドル理論と曲面絡み目に関する研究を行った。本研究により得られた結果は以下の通り：(1) 曲面絡み目の Minimum number of colors について、ある評価式を与えた。(2) G-family of quandles と呼ばれる、カンドルの一般化を定義し、ハンドル体絡み目の不変量を構成した。(3) Linear Alexander quandle での colorability に関する研究を行った。(4) Rack 彩色数が2次元結び目の不変量であることを示した。

研究成果の概要（英文）：In this research, we gave the following results: (1) We gave an evaluation for the minimum number of colors for surface-knots. (2) We defined a G-family of quandles, and constructed an invariant for handlebody-knots. (3) We researched about the colorability with linear Alexander quandles. (4) We showed that rack colorings are invariant for 2-knots.

## 交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2011年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2012年度	1,200,000	360,000	1,560,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,500,000	750,000	3,250,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：幾何学

キーワード：結び目，曲面結び目，カンドル，G-family of quandles

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 古典絡み目において、これまで様々な強力かつ有効な不変量が開発されてきたが、曲面絡み目においては完全に近い強力な不変量の構成は十分に行われていない。

(2) カンドルコサイクル不変量の一般化として捉えることが可能な対称カンドルコサイクル不変量に関して、その性質に関する

研究が十分ではないため、扱いにくい。

(3) 曲面絡み目の具体的構成例が少ない。曲面絡み目の構成の手法を十分に存在するとは言えない。

## 2. 研究の目的

カンドルコサイクル不変量や対称カンドルコサイクル不変量について詳しく研究し、

それらを使って曲面絡み目の様々な性質を明らかにする。また、カンドルコサイクル不変量の研究を糧に曲面絡み目に対する強力な不変量構成を試みる。古典絡み目の不変量である量子不変量やコバノフホモロジー群に相当する曲面絡み目不変量の導入についても考える。また、対称カンドルコサイクル不変量はカンドルコサイクル不変量の一般化として捉えられているが、その性質や、コサイクルに関する研究がまだまだ十分ではないため、使いやすいものではない。その難点を解決し、これからの曲面絡み目の研究発展に繋がるようにしたい。

### 3. 研究の方法

(1) カンドルと対称カンドルの研究を行う。また、対称カンドルのホモロジー群の計算結果をリストとして纏める。

(2) カンドルを使った曲面絡み目への応用を考える。これまでに知られている様々な応用例についても詳しく研究する。曲面絡み目の構成についても考える。

(3) 曲面絡み目の新しい不変量構成を試みる。古典絡み目不変量の曲面絡み目への導入方法について詳しく解析するところから始める。

### 4. 研究成果

カンドルや曲面絡み目についての幾つかの研究成果を得た。行った研究は以下の通りである。

- (1) 曲面絡み目の Minimum number of colors について、カンドルコサイクル不変量を使って、下からのある評価式を与えた。また、その不変量によって区別出来る例を構成した。Fox 7-彩色に関して、Minimum number of colors は曲面結び目の不変量として機能していることを意味している。(佐藤進氏との研究)
- (2) G-family of quandles と呼ばれる、カンドルの一般化を定義し、ハンドル体絡み目の不変量を構成した。また、その不変量によって幾つかのハンドル体絡み目のある性質を明らかにした。(石井氏, 岩切氏, ジャン氏との研究)
- (3) Linear Alexander quandle での colorability に関する研究を行った。Alexander 多項式が1でない、全ての絡み目はある linear Alexander quandle により非自明に彩色されるということが分かった。また、twist knot が非自

明にカンドル彩色されるためのカンドルの位数の必要十分条件を書き下した。(林忠一郎氏, 林美和氏との研究)

- (4) Roseman 変形の独立性に関する研究を行った。特に全ての曲面絡み目は互いに移り合うために三重点を必要とする2つの射影図を持つということを証明した。三重点を必要とするそれぞれの Roseman 変形の必要性についても考察した。(河村氏, 田中氏との研究)
- (5) Rack 彩色数についての研究を行った。二次元結び目の Rack 彩色数是不変量であるということを示した。また、それらは quandle 彩色によって区別されることを示した。(田中心氏との研究)
- (6) n-twist-spun trefoil に非自明なカンドル彩色を与えるカンドルについて研究した。特殊線形群  $SL(2, \mathbb{Z}_2)$  のある元での共役類は n-twist-spun trefoil に非自明な彩色を与えることが分かった。また、幾つかの n-twist-spun trefoil は colorability で区別されることが分かった。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

- ① Chuichiro Hayashi, Miwa Hayashi, Kanako Oshiro, On linear n-colorings for knots, Journal of Knot Theory and its Ramifications 21 (2012), 1250123, 13 pp. 査読有
- ② Yeonhee Jang and Kanako Oshiro, Symmetric quandle colorings for spatial graphs and handlebody-links, Journal of Knot Theory and its Ramifications 21 (2012), 1250050, 16 pp. 査読有
- ③ Kanako Oshiro, On pallets for Fox-colorings of spatial graphs, Topology and its Applications 159 (2012), 1092--1105. 査読有

〔学会発表〕(計 14 件)

- ① Kanako Oshiro, 『Pallets and coloring invariants for spatial graphs』, Intelligence of Low-dimensional Topology, 京都大学, 2011 年 5 月.
- ② Kanako Oshiro, 『Pallets of quandles』, トポロジーセミナー, 東京工業大学, 2011 年 6 月.
- ③ Kanako Oshiro, 『Minimal number of colors and quandle cocycle invariants of surface-knots』, トポロジーセミナー, 東京女子大学, 2011 年 6 月.
- ④ Kanako Oshiro, 『Pallets of quandles and coloring invariants of spatial graphs』, 第 58 回トポロジーシンポジウム, 筑波大学, 2011 年 8 月.
- ⑤ Kanako Oshiro, 『Minimal number of colors for surface-knots and quandle cocycle invariants』, 琉球結び目セミナー, 那覇市伝統工芸会議場, 2011 年 9 月.
- ⑥ Kanako Oshiro, 『カンドルと結び目不変量』, 理学セミナー, 日本女子大学, 2011 年 11 月.
- ⑦ Kanako Oshiro, 『Minimal numbers of colors for surface-knots and quandle cocycle invariants』, 研究集会「4 次元のトポロジー」, 広島大学, 2011 年 11 月.
- ⑧ Kanako Oshiro, 『Minimal numbers of colors and quandle cocycle invariants for surface-knots』, Claremont Topology Semina, Pomona College, 2011 年 12 月.

⑨ Kanako Oshiro, 『パレットを使った空間グラフ不変量と Hurwitz action について』, 研究集会「Hurwitz action」, 2012 年 1 月.

⑩ Kanako Oshiro, 『On linear colorings for knots』, 広島大学トポロジー・幾何セミナー, 広島大学, 2012 年 5 月.

⑪ Kanako Oshiro, 『A G-family of quandles and handlebody-link invariants』, 6th European Congress of Mathematics, Krakow (Poland), 2012 年 7 月.

⑫ Kanako Oshiro, 『n-twist-spun trefoil のカンドル彩色について』, 2012 琉球結び目セミナー, 那覇市伝統工芸会議場, 2012 年 9 月.

⑬ Kanako Oshiro, 『2 次元結び目のラック彩色数について』, トポロジーセミナー, 東京女子大学, 2012 年 11 月.

⑭ Kanako Oshiro, 『On rack colorings for surface-knot diagrams without branch points』, The 9th East Asian School of Knots and Related Topics, 東京大学, 2013 年 1 月.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

○出願状況 (計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
国内外の別:

○取得状況 (計 0 件)

名称:  
発明者:

権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

<http://pweb.sophia.ac.jp/oshirok/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

大城 佳奈子 (KANAKO OSHIRO )  
日本女子大学・理学部・助教  
研究者番号：90609091

### (2) 研究分担者

( )  
研究者番号：

### (3) 連携研究者

( )  
研究者番号：