

特異点論と幾何的トポロジーが織りなす数学イノベーション

	研究代表者	九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・教授 佐伯 修（さえき おさむ）	研究者番号:30201510
	研究課題情報	課題番号：23H05437 キーワード：写像の特異点論、幾何的トポロジー、多様体、幾何構造、次世代カストロフ理論	研究期間：2023年度～2027年度

なぜこの研究を行おうと思ったのか（研究の背景・目的）

●研究の全体像

具体的構成に基づく我々の大域的特異点論（図形や空間について、その観測データが特殊な振る舞いをする場所、いわゆる特異点に着目して、その全体的な本質をとらえようとする理論）の研究が、世界的に脚光を浴び始めている。そこで本研究では、構成的な幾何的トポロジーのアイデアを特異点論と融合させ、写像の特異点論を飛躍的に発展させ、そして逆に、特異点論の手法を幾何的トポロジーにフィードバックし、数学において極めて重要な研究対象である多様体に関する重要な未解決問題を解決してゆく。

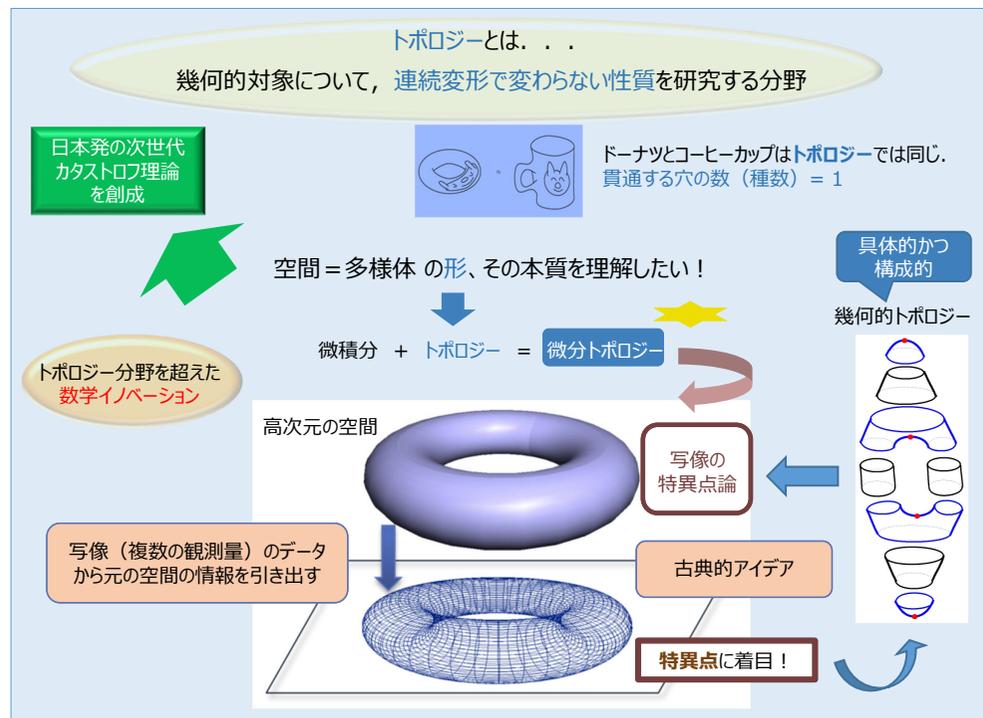


図1 研究の全体像のイメージ図

●研究の目的

近年、幾何的な構造を本質的に取り入れることで、低次元の幾何的トポロジーにおいて重要で斬新な結果が多数得られている。本研究では、そうした強力な幾何的アイデアや、低次元トポロジー固有の豊かな理論を写像の特異点論に持ち込むことで、既存の概念・定式化・手法を革新し、特に大域的特異点論の飛躍的発展を図る。さらに、逆に幾何的トポロジーに写像の特異点論から新しい道を切り開き、重要な諸問題の解決を図る。そしてそうした革新的研究を通してトポロジー分野を超えた新研究領域「次世代カストロフ理論」を創成し、人工知能などの異分野への革新的応用を通して、学問分野としてのトポロジーに新たな展開をもたらすことも大きな目的とする。こうして数学イノベーションを通して社会に大きく貢献する。

●研究方法

研究代表者の佐伯が創始して確立した特異ファイバー論（同じデータ値を持つ場所の形を研究する理論）や、最近注目されている特異幾何構造（きれいなデータの並びを崩すことも許すような構造）、さらに写像類群とモノロミー（データのねじれを調べる際に有用な手法）を駆使してゆく。ブレイド群や写像類群を可視化する「チャート」という概念を用いて、これまであまり幾何的に理解されていなかった、図形に代数的な量などを対応させる理論を統一的に扱う。

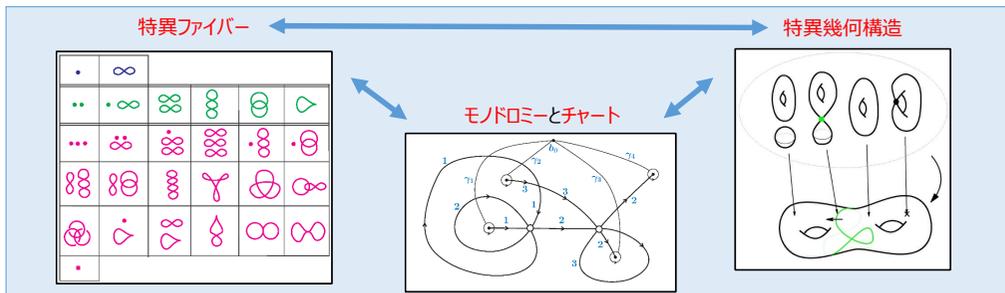


図2 研究方法のイメージ図

この研究によって何をどこまで明らかにしようとしているのか

●本研究の獨創性

- 可微分写像の特異点や特異ファイバーを幾何的トポロジーの観点から統一的に扱う理論や、多様体の幾何構造を込めて調べる手法を構築する。これらはこれまでに整備されておらず、その意味で画期的である。
- ある種の多様体を多項式を用いて具体的に構成し、既存の研究が蓄積されている特異点論を用いて、その構造を反映させる代数的な量に対応させる、といった革新的アイデアで、いまだに解決されていない4次元可微分ポアンカレ予想解決への道筋を明らかにする。
- 本研究では、これまでになかったアイデアで多様体のバシリエフ型不変量を構成する他、特異幾何構造に基づいた4次元多様体の不変量も構成して多様体の諸構造を明らかにするなど、獨創的な内容を含んでいる。さらに、そうした研究を諸科学分野の種々の重要な問題に応用しようとする点でも意義は大きい。ジェネリックな写像はどの次元のどの多様体間にも豊富に存在する。データはそうしたものによって近似できると考えられるため、写像の特異点論には汎用性があり、特殊な次元に限らない、一般次元に対する結果が得られる可能性が十分にある。本研究で新研究領域創成がなされれば、諸科学分野に大きく貢献することになる。

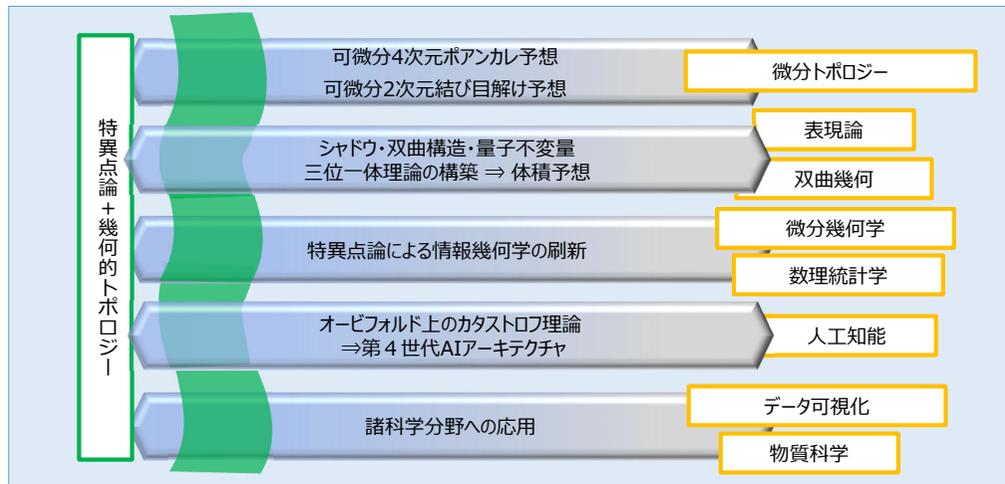


図3 特異点論と幾何的トポロジーが織りなす数学イノベーション