

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 5 月 26 日現在

機関番号：32612

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2012～2016

課題番号：24300003

研究課題名(和文) 離散構造の導入による離散資源配分問題の深化

研究課題名(英文) Deep Studies on Allocation Problems with Discrete Structures

研究代表者

田村 明久 (Tamura, Akihisa)

慶應義塾大学・理工学部(矢上)・教授

研究者番号：50217189

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,500,000円

研究成果の概要(和文)：学生の学科への配属や研修医の病院への配属の決定という離散資源配分問題は実用性の高い重要な問題である。グラフ構造や離散凸解析などの離散構造を導入し、安定マッチングモデルを一般化して適用範囲の広い離散資源配分問題を構築し、その解析を行うことを目的とした。

包括的な離散資源配分問題に対する戦略的頑健性をもつメカニズムの構築、安定マッチングモデル(2部グラフ上のモデル)の一般の有向グラフへの拡張等の研究を実施し、雑誌論文6編、投稿中の論文2編、執筆中論文2編の成果を得た。

研究成果の概要(英文)：Discrete allocation problems (i.e., allocation of students to departments, allocation of residents to hospitals) are important practical problems. The aim of the project is to generalize the stable matching model by using discrete structures such as graphs and discrete convex analysis, and to analyze developed models.

We develop a new mechanism for a discrete allocation problem with distributional constraints, and propose and analyze new generalizations of the stable matching model to directed networks, and so on. These results are summarized as six papers published in academic journals, two submitted papers, and two papers during preparations.

研究分野：情報学，応用数学，特に離散最適化，離散構造，アルゴリズム論

キーワード：離散最適化 離散構造 離散凸解析 資源配分問題

1. 研究開始当初の背景

不可分財の配分に関しては、Gale-Shapley の研究<引用論文 1>を契機とし、互いに素な 2 つのプレイヤー集合間の割当や配属を扱うマッチングモデルと総称される数理モデル群の研究が、現在に至るまで国内外で行われてきた。Gale-Shapley のモデルが実用化された最たる例は研修医の病院への割当てで、日本においても実施されている。しかし、このモデルの欠点は、地方の病院への配属を嫌う研修医が多いため、これらの病院での人員不足が発生している点である。この欠点は理論的にも予見できるもので、全体最適化と個々人の最適化に大きなずれが生じる一例である。現時点では、各県における採用数を制限することで、この欠点の解消を目指しているようだが、この方法はゲーム理論的見地からは合理性に欠けているため、地方病院の人員不足解消に向けての数理モデル構築の研究が国内外で進められている。このように、離散資源配分問題は現実問題への応用という観点から今まで以上に重要なものとなっている点が、これを本研究課題の対象とした動機である。

2. 研究の目的

資源配分において、全体の効率化という最適化の基準と個々の満足度の達成というゲーム論的な基準が相容れないのが常であり、これらのギャップの軽減は理論研究が目指すべき重要なテーマである。

本研究の目的は、離散的な資源(不可分財)の配分問題(離散資源配分問題)を対象とし、離散凸解析やグラフ理論等の離散構造の研究で培われた知見による、新たな数理モデルの構築とその戦略的頑健性等の諸性質の解析、構築したモデルにおける解(配分の仕方)の求解アルゴリズムの開発および全体最適化と個々の最適化のギャップ軽減等の現実的諸問題の解決である。

3. 研究の方法

マッチングモデルにおいて、既存の多くのモデルを包含するモデルとして、Hatfield-Milgrom<引用論文 2>のモデルと Fujishige-Tamura<引用論文 3>のモデルがある。これらは互いに独立なモデルであるが、これらの統一モデルの構築を最大の目標とし、以下の 7 つのテーマを掲げて研究を遂行した。

(1)テーマ「戦略的頑健性の研究」: マッチングモデルの実用面においてプレイヤーに嘘をつかせないようなメカニズム(求解アルゴリズム)の存在が重視される。この性質を戦略的頑健性というが、この性質をもつメカニズムが存在するモデルの構築を目指す。

(2)テーマ「グラフ構造などの離散構造のマッチングモデルへの導入」: マッチングモデル

は 2 部グラフ構造をもつが、これを一般のグラフ構造へと拡張し、安定解や均衡の存在がどこまで拡張できるかを研究する。

(3)テーマ「配属問題での不均衡の是正の研究」: 先にも述べた地方病院での人員不足解消などの配属の不均衡解消を目指した数理モデルを構築する。

(4)テーマ「離散凸解析と離散不動点定理の研究」: Hatfield-Milgrom のモデルでは安定割当の存在を Tarski の不動点定理を用いている。一方 Fujishige-Tamura のモデルでは、安定割当の存在を離散凸解析により示す。これら 2 つのモデルの統一に向け、離散凸解析と離散不動点定理の関係を明らかにする。

(5)テーマ「代替性と関連する離散構造の研究」: Hatfield-Milgrom のモデルでも Fujishige-Tamura のモデルでも代替性が重要な役割を果たす。代替性と等価な離散構造の解明を試みる。

(6)テーマ「Hatfield-Milgrom のモデルと Fujishige-Tamura のモデルの統一モデルの構築」: Hatfield-Milgrom のモデルは選択関数の代替性より安定割当の存在を導くが、貨幣を導入できてもそれは離散的なものしか扱えない。一方、Fujishige-Tamura のモデルでは貨幣は連続的だが、代替性を有する選択関数の一部のクラスしか扱えないというトレードオフがある。このトレードオフを打破し、統一モデルの構築を目指す。

(7)テーマ「マッチングモデル以外への離散配分問題への拡張」: マッチングモデルは、互いに素な 2 つのプレイヤー集合間の割当や配属が扱うモデルがあるが、1 つのプレイヤー集合上での割当や配属を扱うモデルの構築を目指す。

4. 研究成果

(1)「戦略的頑健性の研究」については、離散凸解析の知見を応用することで、多くの既存のモデルを含むものについて戦略的頑健性があることを示した。戦略的頑健性は経済的な見地から重要な性質であり、それを保証する一般的な枠組みの構築という意味で実用面から重要である。この成果を論文としてまとめ、学術雑誌に投稿中である。国際会議での発表を行った。

(2)「グラフ構造などの離散構造のマッチングモデルへの導入」については、以下の 3 件の研究を行い、うち 2 件については雑誌論文として公開された。

1 非巡回的な有向グラフ構造を導入することで、マッチングモデルを拡張し、代替性を拡張した条件下において安定な資源配分が存在することを構成的に示した。このモデル

ルでは、不可分財をやりとりするプレイヤー間で複数財のやりとりを許すという拡張も行った。本成果については、国内外の学術会議で発表するとともに、雑誌論文として公開された。

2 上記の成果では、不可分財に価格がないが、不可分財に価格を導入し、一般の有向グラフについて、プレイヤー間で複数の同一財を同一価格でやりとりできるモデルを提案し、プレイヤーの評価関数が歪 M^* 関数であるならば、均衡が存在することを示した。また、均衡というグローバルな概念と安定性というローカルな概念の関係も明らかにした。本成果については、国内外の学術会議で発表するとともに、雑誌論文②として公開された。

3 安定フローという概念を一般の有向グラフに拡張するという研究にも着手し、これについては国際会議で発表し、学術論文としてまとめている最中である。

(3) 「配属問題での不均衡の是正の研究」については、ポストメカニズムを改良することで不均衡を是正する方法を確立し、そのメカニズムのゲーム論的な性質について検討した。論文執筆に向けての準備段階である。またこの成果に着想を得て、離散凸解析を応用し、現実の学科配属問題における不均衡の是正を実現した。この研究成果を学術会議②で発表し、論文としてまとめ学術雑誌に投稿中である。

(4) 「離散凸解析と離散不動点定理の研究」については、完全な解決には至っていないが、部分的な成果が雑誌論文として公開された。

(5) 「代替性と関連する離散構造の研究」については、代替性の様々なバリエーションや離散凹性の関係をサーベイするとともに、新たな成果を加えた雑誌論文が公開された。本成果が高く評価され、第6回日本オペレーションズ・リサーチ学会論文賞を受賞した。

(6) 「Hatfield-MilgromモデルとFujishige-Tamuraモデルの統一モデルの構築」については、完全解決には至っていないが、2件の研究成果を得た。これらは雑誌論文として公開された。

1 Hatfield-Milgromモデルに半順序構造を導入し拡張したモデルを提案し、安定割当の存在を示した。この成果は審査付き国際学術で発表するとともに、雑誌論文として公開された。

2 Hatfield-Milgromモデルを含み、Fujishige-Tamuraモデルの一部を含むモデルを対象とし、その上で学生に対する戦略的頑健性と安定性よりは若干弱い性質を満たす割当を求めるメカニズムを構築した。国際学術会議で成果発表を行うとともに、雑誌

論文として公開された。

(7) 「マッチングモデル以外への離散配分問題への拡張」については、有向グラフを導入することで、各プレイヤーが売り手にも買い手にもなるという状況、すなわち1つのプレイヤー集合上のモデルを構築し、安定割当や均衡の存在を示せることを、(2)の1, 2, 3の成果で得た。これらの成果は、このテーマに対する一つの答えを与えたと言える。

<引用論文>

D. Gale and L.S. Shapley, "College admissions and the stability of marriage," Amer. Math. Monthly, 69, 9-15 (1962).

J.W. Hatfield and P.R. Milgrom, "Matching with contracts," Amer. Econom. Rev. 95, 913-935 (2005).

S. Fujishige and A. Tamura, "A two-sided discrete-concave market with possibly bounded side payments: An approach by discrete convex analysis," Math. Oper. Res. 32, 136-154 (2007).

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計6件) すべて査読有

Goto, M., Kojima, F., Kurata, R., Tamura, A. and Yokoo, M., Designing Matching Mechanisms under General Distributional Constraints, American Economic Journal: Microeconomics, Vol. 9, 2017, 226-262,

DOI: 10.1257/mic.20160124

Ikebe, Y. T, Sekiguchi, Y., Shioura, A. and Tamura, A., Stability and competitive equilibria in multi-unit trading networks with discrete concave utility functions, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, Vol. 32, 2015, 373-410, DOI: 10.1007/s13160-015-0175-7

Shioura, A. and Tamura, A., Gross Substitutes Condition and Discrete Concavity for Multi-Unit Valuations: A Survey, Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol. 58, 2015, 61-103,

http://www.orsj.or.jp/%7Earchive/pdf/e_mag/Vol.58_01_061.pdf

Ikebe, Y. T and Tamura, A., Stability in supply chain networks: An approach by discrete convex analysis, Vol. 58, 2015, 271-290,

http://www.orsj.or.jp/%7Earchive/pdf/e_mag/Vol.58_03_271.pdf

Farooq, R., Fleiner, T. and Tamura, A., Matching with partially ordered contracts, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, Vol. 29, 2012, 401-417, DOI: 10.1007/s13160-012-0073-1
Iimura, T., Murota, K. and Tamura, A., Sperner's lemma and zero point theorems on a discrete simplex and a discrete simplotope, Discrete Applied Mathematics, Vol. 160, 2012, 588-592, DOI: 10.1016/j.dam.2011.11.018

〔学会発表〕(計 18 件)

T. Fleiner, Z. Janko, A. Tamura and A. Teytelboym, Trading Networks with Bilateral Contracts, MATCH-UP 2017, 2017-4-21, Cambridge (USA).

赤堀峻, 関口陽介, 田村明久, グループ制約付き学生配属問題に対する支援アルゴリズム, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会, 2016-3-17, 慶應義塾大学 (神奈川県・横浜市).

赤堀峻, 関口陽介, 田村明久, 複雑な制約を持つ学科分け-慶應義塾大学理工学部を例として-, 最適化: 新たな価値創造のためのモデリングとアルゴリズム, 2016-3-4, 筑波大学 (茨城県・つくば市), [招待講演].

Y.T. Ikebe, Y. Sekiguchi, A. Shioura and A. Tamura, Multi-unit trading networks with discrete concave utility functions, 22nd International Symposium on Mathematical Programming, 2015-7-16, Pittsburgh (USA).

M. Goto, F. Kojima, R. Kurata, A. Tamura and M. Yokoo, Designing matching mechanisms under general distributional constraints, 16th ACM Conference on Economics and Computation, 2015-6-17, Portland (USA).

T. Fleiner, Z. Janko, A. Tamura and A. Teytelboym, Stability in Cyclic supply chains, The 9th Hungarian-Japanese Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications, 2015-6-3, Kyushu University(Fukuoka, Fukuoka).

Y.T. Ikebe, Y. Sekiguchi, A. Shioura and A. Tamura, Multi-unit trading networks with discrete concave utility functions, The 9th Hungarian-Japanese Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications, 2015-6-3, Kyushu University(Fukuoka, Fukuoka).

池辺淑子, 関口陽介, 塩浦昭義, 田村明久, 歪 Mⁿ凹関数を用いた取引ネットワークモデル, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会, 2015-3-27, 東京理科大学 (東京都・新宿区).

F. Kojima, A. Tamura and M. Yokoo, Designing matching mechanisms under constraints: An approach from discrete convex analysis, The Seventh International Symposium on Algorithmic Game Theory, 2014-9-30, Patras (Greece).

Y.T. Ikebe, Y. Sekiguchi, A. Shioura and A. Tamura, Stability and competitive equilibrium in extended trading networks with discrete concave utility functions, The Second International Workshop on Market Design Technologies for Sustainable Development, 2014-8-17, Keio University(Kanagawa, Yokohama), [Invited talk].

Y.T. Ikebe and A. Tamura, Stability in supply chain networks: An approach by discrete convex analysis, The 8th Japanese-Hungarian Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications, 2013-6-5, Veszprem (Hungary).

池辺淑子, 田村明久, サプライチェーンの安定性, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会, 2013-3-6, 東京大学 (東京都・文京区).

R. Farooq, T. Fleiner and A. Tamura, Matching with partially ordered contracts, The Second International Workshop on Matching Under Preferences (MATCH-UP 2012), 2012-7-20, Budapest (Hungary).

〔図書〕(計 1 件)

田村明久, モデリング-広い視野を求めて-, 近代科学社, 2015, 137-148.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

田村 明久 (TAMURA, Akihisa)
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号: 5 0 2 1 7 1 8 9

(2) 研究分担者

太田 克弘 (OTA, Katsuhiko)
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号: 4 0 2 1 3 7 2 2

南 美穂子 (MINAMI, Mihoko)
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号: 7 0 2 7 7 2 6 8

小田 芳彰 (ODA, Yoshiaki)
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号：40213722

(4)研究協力者

Tamas Fleiner (タマス フレイナー),