

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 17 日現在

機関番号：34315

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2012～2014

課題番号：24340022

研究課題名(和文)滑らかでない確率微分方程式の理論：数値解析への応用

研究課題名(英文)Non-smooth stochastic differential equations: Applications to numerical simulations

研究代表者

Kohatsu・Higa A (Kohatsu Higa, Arturo)

立命館大学・理工学部・教授

研究者番号：80420412

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 7,100,000円

研究成果の概要(和文)：確率微分方程式はいろんな応用分野で使われているモデルである。このモデルによって動的にランダムに動く現象に対して説明できる方程式である。理論の観点ではいろんな展開があるが実際の計算を行うためにモンテカルロシミュレーションが必要である。この研究課題がこの設定で展開されている。特に確率微分方程式の係数が非滑らかであるときにシミュレーション方法の提案や数値解析の道具を構築することが目的である。特にシステムの急な変化によりモデルのパラメーターが急に変化することによって普段使われているシミュレーション方法の精度が悪くなるため、新しい技術が必要であり、この課題でその技術の構築を目指した。

研究成果の概要(英文)：Stochastic differential equations (sde's) are used in various applied sciences as dynamic random models. Using these models different results are explained and measured. From the theoretical point of view, various results have been achieved through the years. But in order to make these results applicable in practice one needs to perform Monte Carlo simulations. The present project was developed in this setting and in particular we deal with sde's with non-smooth coefficients. We have developed tools in order to perform numerical simulations and analysis of the methods proposed. In the present world, due to rapid changes of dynamics, one sees that the change in model parameters is sudden and therefore the usual models which use smooth coefficients are not sufficient to handle the demand from applications. That is usual methods which apply to smooth cases do not perform well in the irregular case and therefore one needs to develop new tools. This was the goal of the present project.

研究分野：確率論

キーワード：確率過程 シミュレーション 数値解析 無限次元解析

1. 研究開始当初の背景

確率微分方程式(以下、SDE と記す)は、様々な応用分野のモデルを構築する際に用いられ、その多くはシミュレーションの結果を導きだす。シミュレーションの際によく使われている計算方法として Euler - 丸山近似がある。この近似方法は非常に単純であり広い範囲で適用できることが特徴ではあるが、理論的には SDE の係数が滑らかな場合にのみ有効な手段と言える。

但し、必要性により、この条件を満たしていない場合でも適用されることがある。

このギャップがきちんとした数学の理論を構築することが本研究の目的であった。

さらに、その理論的な結果を用いて Filtering 問題、統計問題や Multi-level モンテカルロ法といった具体的な問題に適用可能か検討する。理論展開のために無限次元解析と呼ばれる技術を利用することを想定した。主な道具として Malliavin 解析と呼ばれる理論を使うが、SDE の係数が滑らかでない時は理論的に不十分であるため理論の構築も必要となる。その上で、さらにジャンプ型 SDE や BSDE (後退確率微分方程式) の場合にも適用可能かどうか検討する。

2. 研究の目的

(1)滑らかでない SDE の密度関数の性質・シミュレーションへの応用 Malliavin 解析は無限次元解析の道具として作られたものであり、SDE の解の研究に応用されている。この分野では、SDE の係数が滑らかであるという条件を仮定する場合に多くの結果が知られている。しかし近年、我々は係数が滑らかでない場合に解析できるかどうか検討しており簡単な例として、指示関数係数をもつ SDE があげられる。この例では Euler-丸山近似の性質についてわずかな研究論文がある程度で弱近似は知られていないが、応用の観点からみると重要と言える。

(2)Coupling と Multi-level モンテカルロ法 SDE の近似論では強近似(経路の誤差)と弱近似(分布の誤差)に分けられる。基本的な近似は Euler-丸山近似と呼ばれ、常微分方程式の Euler 近似の自然拡張であるためよく使われている。時間区間を n 個の区間に分割したとき、強近似のレートは $n^{-(0.5)}$ であり、弱近似のレートは n^{-1} であることがよく知られている。本研究では、「ある確率空間の上では強近似のレートが n^{-1} である」ことを示す。

(3)Filtering のシミュレーション方法 様々な分野で拡散過程に対するモンテカルロシミュレーションの計算が行われている。ただしデータの数を増やすことがシミュレーションの誤差評価にどのくらいの影響を与えるのかという事については、数学的な観点から研究されていない。また、どこまで正確な評価できるのかについても未だ厳密に調べられていないため、本研究ではその一つを調べることを目的とする。

3. 研究の方法

(1)滑らかでない SDE の密度関数の性質・シミュレーションへの応用

従来 SDE の係数が滑らかでない時の密度関数について議論を行う際、偏微分方程式の手法によって解析がなされていた。本研究で得られる結果は、確率的な手法による理論の展開によって従来の方法で適用することが不可能なクラス(特に偏微分方程式と関係しない密度関数を扱う場合)においても適用できる。また、現在までに知られている Euler - 丸山弱近似の適用範囲ではない重要な例についても他の近似方法を提案しそのパラメータ選択等の理論を構成する。これは応用分野においても非常に重要な意味をもつと考えられる。

(2)Coupling と Multi-level モンテカルロ法 強近似の収束のレートを測るために全体の経路での近似とその極限の誤差を測らなければならないため、非常に難しい問題となる。ただし、有限次元であれば密度関数を通して解析できるのではないかと考えている。最適運送問題については、SDE のシミュレーションに応用可能である事がモンテカルロ法の応用として初めての結果を導きだせると予想される。

(3)BSDE の近似問題 現在の数値解析の証明方法は複雑であるため、本研究により得られる証明を分割することで様々な解析が簡単になる。例えば extrapolation 方法が適用可能となる。

(4)Filtering のシミュレーション方法 この分野の理論的な部分は研究が進んでいるが、応用分野において広く認められるために具体的な例におけるシミュレーションを行う。本研究の結果と既存の研究と比較して深い議論が行われてきた Tuning の設定について、その Tuning の選択が最適であるかどうか調べる必要が特にあると考えている。また、今後の展開としてジャンプ型確率微分方程式のパラメータ推定問題にも適用可能かどうか検討したい。そのためには、Malliavin 解析の道具が十分ではないと考えられるので新しく道具となるものを構築する。

4. 研究成果

(1)滑らかでない SDE の密度関数の性質・シミュレーションへの応用

確率 parametrix 方法を利用することで滑らかでない係数に関しての無限次元解析道具として認識し、いくつかの例でこの技術を試してみた。特に拡散過程の場合では誤差がないモンテカルロ方法を提案した。一方この方法が一般的であり、いろんな数値解析の応用として考えられる。ただ、シミュレーション方法の分散が無限であり、そのためにいろんな重点サンプリング法を考える必要がある。この方法が理論的な意味もあるためその方向で展開することも考えている。

(2)Coupling と Multi-level モンテカルロ法

Euler-丸山近似りを利用して、Multi-level モンテカルロ法を定義ができるが強誤差結果や弱誤差結果が必要である。拡散過程の係数が Holder 連続である場合には強誤差の制度が悪くなり無限 level のモンテカルロが必要であることを証明した。このことにより確率 parametrix 方法を基本としたモンテカルロ法を提案した。また、弱誤差評価を行う際に滑らかな汎関数が通用な条件である。ただし、応用では滑らかな汎関数を利用することがある。その場合には数値解析の道具が限られているため最適運送問題の技術を利用することができた。特に拡散過程の最大に関して Euler-丸山近似りを利用したときの弱誤差評価を行った。ただし、現在の結果が1次元に限られていて多次元の場合にも今後の課題になる。

(3)BSDE の近似問題

この問題では簡単な例から始め非線形問題に関して調べました。特に Burgers 方程式のシミュレーション方法に関して検討し、非滑らかな境界条件の場合で近似結果を得られた。

(4)Filtering のシミュレーション方法

Filtering ではノイズにより信号が読めなくなるためフィルターと呼ばれる道具を利用する。この道具は数学的な言葉で条件付平均である。時間と共に条件付平均を適応すると時間に対しての離散化が必要である。このやり方によってフィルターの実装が実現できる。ただし、近似の制度について調べることが必要であった。この設定で田中氏の研究では誤差評価を調べることで最適な Tuning について結果が得られた。特に目的汎関数が非滑らかな場合でも誤差評価が調べることにした。

5 . 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 29 件)

1.Dai Taguchi. Stability problem for one-dimensional stochastic differential equations with discontinuous drift. Seminaire de Probabilites, 査読有,48(予定), 2015

2.Hoang-Long Ngo, Dai Taguchi. Strong rate of convergence for the Euler-Maruyama approximation of stochastic differential equations with irregular coefficients. Mathematics of Computation, To appear, 査読有,2014.

3 .A. Takeuchi. Asymptotic behavior of densities for stochastic functional differential equations, RIMS Kokyuroku, 査読無, 1903 (2014), 198-204.<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/1903-30.pdf>.

4 .M. Besalú, A. Kohatsu-Higa, S. Tindel, Gaussian type lower bounds for the density

of solutions of SDEs driven by fractional Brownian motions. To appear in Annals of Probability, 2014, 査読有

5.V. Bally and A. Kohatsu-Higa, A probabilistic interpretation of the parametrix method, Ann. Appl. Probab., 査読有, 2014.

6 .A. Kohatsu-Higa, E. Nualart, N. K. Tran, LAN property for a simple Levy process ,C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I, 査読有 352,2014, 859-864, doi:10.1016/j.crma.2014.08.013

7 .M. Hayashi and A. Kohatsu-Higa and G. Yuki, Holder continuity property of the densities of SDEs with singular drift coefficients, Electron. J. Probab., 査読有, 19,2014, 1-22, 10.1214/EJP.v19-2609

8 . A. Alfonsi, B. Jourdain and A. Kohatsu-Higa, Pathwise optimal transport bounds between a one-dimensional diffusion and its Euler scheme. Annals of Applied Probability, 査読有, 24/ 3, 2014, 1049-1080, doi:10.1214/13-AAP941

9 .A. Kohatsu-Higa, S.Ortiz-Latorre P. Tankov. Optimal simulation schemes for Levy driven stochastic differential equations. Mathematics of Computation, 査読有, 83, 2014, 2293-2324, <http://dx.doi.org/10.1090/S0025-5718-2013-02786-X#sthash.rSo81RK8.dpuf>

10. Kusuoka, S. Morimoto, Y. Stochastic mesh methods for Hormander type diffusion processes, Advances in Mathematical Economics, 査読有, 18, 2014, 61-99. 10.1007/978-4-431-54834-8_2

11.A. Kohatsu-Higa and A. Makhlof. Estimates for the density of functionals of SDE's with irregular drift. Stochastic Processes and their Applications. 査読有, 123, 2013,1716-1728, doi:10.1016/j.spa.2013.01.006

12.H. Hata, A. Kohatsu-Higa. A Market model with Medium/Long term effects due to an insider. Quantitative Mathematical Finance, 査読有, 13, 2013, 421-437. 10.1080/14697688.2012.695084

13.M. Hayashi and A. Kohatsu-Higa. Smoothness of the distribution of the supremum of a multi-dimensional diffusion process. Potential Analysis, 査読有, 38,2013,57-77. 10.1007/s11118-011-9263-8

14.Kusuoka S., Gaussian K-scheme: Justification for the KLVN method. Advances in Mathematical Economics, 査読有, 17, 2013, 71-120. 10.1007/978-4-431-54324-4_3

15.Kitagawa A., Takeuchi A. Asymptotic behavior of densities for stochastic functional differential equations, International Journal of Stochastic

Analysis, 査読有, 2013, 2013, 1-17. <http://dx.doi.org/10.1155/2013/537023>

16. Hiroya Hashimoto and Takahiro Tsuchiya. Remarks on the rate of strong convergence of Euler-Maruyama approximation for SDEs driven by rotation invariant stable processes. JSIAM Letters. 査読有, 5, 2013, 13-16. https://www.jstage.jst.go.jp/article/jsiaml/5/0/5_13/article

17. J. Akahori and Y. Imamura. On a symmetrization of diffusion processes. 査読有. Quantitative Finance, 14, 2013, 1211-1216. 10.1080/14697688.2013.825923

18. J. Akahori, T. Amaba, S. Uruguchi. An Algebraic Approach to the Cameron-Martin-Maruyama-Girsanov Formula. Mathematical Journal of Okayama University, 査読有, 55, (2013), 167-190. http://www.math.okayama-u.ac.jp/mjou/mjou55/09_amaba.pdf

19. S. Kusuoka and T. Nakashima. A remark on credit risk models and copula. Advances in Mathematical Economics, 査読有, 16, 2013, 53-58. 10.1007/978-4-431-54114-1_3

20. M. Hayashi and K. Yano. On the Laws of Total Local Times for h-Paths and Bridges of Symmetric Lévy Processes. Abstract and Applied Analysis. 査読有. 2013, 2013, 1-12. <http://dx.doi.org/10.1155/2013/463857>

21. R. Kawai and A. Takeuchi. Computations of Greeks for asset price dynamics with stable and tempered stable processes, Quantitative Finance 13 (2013), 1303 - 1316. 査読有 DOI:10.1080/14697688.2011.589403

22. A. Kohatsu-Higa, A. Lejay, K. Yasuda. On Weak Approximation of Stochastic Differential Equations with Discontinuous Drift Coefficient. 京都大学数理解析研究所講究録. 査読無, 1788, 2012, 94-106. <http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kyuroku/contents/pdf/1788-08.pdf>.

23. S. Kusuoka and S. Liang. Classical mechanical model of Brownian motion with one particle coupled to a random wave field. Stoch. Anal. Appl. 査読有, 30, 2012, 493-528. 10.1142/S0129055X10004077

24. M. Yamazato. Absolute continuity conditions for multivariate infinitely divisible distributions and their applications. Theory of Probability and its Applications. 査読有, 56, 2012, 299-312. 10.1137/S0040585X97985406

25. J. Akahori, A. Macrina. Heat Kernel Interest Rate Models with Time-Inhomogeneous Markov Processes. International Journal of Theoretical and

Applied Finance. 査読有. 15, (2012), 1250007. 10.1142/S0219024911006553

〔学会発表〕(計 57 件)

1. J. Akahori. Statistical Estimation of Diffusion Processes. 5th Ritsumeikan Monash Symposium on Probability and Related Fields. 2015 年 3 月 27 日. Melbourne (Australia)

2. D. Taguchi. Weak approximation for non-smooth functionals of SDEs with irregular drift. Monash-Ritsumeikan Symposium on Probability and Related Fields. 2015 年 3 月 26 日. Melbourne (Australia).

3. H. Tanaka. Asymptotic error distribution of the Euler method for continuous-time nonlinear filtering. 5th Monash-Ritsumeikan Symposium on Probability and Related Fields. 2015 年 3 月 25 日. Monash University (Melbourne, Australia)

4. D. Taguchi. Parametrix method for skew diffusions. 日本数学会. 2015 年 3 月 21 日. 明治大学(東京都)

5. 林正史. 特異性のある確率微分方程式について. 神戸 Workshop 格子上的確率解析とその周辺. 2015 年 3 月 18 日. 神戸大学理学部(兵庫県)

6. J. Akahori. Asymptotic and Exact Semi-Static Hedges. Workshop on "Mathematical Finance and related issues". 2015 年 3 月 16 日. 大阪大学(大阪府).

7. D. Taguchi. Weak approximation for non-smooth functionals of SDEs with irregular drift. 確率論早春セミナー. 2015 年 3 月 7 日. 立命館大学(滋賀県)

8. J. Akahori. On a Generalization of Malliavin-Mancino's Fourier Estimation Method. The QMF 2014 Conference. 2014 年 12 月 20 日. Sydney (Australia).

9. D. Taguchi. Strong Rate of Convergence for the Euler-Maruyama Approximation of Stochastic Differential Equations with Irregular Coefficients. Quantitative methods in finance conference. 2014 年 12 月 18 日. Sydney (Australia).

10. J. Akahori. Fourier estimation method with positive semi-definite estimators. The 8th International Conference on Computational and Financial Econometrics. 2014 年 12 月 8 日. Pisa (Italy).

11. 安田和弘. 為替レートに対する連続制御と制限をおいた確率インパルス制御について. 金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題 2014. 2014 年 12 月 4 日. 大阪大学(大阪府)

12. 竹内敦司. Integration by parts formula and density for SDE with jumps, 京都大学

- 談話会, 2014年12月3日, 京都大学(京都府)
13. J. Akahori. Parametrix of Static Hedge (of a Timing Risk). 2014 Actuarial Teachers' and Researchers' Conference. 2014年12月1日. Edinburgh (Scotland).
14. 竹内敦司. Bismut formula for SDE with jumps, 統計数理研究所共同研究集会「無限分解可能過程と関連する諸問題」, 2014年11月28日, 統計数理研究所, (東京都).
15. M. Yamazato. On bell-shape property of distributions in a subclass of infinitely divisible distributions on \mathbb{R} and applications. 無限分解可能過程とその周辺. 2014年11月27日. 統計数理研究所. (東京都)
16. 結城郷. Consistency of Positive Semi-definite Type Fourier Series Estimators. 第四回数理解析ファイナンス合宿型セミナー. 2014年11月7日. 慶応義塾大学(神奈川県)
17. J. Akahori. On a Generalization of Malliavin-Mancino's Fourier Estimation Method. NUS-UTokyo Workshop on Quantitative Finance. 2014年9月26日. 東京大学(東京都)
18. 結城郷. Consistency of the positive semi-definite Fourier type estimators. 日本数学会秋季総合分科会. 2014年9月25日. 広島大学(広島県)
19. 竹内敦司. ジャンプ型確率過程に対する部分積分公式, 日本数学会2014年度秋季総合分科会, 2014年9月25日, 広島大学(広島市)
20. H. Tanaka. On the approximation of the nonlinear filtering equation. 偏微分方程式に付随する確率論的問題, RIMS workshop. 2014年9月18日. 京都大学(京都府).
21. A. Kohatsu-Higa. The parametrix method for jump sdes. Computational Methods for Jump Processes. Warwick Univ. 2014年07月08日. Warwick (England)
22. 安田和弘. On Weak Convergence Rate of Stochastic Differential Equations with Non-regular Drift. 経済の数理解析 2014年7月7日. 慶応義塾大学. (東京都)
23. M. Yamazato. On bell-shape property of distributions in a subclass of infinitely divisible distributions on \mathbb{R} and applications. IMS FPS-2014 Workshop. 2014年7月4日. Sydney. (Australia)
24. A. Takeuchi. Density for stochastic functional differential equations, 11th International Vilnius Conference on Probability Theory and Mathematical Statistics, 2014年7月1日, ビリニュス(リトアニア).
25. A. Kohatsu-Higa. Stochastic differential equations with irregular coefficients. Statistics, Jump Processes and Malliavin Calculus: Recent Applications. Barcelona. 2014年06月25. Barcelona (Spain)
26. A. Kohatsu-Higa. Probabilistic representation of the parametrix method. Stochastic Analysis in Finance and Insurance. Oberwolfach Workshop. 2014年05月10日. Oberwolfach (Germany)
27. A. Takeuchi. Large deviation principle for stochastic functional differential equations, 日本数学会2014年度年会, 2014年3月15日. 学習院大学(東京都)
28. 安田和弘. 確率微分方程式のオイラー・丸山近似について. 数理科学セミナー. 2014年1月29日. 一橋大学(東京都)
29. A. Takeuchi. Asymptotic behavior of densities for stochastic functional differential equations, 「確率論シンポジウム」, 京都大学数理解析研究所, 2013年12月20日(京都府)
30. A. Takeuchi. Remark on the integration by parts formula on the Poisson space, 研究集会「無限分解可能過程に関連する諸問題」, 2013年11月12日. 統計数理研究所(東京都)
31. 朝倉悠也, 安田和弘. On Effects of Estimations and Information for Expected Log-Utility Maximization Problems. The 45th ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications. 2013年11月1日. 琉球大学(沖縄県)
32. 安田和弘. 不連続ドリフト係数を持つ確率微分方程式の弱近似について. 阪大確率論セミナー. 2013年10月22日. 大阪大学(大阪府)
33. A. Takeuchi. Asymptotic behavior of densities for stochastic functional differential equations, Bernoulli Society Satellite Meeting: "Asymptotic Statistics and Related Topics: Theories and Methodologies", 東京大学, 2013年9月2日. 東京大学(東京都).
34. J. Akahori. Algebraic proof of anticipative Girsanov-Maruyama formula. On quantum information theory and related topics. 2013年8月19日, Quang Trung, Vietnam
35. 安田和弘. 確率インパルス制御問題の数値計算法について. CREST セミナー. 2013年8月16日. 立命館大学南草津キャンパス(滋賀県)
36. A. Takeuchi. Asymptotic behavior of densities for stochastic functional differential equations, 36th Conference on Stochastic Processes and their Applications, 2013年8月1日. (Colorado, USA)
37. A. Takeuchi. Large deviations for stochastic functional differential equations, micro-conference on Probability Theory and its Applications, 2013年3月20日, Melbourne (Australia)
38. S. Kusuoka and T. Nakashima. A remark

on credit risk models and copula. JAFEE-Columbia-ISM International Conference on Financial Mathematics, Engineering and Statistics. 2013年3月18日. 統計数理研究所(東京都)

39. A. Takeuchi: Large deviation principle for stochastic functional differential equations, Stochastic Processes and Mathematical Finance, 2013年2月25日. 関西大学, (大阪府)

40. T. Tsuchiya. ROTATION INVARIANT -STABLE PROCESS から導かれる SDE のオ イラー丸山近似の収束について. 数理解析研究所研究集会: 確率論シンポジウム. RIMS Workshop :Probability Symposium 2012年12月21日. 京都大学数理解析研究所 (京都府)

41. A. Kohatsu-Higa. Recent Advances in Infinite Dimensional Analysis with Applications. 金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題 2012. 2012年12月1日. 大阪大学中ノ島センター(大阪府)

42. A. Takeuchi: Strict positivity of densities for stochastic differential equations driven by gamma processes, 「無限分解可能過程と関連する諸問題」, 2012年11月8日, 統計数理研究所.(東京都)

43. S. Ninomiya. On the higher-order weak approximation of SDEs, The third workshop on numerical methods for solving the filtering problem and high order methods for solving parabolic PDEs, 2012年9月25日 Oxford (UK)

44. Jiro Akahori. An Algebraic Approach to the Ramer-Kusuoka Formula. Perspectives in Analysis and Probability. Conference in Honor of Freddy Delbaen. 2012年9月24日. Zurich (Switzerland)

45. S. Ninomiya. A new semi-closed form solutions to some financial problems: a note on Bayer-Friz-Loeffen's work. Rough Paths and PDEs, 2012年8月22日, Oberwolfach (Germany)

46. 安田和弘. 確率インパルス制御問題の数値計算法について. オペレーションズリサーチ学会北海道支部・サマースクール. 2012年8月7日. 定山溪ビューホテル(北海道)

47. A. Takeuchi: Positivity of densities for stochastic differential equations driven by gamma processes, 8th World Congress in Probability and Statistics, 2012年7月11日, Istanbul (Turkey).

48. Jiro Akahori. On a Symmetrization of Diffusion Processes. Quantitative Methods in Finance. 2012年6月27日. Sydney (Australia)

49. K. Yasuda. On Weak Approximation of Stochastic Differential Equations with Discontinuous Drift Coefficient. The Second NIMS Summer School in

Probability 2012. 2012年6月19日. NIMS at Daejeon, (South Korea)

50. Jiro Akahori. Sato's Grassmanian in Wiener space. 3rd Monash-Ritsumeikan Symposium on Probability and Related Fields. 2012年6月15日. Melbourne (Australia)

51. S. Ninomiya. QMC and Higher order methods for SDEs, Workshop for Quasi-Monte Carlo and Pseudo Random Number Generation, 2012年6月12日, 東京大学, (東京都)

52. A. Kohatsu-Higa. Some Malliavin Calculus Techniques to Deal with Diffusions with Irregular Drifts. Stochastic Analysis and Its Applications. 2012年6月5日. Zurich (Switzerland).

〔その他〕

ホームページ等: <http://www.ritsumei.ac.jp/~khts00/publish-j.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者:

コハツヒガ アルトウロ (Kohatsu-Higa Arturo)
立命館大学・理工学部・教授
研究者番号: 80420412

(2) 研究分者:

赤堀次郎 (Akahori Jiro) 立命館大学・理工学部・教授
研究者番号: 50309100

(3) 連携研究者

二宮 祥一 (Ninomiya Syoichi) 東京工業大学・大学院イノベーションマネジメント研究科・教授
研究者番号: 70313377
楠岡成雄 (Kusuoka Shigeo) 東京大学・理学部・教授
研究者番号: 00114463
竹内 敦司 (Takeuchi Atsushi) 大阪市立大学・理学部・准教授
研究者番号: 30336755
林 正史 (Hayashi Masafumi) 琉球大学・理学部・助教
研究者番号: 90532549
安田 和弘 (Yasuda Kazuhiro) 法政大学・理工学部・准教授
研究者番号: 80509638
中津 智則 (Nakatsu Tomonori) 立命館大学・理工学部・助教
研究者番号: 50732898
田中 秀幸 (Tanaka Hideyuki) 立命館大学・理工学部・助教
研究者番号: 20732895