

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 5 月 26 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2012～2015

課題番号：24500013

研究課題名(和文) 安定マッチング問題の合理的なモデル化とアルゴリズム開発

研究課題名(英文) Reasonable modeling and algorithm developments of stable matching problems

研究代表者

宮崎 修一 (MIYAZAKI, Shuichi)

京都大学・学術情報メディアセンター・准教授

研究者番号：00303884

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,000,000円

研究成果の概要(和文)：安定マッチング問題とは「安定性」という性質を考慮したマッチング(配属)を求める問題であり、研修医配属や学校配属、研究室配属などの配属問題に広く応用されている。本研究では、様々な配属システムに利用される際に必要な条件を考慮し、それらを加えた各モデルに対するアルゴリズム開発および近似可能性、計算困難性の証明を行った。具体的には、学生-プロジェクト配属問題、同順位と不完全リストを許した安定結婚問題、定員下限を許した研修医配属問題等に対する成果を得た。

研究成果の概要(英文)：The stable matching problem is a problem of finding a matching having a property called the "stability". It is widely used in several centralized matching systems, such as hospitals-residents matching, college admission, and laboratory assignment. In this research, we considered several models of stable matching problem with practical conditions, and developed algorithms, showed approximability, and proved intractability for each such model. The models include the student-project allocation problem, the stable marriage problem with ties and incomplete preference lists, and the hospitals/residents problem with lower quotas.

研究分野：アルゴリズム理論

キーワード：アルゴリズム理論 安定マッチング 近似アルゴリズム 安定結婚問題 研修医配属問題 オンライン  
アルゴリズム 計算困難性 近似困難性

### 1. 研究開始当初の背景

例えば男性と女性という2つのグループがあり、グループの各メンバーは他方のグループのメンバーを順位付けしている。その順位付け(希望リスト)を考慮して「安定性」と言われる性質を満たすマッチング(安定マッチング)を求めるのが、安定マッチング問題である。この問題は1962年にGaleとShapleyにより提案され、研修医配属や高校配属、腎臓移植など様々な割り当てに応用されている。

古くは経済学における制度設計理論を中心として研究されていたが、マッチング探索のアルゴリズム開発など、計算機科学でも研究が行われていた。特に2000年代に入ると計算機分野での研究が盛んになり、国際会議や論文誌での発表件数は飛躍的に増えてきている。2012年には提唱者の一人であるShapleyと、安定マッチングの理論を広く世間で活用させたRothがノーベル経済学賞を受賞するなど、注目を集めていた。

### 2. 研究の目的

安定マッチング問題を様々な配属に利用する際に必要となる要件を取り入れたモデル化を行い、それらのモデルに対する効率的なアルゴリズム開発や計算困難性の証明を行うことが本研究の目的である。申請当初に予定していた具体的テーマは以下の通りである。

- (a) 同順位と不完全リストを許した安定マッチング問題
- (b) 定員枠の下限付き安定マッチング問題
- (c) オンライン安定マッチング問題
- (d) 希望リストの変更による安定マッチングの改良

### 3. 研究の方法

具体的な研究方法は各テーマによって異なるが、概して以下のアプローチを採った。まずは既存のアルゴリズムや基本的なアルゴリズムを適用させてみた。それによりうまくいかない例が見つかった場合には、それらに対してもうまくいくようにアルゴリズムを修正し、また悪い例がないかを検証した。そのような例が簡単には見つからなくなった時点で、正当性の証明を試みた。逆に、これを何度繰り返しても悪い例が出てくるようであれば、それらの例から問題の困難性の本質が見えてくるので、それをヒントに困難性の証明に着手した。

### 4. 研究成果

研究期間内に以下の結果を得た。

- (1) **学生 - プロジェクト配属問題に対する近似度の上下限の改良**：学生を研究プロジェクトに配属させる際に安定マッチングを利用する「学生-プロジェクト配属問題」は、教員が複数のプロジェクトを提供する場合もあるため、単純な安定マッ

チングモデルは使えない。実際この問題では、安定マッチングが複数ある場合、それぞれのサイズが異なる可能性があり、最大マッチングの探索がNP困難であること、及び、微小な正定数に対して $1+$ 倍の近似が難しいことが知られていた。また、2倍の近似アルゴリズムも既に知られていた。本研究では、1.5倍の近似アルゴリズムを与えるとともに、 $21/19$ 倍近似が困難であることを示した。この成果は本研究の開始以前に得られ国際会議で発表していたが、本研究期間内に論文誌にまとめ、Journal of Discrete Algorithmsに採録された(雑誌論文の)。

- (2) **希望リストの調整による男性最適安定マッチングの改良**：安定マッチングを求めるGale-Shapleyアルゴリズムは、男性側にとって極端に有利となる「男性最適安定マッチング」を求める。これを利用し、例えば研修医配属においては、立場の弱い研修医側に有利な配属を求める方式が通常採られている。しかし、入力によってはこの性質を生かせず、研修医最適安定マッチングであっても研修医側にかなり悪い結果となってしまうことがあり得る。このような場合でも出来るだけ研修医に有利な結果をもたらすように1人の研修医の希望リストを調整する問題を考えた。その結果、最大の利益をもたらす調整方法を求めるのが $O(n^3)$ 時間で、また、少しでも利益を得られる調整方法があるか否かを判定する問題が $O(n^2)$ 時間で解けることを示した。ここで $n$ は研修医の数である。この成果も研究開始以前に得られていたものから進展はなかったが、それらを論文誌にまとめ、MDPIのAlgorithmsに採録された(雑誌論文の)。
  - (3) **同順位と不完全リストを許した安定マッチング問題**：安定マッチングで希望リストに同順位と不完全リストを許すと、異なるサイズの安定マッチングが存在し、最大サイズの安定マッチングを求める問題はNP困難である。この問題は女性の希望リストのみにしか同順位を許さなくてもNP困難であることが知られているが、そのような制限を掛けても近似度は一般の場合と同じ1.5しか知られていなかった。本研究では1.5を切る $25/17$ (1.471)の近似度を持つアルゴリズムを提案した。本成果も以前に得られて国際会議で発表していたが、本研究期間中に証明を簡略化した上で論文誌に投稿し、Algorithmicaに採録された(雑誌論文の)。
- また、同順位の位置が希望リストの末尾

であるという更なる制限を加えた問題では近似度が1.25になることを示した。これは下限値と一致する値である。本成果は国際会議APPROX 2015にて発表した(学会発表の)。

- (4) **オンライン安定マッチング問題のアドバイス複雑度**: 時間と共に入力が与えられ、アルゴリズムは先の入力を待たずに出力していくというリアルタイムの問題がオンライン問題である。安定マッチングの場合では、女性の希望リストが全てオープンになっている上で男性の希望リストが1つずつ明らかになっていくという状況で、安定なマッチングを求める問題である。オンライン問題では通常競合比と呼ばれる尺度でアルゴリズムの性能が評価されてきたが、近年アドバイス複雑度と呼ばれる尺度がポピュラーになってきている。これは、最適な解を得るために、アルゴリズムはどの程度のアドバイスピットを見る必要があるかというものである。本研究では安定なマッチングを得るために必要なアドバイス複雑度の上下限を一致させた。この成果は Information Processing Letters に発表した(雑誌論文の)。
- (5) **研修医配属問題における安定性の検証**: 研修医配属問題において研修医の希望リストおよびマッチングMが与えられた際に、Mを安定とする病院の希望リストが存在するか否かを問う判定問題を取り扱った。この問題は、研修医が不安定マッチングを提示され騙される危険性をどこまで排除できるかという動機に基づく。病院の希望リストが任意の場合は必ず解が存在する。そこで、病院の希望リストがk種類しか存在しないという制約を加えた。k=1の場合には多項式時間で解けること、およびk=2の場合にはNP完全となることを示した。またk=2の場合に対する数種類の貪欲アルゴリズムを提案・実装し、計算時間や誤り率の観点から計算機実験を行った。これらの成果は論文誌 Journal of Information Processing に採録された(雑誌論文の)。
- (6) **定員下限付研修医配属問題**: 研修医配属問題においては、通常各病院は定員の上限を宣言する。本研究では、地方における研修医不足を解消するための一手段として、定員数の下限をも宣言するモデルを提案し、定員条件を満たす安定マッチングが存在するか否かを問う問題が多項式時間で解けるとことを示した。また安定マッチングが存在しない場合に、出来るだけ安定なマッチングを求めるという最適化問題を2つ(ブロッキングペア数最小

化問題とブロッキングペアに関わる研修医数最小化問題)提案し、これらの近似可能性や近似困難性を示した。成果は以前に得られ、国際会議等で発表していたが、本研究期間内に論文にまとめ論文誌 Algorithmica に採録された(雑誌論文の)。

- (7) **その他の活動**: 本研究で得られた成果を国民に公表すること、また安定マッチングを広く社会に紹介することを目的として、以下の活動を行った。

SWET2013(学会発表の)およびRAMP シンポジウム(学会発表の)における招待講演で、本研究の成果を発表した。

高校生を対象とした出前講義やサマースクールで安定マッチングを紹介した。

産学連携を目的とした成果発表会である京都大学ICTイノベーション2016にて、成果発表を行った。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 6件)

Hamada, K., Iwama, K. and Miyazaki, S., "The Hospitals/Residents Problem with Lower Quotas", Algorithmica, Volume 74, Issue 1, pp. 440-465, 2016. (査読有)

DOI: 10.1007/s00453-014-9951-z  
Minseon Lee, Shuichi Miyazaki, and Kazuo Iwama, "Finding Witnesses for Stability in the Hospitals/Residents Problem", Journal of Information Processing, Vol. 23, No. 2, pp. 202-209, 2015. (査読有)

<http://doi.org/10.2197/ipsjjip.23.202>

Miyazaki, S., "On the Advice Complexity of Online Bipartite Matching and Online Stable Marriage", Information Processing Letters, Vol.114, Issue 12, pp. 714-717, 2014. (査読有)  
doi:10.1016/j.ipl.2014.06.013

Iwama, K., Miyazaki, S. and Yanagisawa, H., "A 25/17-Approximation Algorithm for the Stable Marriage Problem with One-Sided Ties", Algorithmica, Volume 68, Issue 3, pp. 758-775, 2014. (査読有)  
DOI: 10.1007/s00453-012-9699-2

Takao Inoshita, Robert W. Irving, Kazuo Iwama, Shuichi Miyazaki, Takashi Nagase, "Improving Man-Optimal Stable Matchings by Minimum Change of Preference Lists", MDPI Algorithms, Vol. 6, Issue 2, pp. 371-382, 2013. (査読有)

doi:10.3390/a6020371

Iwama, K., Miyazaki, S. and Yanagisawa, H., “Improved Approximation Bounds for the Student-Project Allocation Problem with Preferences over Projects”, *Journal of Discrete Algorithms*, Vol. 13, pp. 59-66, 2012. (査読有)  
doi:10.1016/j.jda.2012.02.001  
<http://repository.kulib.kyoto-u.ac.jp/dspace/handle/2433/155464>

〔学会発表〕(計 19 件)

Chien-Chung Huang, Kazuo Iwama, Shuichi Miyazaki, Hiroki Yanagisawa, “A Tight Approximation Bound for the Stable Marriage Problem with Restricted Ties”, *Proc. the 18th International Workshop on Approximation Algorithms for Combinatorial Optimization Problems (APPROX 2015)*, pp. 361-380, August 2015. (Princeton, USA)

宮崎修二, “安定マッチング問題に対する近似アルゴリズム(招待講演)”, 第 25 回 RAMP シンポジウム論文集, pp. 30-45, 2013 年 10 月 29 日. (鹿児島大学, 鹿児島市).

宮崎修二, “安定マッチング問題に対するアルゴリズム論的アプローチ(招待講演)”, *Summer Workshop on Economic Theory (SWET 2013)*, 2013 年 8 月 9 日. (小樽商科大学 札幌サテライト大講義室, 札幌市)

Takao Inoshita, Robert W. Irving, Kazuo Iwama, Shuichi Miyazaki, Takashi Nagase, “Improving Man-Optimal Stable Matchings by Minimum Change of Preference Lists”, *Proc. 6th Asian Association for Algorithms and Computation (AAAC)*, p.18, April 2013. (Matsushima, Japan)

〔図書〕(計 3 件)

Shuichi Miyazaki, "Stable Marriage Problem", Chapter 17 of *Handbook of Graph Theory, Combinatorial Optimization, and Algorithms*, Edited by Krishnaiyan "KT" Thulasiraman, Subramanian Arumugam, Andreas Brandstadt, and Takao Nishizeki, CRC Press, pp. 403-418, December 2015. (1226 ページ. 担当部分は pp. 403-418)

宮崎修二, *グラフ理論入門 ~ 基本とアルゴリズム ~*, 森北出版株式会社, 2015 年 6 月. (112 ページ)

宮崎修二, “安定マッチング問題”, *情報処理学会誌*, Vol.54, No.10, 通巻 583 号, pp. 1064-1071, 2013 年 10 月号.

〔産業財産権〕  
出願状況 (計 0 件)

取得状況 (計 0 件)

〔その他〕  
ホームページ等  
<http://www.lab2.kuis.kyoto-u.ac.jp/~shuichi/paper.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

宮崎 修一 (MIYAZAKI, Shuichi)  
京都大学・学術情報メディアセンター・  
准教授  
研究者番号: 00303884