様　式　C－１９、F－１９、Z－１９　(共通)

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ２７ 年　 ５ 月 ２７ 日現在

機関番号：１４５０１
研究種目：基盤研究(C)
研究期間：2012～2014
課題番号：２４５０００４０

研究課題名（和文）階層グラフの直交描画アルゴリズムの開発

研究課題名（英文）DEVELOPMENT OF ALGORITHMS FOR FINDING AN ORTHOGONAL DRAWING OF A HIERARCHICAL GRAPH

研究代表者
増田　澄男（MASUDA, SUMIO）

神戸大学・工学（系）研究科（研究院）・教授

研究者番号：８０１７３７４８

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　900,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では，階層グラフの直交描画を求める新しいアルゴリズムを提案した．ここで直交描画とは，各辺を垂直・水平線分からなる経路として描いたグラフ描画である．提案手法の一部として，本研究では以下の方法を作成した．(i) ダミー頂点の共有化を行う方法，(ii) ダミー頂点共有後のグラフの辺集合から高階辺の集合を作成する方法，(iii) 描画中の水平線分の長さの総和が小さくなるように頂点のx座標を定める方法，及び(iv) 高階辺を描画する方法．最後の方法(iv)は，各高階辺の描画に2本の水平線分を用い得るものとして，辺交差数を少なく抑えながら，直交描画を求めるものである．

研究成果の概要（英文）：In this research, we have presented algorithms for finding an orthogonal drawing of a hierarchical graph. In an orthogonal drawing, each edge is drawn as a path consisting of vertical and horizontal line segments. The proposed algorithms include the following methods: (i) an algorithm for sharing dummy vertices, (ii) a method for creating hyperedges from the set of edges of the resultant graph, (iii) a method for determining the x-coordinates of the vertices so that the total sum of the lengths of horizontal line segments becomes small, and (iv) an algorithm for drawing hyperedges. The last algorithm (iv) uses at most two horizontal line segments to draw each hyperedge and can make the number of edge crossings in the graph drawing small.

研究分野：総合領域

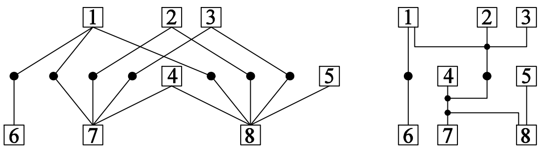
キーワード：アルゴリズム　グラフ理論　描画

１．研究開始当初の背景

頂点と辺からなるグラフは，様々な構造を表現するために用いることができる．その際，グラフの頂点はその構造の構成要素を表し，辺は対応する構成要素間に何らかの関係があることを示す．グラフの適切な描画は，それが表している構造の理解のために非常に有効であり，日常生活においてもよく用いられている．複雑なグラフの適切な描画を人手で求めることは困難な作業であるため，グラフの自動描画アルゴリズムに関する研究が広く行われてきている．

グラフの階層描画は，作業工程図，科目間関係図，有向グラフなどの描画に広く用いられている．階層グラフの代表的な描画アルゴリズムとして，Sugiyamaら（K. Sugiyama et al.,“Methods for visual understanding of hierarchical system structures,” IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics, Vol.SMC-11, pp.109-125, 1981.）の方法が知られている．この方法は，まず，各長辺（連続していない階層の2頂点を結ぶ辺）に対して，それがまたぐ階層ごとにダミー頂点を追加する．そして，各階層における頂点（ダミー頂点を含む）の配置順序と各頂点の座標を決定した後，各辺を描く．

頂点座標の決定後，各辺を直線で描いた描画を直線描画と呼ぶ．図1(a)はある3階層グラフの直線描画の例であり，黒丸で示した七つの頂点がダミー頂点である．直線描画における各階層の頂点の配置順序の決定法及び頂点座標の決定法に関して，これまでに多くの研究が行われている．



(a) (b)

図1：階層描画の例

与えられた階層グラフに長辺が多くある場合，ダミー頂点の個数が多くなり，それに伴って描画幅も大きくなる．我々は，ダミー頂点数や辺数を少なくし，描画をより簡潔でコンパクトなものにするため，ダミー頂点の共有化と呼ばれる処理を提案している（荒木他，“階層グラフ描画におけるダミー頂点の共有,”電子情報通信学会論文誌(A), Vol.J94-A, pp.950-959, 2011.）．

直線描画では，グラフが密になると辺交差数が非常に多くなり，グラフの構造が把握しづらくなることがある．辺交差数を減らすための一つの方法として，本研究では，ダミー頂点導入後のグラフの各辺を垂直・水平線分からなる経路として描く直交描画に注目する．図1(b) は，同図(a)のグラフにダミー頂点の共有化処理を実行した後，直交描画を求めた例である（図中，ダミー頂点より小さい黒丸は辺の分岐点を示している）．

ダミー頂点導入後の階層グラフにおいて，ある階層の頂点のある集合Sとすぐ下の階層の頂点のある集合S′に対し，S∪S′から誘導される部分グラフが完全2部グラフをなすとき，その辺集合を完全2部辺集合と呼ぶことにする．階層グラフの直交描画アルゴリズムでは，連続する2階層ごとにそれらの間の辺の集合を完全2部辺集合に分割し，同じ完全2部辺集合に属する辺の経路が垂直・水平線分の一部を共有することを許して，各完全2部辺集合を辺の交差なしに描くことができる．図２参照．分割された完全2部辺集合のそれぞれを高階辺と呼ぶ．

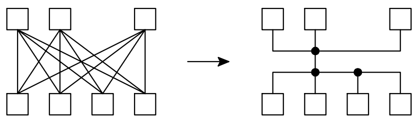


図2：高階辺の描画の例

直交描画において，異なる高階辺の線分が交差する回数を辺交差数と呼ぶ．直線描画と異なり，各高階辺を交差なしで描けることは，直交描画の大きな利点である．しかし既存の直交描画法では，各高階辺の頂点数や描画形態に様々な制約を加えており，この利点を活かしきれていなかった．例えば，Sander（G. Sander,“Layout of directed hypergraphs with orthogonal hyperedges,” Proc. 11th International Symp. on Graph Drawing, LNCS, Vol.2912, pp.381-386, 2004.）は，各高階辺の上階層の頂点数|S|が1に限るという制約を設けていた．また，Eschbachら（T. Eschbach et al.,“Orthogonal hypergraph drawing for improved visibility,” J. Graph Algorithms and Applications, Vol.10, pp.141-157, 2006.）は，|S|が2以上である高階辺も考えていたが，各高階辺の描画に用い得る水平線分の本数を1以下に制限しており，これが辺交差数を大きく増やす原因になる場合があった．例えば，図3(a)では各高階辺の描画に1本しか水平線分を用いておらず，辺交差数は8になっている．一方．同図(b)では，2本の高階辺の描画に水平線分を2本ずつ用いることによって，辺交差数を2に削減することができている．

２．研究の目的

本研究の目的は，階層グラフの直交描画を求める有効なアルゴリズムを提案することである．

本研究では，各高階辺の上下階層の頂点数

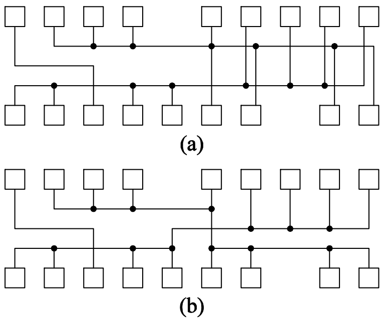


図3： 2本の水平線分を用いることにより，辺交差数を削減できる例

に制限を設けない．また，各高階辺を描画する際に，2本の水平線分を用いてもよいものとする．具体的には，図2右の例のように，各高階辺に対して，基本的に上階層の頂点を垂直線分と高々1本の水平線分（上水平線分）を用いてつなぎ，下階層の頂点を垂直線分と高々1本の水平線分（下水平線分）を用いてつないで，それらの水平線分間を垂直線分で接続するものとする．

階層グラフの直交描画では，グラフの構造が明確であり，辺を表す経路をたどりやすいことが望まれる．一般に，辺交差数が非常に多い描画は，グラフの構造が不明確である．また，水平線分のy座標の個数が多くて水平線分間の間隔が小さい直交描画や，長い水平線分が多く存在する直交描画は，辺を表す経路がたどりにくく見づらい．

本論文の提案手法は，辺交差数を少なくすることを第1の目標としたものであるが，水平線分のy座標の個数や高階辺の水平線分の長さの総和を小さくすることも考慮している．

３．研究の方法

以下の(1)，(2)の手順で研究を行った．

(1) 単純な階層グラフ $G=(V,E)$が与えられたときに，その直交描画を以下の５段階の処理で求めるアルゴリズムを作成した．この方法を，以降では提案手法１と呼ぶ．

第1段階：ダミー頂点の集合の決定
第2段階：高階辺の集合の決定
第3段階：各階層における頂点の配置順序の決定
第4段階：各頂点のx座標の決定
第5段階：各高階辺の各垂直・水平線分の座標の決定と描画

提案手法1の第1段階では，ダミー頂点の共有化を行うことにより，ダミー頂点数と辺数の少ない階層グラフを求めることを目的とした．ダミー頂点数を最小にする問題，辺数を最小にする問題は，いずれもNP困難であるが，我々はこれらに共通して用い得る発見的手法を既に開発していた（荒木他“階層グラフ描画におけるダミー頂点の共有，”電子情報通信学会論文誌(A)，vol.J94-A，pp.950-959，2011.）．そこで，提案手法1の第1段階では，この方法を用いることにした．

第1段階終了後の階層グラフを$G^*=(V^*, E^*)$と表すことにする．第2段階では，高階辺へのE^*の分割で，交差削減数と呼ぶ値の総和が最大となるもののうち，高階辺の本数が最小のものを求める問題を考えた．ここで，高階辺の交差削減数とは，直線描画したときにできる辺交差の個数であり，上階層の頂点数をa，下階層の頂点数をbとしたとき，$ab(a-1)(b-1)$という値になる．この問題がNP困難であるかどうかは分かっていないが，本研究では単純な発見的手法を作成して解を求めることにした．

第3段階においてG^*の各階層における頂点配置順序を決定するためには，直線描画における辺交差数削減を目的として開発された重心法（K. Sugiyama et al.，“Methods for visual understanding of hierarchical system structures，” IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics，vol.SMC-11，pp.109-125，1981.）と田守らの方法（田守他，“局所探索法による階層的描画の辺交差数削減，”電子情報通信学会論文誌(A)，vol.J92-A，pp.55-61，2009.）を用いることにした．

第4段階では，第3段階で決定した頂点配置順序にしたがって，各頂点のx座標を決定する．すべての頂点のx座標は自然数とする．高階辺の描画で用いる任意の水平線分に対し，その左右の端点は垂直線分を介してある頂点に接続される．左右の端点が接続される頂点のx座標の差を，その水平線分の長さと定義する．第4段階では，直交描画におけるすべての水平線分の長さの総和が最小となるように，各頂点のx座標を決定することにした．

提案手法1の第5段階では，第4段階で決定したx座標に各頂点を配置してG^*を直交描画するものとしたとき，辺交差数が最小となる描画のうち，水平線分のy座標の個数が最小になるものを求めるという問題を考えた．この問題はNP困難であるため，発見的手法を開発して直交描画を求めることにした．

以上のようにして提案手法1を作成した後，計算機実験により有効性の評価を行った．

(2) 提案手法1の問題点について考察した後，それらに対処するための改良を加えた．この方法を提案手法2と呼ぶことにする．提案手法2の有効性の評価も計算機実験により行った．

４．研究成果

(1) 提案手法1について

第1段階により得られる階層グラフG^*の階層数をhとし，$i=1,2,...,h$について第i階層の頂点集合をV_iとする．また，連続する2階層の頂点集合$V_i \cup V_{i+1}$から誘導されるG^*の部分グラフをG_iとする．第2段階で高階辺の集合を決

定する際には，各グラフG_iに対して，辺数ができるだけ大きい極大完全2部部分グラフを発見的手法により見つけ，対応する高階辺を設けた後，その部分グラフの辺をG_iから削除するという処理を繰り返し実行する．

第4段階については，直交描画における水平線分長の総和が最小となるように，各頂点のx座標を決定する問題を，線形計画問題に帰着する方法を考案した．提案手法1では，この線形計画問題を，ソルバーSCIPを用いて解いている．

第5段階については，$i=1,2,...,h-1$に対して，V_i とV_{i+1}の間の高階辺を，以下の5つのステップで直交描画するアルゴリズムを開発した（詳細は省略する）．

ステップ1：各高階辺を描画する際に用いる水平線分の集合を決定する．

ステップ2：各高階辺に対し，それが上下水平線分の両方をもつならば，それらを結ぶ垂直線分に仮のx座標を割当てる．

ステップ3：各水平線分にy座標を割当てる．

ステップ4：各高階辺の上下水平線分を結ぶ垂直線分のx座標を変更することにより，辺交差数の削減を試みる．

ステップ5：各頂点に水平線分と垂直線分を接続する．

5つのステップのうち，最も工夫しているのはステップ3，5である．これらのステップでは，水平線分の上下関係，あるいは同一頂点に接続する垂直線分の左右関係を定めるため，以下に述べる問題Aを考えている．

有向グラフHにおいて，任意の2頂点v，wに対し，有向辺$(v\rightarrow w)$が存在するとき且つそのときに限り$(w\rightarrow v)$も存在するならば，Hを双方向グラフと呼ぶ．さらに，以下の2条件を満たす有向グラフ(V_H,E_H)を複合双方向グラフと呼ぶことにする．

(a) $V_H=V_H^1\cup V_H^2$ $(V_H^1\cap V_H^2=\varnothing)$，$E_H=E_H^1\cup E_H^2\cup E_H^3$であり，部分グラフ$(V_H^1,E_H^1)$，$(V_H^2,E_H^2)$のそれぞれが双方向グラフである．

(b) $E_H^3\subseteq\{(v\rightarrow w)\,|\,v\in V_H^1,\ w\in V_H^2\}$である．

有向グラフHの各辺が重みをもっているとき，Hの最小帰還辺集合のうち，辺の重みの総和が最大のものを最大重み最小帰還辺集合と呼ぶ．Hと頂点の任意の部分集合Sに対し，HからSの全頂点（とそれらに接続する辺）を削除したグラフをH-Sと表す．

［問題A］各辺が非負の重みと1あるいは0の長さをもつ複合双方向グラフHに対して，Hの最大重み最小帰還辺集合Xのうち，H-Xにおける最長道の長さが最小となるものを求めよ．□

この問題において，H-Xにおける最長道の長さを考えているのは，直交描画における水平線分のy座標の個数を少なくするためである．辺交差数削減だけを目的とする場合には，次の問題Bを解けばよい．

［問題B］各辺が非負の重みをもつ双方向グラフHが与えられたとき，Hの最大重み最小帰還辺集合を一つ求めよ．□

我々は，問題Aに対する発見的手法を作成して，提案手法1の第5段階のステップ3，5で用いている．また，問題Bが一般にNP困難であることを証明した上で，分枝限定法による厳密解法を開発している．提案手法1が作成する双方向グラフに対してこの厳密解法を適用することにより，直交描画（第4段階までの結果を用い，さらに各高階辺の描画に高々2本の水平線分を用いる場合のもの）における辺交差数の下界を計算することができる．我々は，計算機実験によって，提案手法1による描画の辺交差数がその下界に近いことを示している．

以下，計算機実験の方法と結果について述べる．実験には，ランダムに作成した単純な階層グラフを用いた．グラフの階層数をh，頂点数をn（ダミー頂点作成前の値），辺数をmとしたとき，これらの組合せは(h,n,m)=(2,20,30)，(2,20,40)，(8,40,60)，(8,40,80)の4通りとし，それぞれについて200個のグラフを準備した．このようなデータに対し，提案手法1と次の方法1を実行した．

方法1： 提案手法1の第1，3，4段階を実行した後，各辺を直線で描く方法

実験結果を表1に示す．提案手法1による直交描画の辺交差数は，方法1による直線描画の辺交差数に比べて大幅に少なくなっており，下界に近い値になっている．

表１：実験結果(1)

h	n	m	方法	辺交差数	下界
2	20	30	方法1	61.58	—
			提案手法1	25.96	25.20
2	20	40	方法1	150.04	—
			提案手法1	43.84	42.54
8	40	60	方法1	69.91	—
			提案手法1	54.43	53.87
8	40	80	方法1	153.33	—
			提案手法1	109.44	107.46

(2) 提案手法2について

提案手法2は，提案手法1の第1段階で用いるダミー頂点共有化手法を変更し，さらに後処理を付け加えたものである．

提案手法1の第1段階では，ダミー頂点数や辺数を少なくすることを目的としたダミー頂点共有化アルゴリズムを用いていたが，この方法は連続したある2階層の間に辺を多く作ることがあった．そこで，直線描画をしたときの辺交差数を少なくすることを目的としたダミー頂点共有化手法を開発したところ，上記の方法に比べ，連続した2階層間に辺が過度

に集中することを避けることができた．このことは，直交描画における辺交差数の削減，及び，連続した2階層間の水平線分の密集の回避につながると期待できたため，提案手法2では第1段階において，新しいダミー頂点共有化手法を用いることにした．

また提案手法1では，各高階辺の描画に最大で2本の水平線分を用いているが，局所的に水平線分を減らすことにより辺交差数を削減できる場合もあった．そこで提案手法2では，第5段階の実行後，高階辺を1本ずつ調べていき，水平線分を減らして辺交差数を削減できる箇所ではそのようにするという後処理を加えることにした．

ランダムに作成した単純な階層グラフGを用いて計算機実験を行った．階層数h，頂点数n，辺数mの組合せは(h,n,m)= (4,20,30)，(4,20,40)，(6,40,60)，(6,40,80)の4通りとし，それぞれについて200個のグラフを用意した．このようなデータに対し，提案手法1と提案手法2を実行し，得られた直交描画の辺交差数と，以下に定義する値maxBを求めた．

直交描画において，連続する2階層間に存在する水平線分のy座標の個数が多くなると，その2階層間で水平線分間の間隔を狭くせざるをえない．$i=1,2,...,h-1$ について，第i階層と第i+1階層との間の水平線分のy座標の個数をB_iと表し，$\mathrm{maxB}=\max_i B_i$と定義する．水平線分の密集を避けるためには，maxBの値を小さくすることが望ましい．

実験結果を表2に示す．提案手法2による描画の辺交差数は提案手法1よりかなり少ない．また，maxBの値も小さくなっており，水平線分の密集を多少緩和できていることが分かる．

表２：実験結果(2)

h	n	m	方法	辺交差数	maxB
4	20	30	提案手法１	14.90	3.82
			提案手法２	11.49	3.38
4	20	40	提案手法１	29.45	5.38
			提案手法２	24.35	4.66
6	40	60	提案手法１	61.38	5.83
			提案手法２	43.37	4.87
6	40	80	提案手法１	122.66	8.54
			提案手法２	94.86	6.78

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計　４件）

① 的場 郁典，増田 澄男，荒木 徹也，斎藤寿樹，山口 一章，階層グラフ描画における道の移動処理を用いた頂点順序決定法，電子情報通信学会論文誌(A)，査読有，Vol.J98-A，No.1，2015，pp.152-164

② 堀尾 明久，増田 澄男，荒木 徹也，斎藤寿樹，山口 一章，辺交差数が少ない階層グラフ描画作成のためのダミー頂点共有処理，電子情報通信学会論文誌(A)，査読有，Vol.J97-A，No.11，2014，pp. 704-707

③ 荒木 徹也，増田 澄男，斎藤 寿樹，山口一章，双方向グラフの最大重み最小帰還辺集合問題について，神戸大学大学院工学研究科・システム情報学研究科紀要，査読有，第5号，2014，pp.59-64

④ 荒木 徹也，増田 澄男，的場 郁典，山口一章，斎藤 寿樹，階層グラフの直交描画アルゴリズム，電子情報通信学会論文誌(A)，査読有，Vol.J97-A，No.3，2014，pp.178-196

〔学会発表〕（計　９件）

① 荒木 徹也，増田 澄男，山口 一章，階層グラフの直交描画における辺交差数削減，平成26年電気関係学会関西連合大会，2014.10.24，奈良先端科学技術大学院大学（奈良県）

② 荒木 徹也，増田 澄男，的場 郁典，山口一章，斎藤 寿樹，階層グラフの直交描画アルゴリズム，電子情報通信学会コンピュテーション研究会，2013.4.24，神戸大学（兵庫県）

③ 荒木 徹也，山口 一章，増田 澄男，階層グラフの直交描画における線分座標決定，平成24年度情報処理学会関西支部支部大会，2012.9.21，大阪大学中之島センター（大阪府大阪市）

６．研究組織

(1) 研究代表者

増田　澄男（MASUDA，Sumio）
神戸大学・大学院工学研究科・教授
研究者番号：８０１７３７４８

(2) 研究分担者

なし

(3)連携研究者

山口　一章（YAMAGUCHI，Kazuaki）
神戸大学・大学院工学研究科・准教授
研究者番号：６０２７３７６０