

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 31 日現在

機関番号：14302

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24501051

研究課題名(和文) 文化的目的を意識した高校と大学をつなぐ数学学習教材の開発的研究

研究課題名(英文) Development study of mathematics learning materials that connects the high school and the university based on cultural teleology

研究代表者

大竹 博巳(Ohtake, Hiromi)

京都教育大学・教育学部・准教授

研究者番号：70168970

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,200,000円

研究成果の概要(和文)：数学教育の価値は、社会的目的論・実目的論・陶冶的目的論・文化的目的論の四つの視点から論じられることが一般的であり、このうち、数学を一つの文化遺産と捉え、教育を通じたそれらの継承・発展を強調するのが文化的目的論である。本研究では、高等学校における数学学習に対する動機付けに寄与するために、数学及び数学学習の文化的価値を学習者が認識し味わうことができるような高大連携的な数学学習教材を開発し、授業実践を通じて評価・改良を行なった。

研究成果の概要(英文)：The value of mathematics education is discussed from four perspectives: social teleology, practical teleology, cultivating teleology and cultural teleology. Regarded mathematics as one of the cultural heritage of the human beings, it is cultural teleology to emphasize their inheritance and development through education. In our research, in order to increase the motivation for mathematics learning in high school, we developed mathematical learning materials which can be recognized the cultural value of mathematics and mathematical learning, and estimated through class practice and improved.

研究分野：複素解析学、数学教育

キーワード：科学教育 高大接続教育 高大連携教育 数学教材開発 数学教育

1. 研究開始当初の背景

高等学校への進学率が 95% を超えて久しいが、昨今の高等学校における「理数離れ」現象や、大学入学者の 4 割以上が推薦入試や A0 入試等によるものであるといった実態(文部科学省, 2010)は、高等学校における数学の学習を取り巻く状況を大きく変えている。以前にも増して高等学校における数学学習の動機付けは困難になり、それに伴って、高等学校数学を大学数学に接続させることも困難になってきている。このような状況の中で、我々研究グループに問題として意識されたのは、高等学校における数学学習に対する動機付けの不足、具体的には、将来の数学使用に備えた数学学習を行うことを早々に諦めてしまうという極端な傾向であった。こうした傾向に対処するため、例えば、高等学校では、実用的目的論や陶冶的目的論に訴えかけることが多いように思われるが、様々な学習者が想定される大衆化した中等教育における数学学習の目的論に関しては、これらの目的論だけに頼るわけにはいかず、様々な目的論のバランスをとった議論が必要である。

我が国の数学教育における目的論では、文化的目的論についての認識が著しく低いことはよく知られたところである。人類の営みとして数学がどのようにして生まれ、文化的資産となり、更なる文化の発展に貢献してきたのか、そうした文化的資産の継承・発展はどのように行われてきたのか、他の文化的資産に潜む数学的構造や数学そのものの美しさや面白さなど、数学とその応用に関する文化的価値を感得することは、中等教育以降の数学学習の重要な動機付けに寄与でき、学習者が、既に完成されてしまっている無意味な規則の集合体として数学を捉えることはなくなるであろう。

近年では、そうした文化的目的論に立脚したカリキュラムや教材の開発は、平成 11 年改訂の高等学校学習指導要領における「数学基礎」という科目においてなされ、普及が試みられるはずであった。ところが、その試みが十分になされて来なかったというのも事実であろう。それは、大学数学にまで繋がるような具体的教材開発の少なさがあったように思われる。現行学習指導要領における「数学 I」の課題学習や「数学活用」の意図や意義を考えると、高等学校数学において、文化的目的論を補完しつつ、大学数学に繋がるような教材の開発は、今日的に重要な課題といえた。

2. 研究の目的

本研究は、
(1) 高等学校の文理を問わない普通教育において、目的論として意識されにくい数学及

び数学学習の文化的価値を学習者が認識し味わうことができ、しかも内容的に高等学校の数学の学習指導要領では扱われることが少ないが大学数学のトピックには繋がるような高大連携的な数学教材を開発し、
(2) そうした教材を使って授業等を行い、それらの評価・修正を行うとともに、
(3) 教材等の成果物を、電子媒体等を通じても利用可能な状態にし、教育現場に還元するという三つのことを目的とするものである。なお、本研究における教材の学習者は、主として高校生を対象とするものの、一般教養や大学初年次教育等において数学を学習しようとする大学生も想定している。

3. 研究の方法

標準的な PDCA サイクルに沿って研究を進めた。具体的には、代数・解析領域を担当する京都班と幾何領域を担当する奈良班の二つの教材作成グループと、作成された教材の評価を行う評価グループに分かれ、

Plan: 研究の参加者が作成した教材素案を二つの教材開発グループの会合の場で練り、新教材の教育目標の明確化

Do: 教材案の全体会合における検討とそれを受けた教材開発グループによる具体的教材作成

Check: 評価グループおよび高校教員による教材の使用可能性についての評価と実際の授業実践による評価

Act: 評価を受けた教材の修正

のサイクルを回して研究を行った。

なお、本研究には、この報告書の最後に記したように、多数の高等学校教員、民間教育機関研究員、大学教員、高等専門学校教員が参加しており、多くの授業実践やいろいろな視点からの評価を行うことができた。また、昨今は、大学教員自身も高大連携講座において高等学校での授業実践をする機会が多くあり、高校数学の現状を理解した上で教材作成を行うことができた。

4. 研究成果

本研究の成果については、下記の[雑誌論文]や[学会発表]にあるように随時、発表・報告を行い、最終的に研究成果報告書(全 196 頁)にまとめ上げた。冊子版研究成果報告書の内容は以下の通りである。このように、文化的目的を意識し、教育実践により評価・改良された多くの教材例はこれまでにないものであり、今後の数学教材開発の参考例となるであろう。

Web版の研究成果報告書も、ネットでの一般公開に適した形に修正の上で、京都教育大学のホームページ上で公開予定である。

第1章 全体会運営記録(長谷川貴之)

- 1.1 研究員構成
- 1.2 全体会開催日時および会場
- 1.3 運営状況

第2章 中等数学教育における文化的目的論の位置づけ(山田篤史)

- 2.1 はじめに
- 2.2 数学教育の目的論について議論するための観点
- 2.3 数学教育の伝統的な目的論についての議論
- 2.4 数学教育における文化的目的論の位置づけ
- 2.5 おわりに

第II部 研究参加者の感想・意見

第III部 幾何班

第1章 幾何班報告(重松敬一)

- 1.1 幾何分野担当者
- 1.2 幾何分野担当者活動日程
- 1.3 検討内容
 - 1.3.1 高校教育課程:課題学習,数学基礎,数学活用
 - 1.3.2 諸外国における数学教育
 - 1.3.3 授業教材開発
 - 1.3.4 数学教材開発
 - 1.3.5 授業実践での気付き
- 1.4 文化的な教材開発や実践の議論の整理
- 1.5 その他
 - 1.5.1 スーパーサイエンスハイスクール(SSH)の数学に関する課題研究の例
 - 1.5.2 数学オリンピック出場者の横顔,朝日新聞
- 1.6 重松:数学学習の文化化のまとめ(概要)

第2章 指数・対数の価値を伝える教材研究(花木良)

1. はじめに
2. 対数誕生の背景
3. 調査
4. 学習指導要領における変遷
5. 先行研究の考察
6. 指数・対数指導の困難な点
7. 指数・対数の指導に関する提案
8. 指数・対数教材の価値
9. おわりに

第3章 エッシャータイリング(花木良)

第4章 三角形・四角形の性質を活用する教材研究 中学・高等学校向け離散グラフ教材(真鍋佑香・花木良)

1. 研究の背景
2. 教材
3. 発展的教材
4. 授業実践の考察
5. 教材の可能性

第5章 万華鏡を用いた算数・数学教材の開発

(花木良・井手内彩)

1. はじめに
2. 教材
3. 教材の価値
4. 教材まとめと今後の課題

第6章 文化的視点を意識したベクトルの導入(横弥直浩)

第7章 耐震強度の教材と授業実践(横弥直浩)

第8章 授業実践報告:万華鏡(酒井淳平)

0. はじめに
1. 授業について
2. 授業への生徒の反応,感想
3. 授業全体の総括
4. 今後の課題

配布プリント

アンケート

映写画面

第IV部 代数・解析班

第1章 解析・代数班報告(大竹博巳)

- 1.1 解析・代数班会合出席者
- 1.2 解析・代数班活動日程
- 1.3 解析・代数班活動内容
- 1.4 学会発表

第2章 数学の文化的価値について ~素数に関する2つの話題 RSA 暗号と Miller-Rabin 素数判定法(槌田直)

- 2.1 はじめに
- 2.2 準備
 - 2.2.1 Euclid の互除法
 - 2.2.2 素数
 - 2.2.3 合同式
 - 2.2.4 不定方程式についての復習
 - 2.2.5 中国剰余定理
 - 2.2.6 Euler の関数
 - 2.2.7 巡回群について
 - 2.2.8 既約剰余類の群 $(\mathbb{Z}/m\mathbb{Z})^\times$ について
- 2.3 RSA 暗号
 - 2.3.1 公開鍵暗号
 - 2.3.2 RSA 暗号
- 2.4 Miller-Rabin 素数判定法
 - 2.4.1 Fermat テスト
 - 2.4.2 Solovay-Strassen 素数判定法
 - 2.4.3 ± 1 のべき根の個数について
 - 2.4.4 Miller-Rabin 素数判定法

第3章 2013 年文化祭での課題研究

Miller-Rabin 素数判定法の計算実例(槌田直)

- 3.1 はじめに
- 3.2 課題研究
 - 3.2.1 本研究の目的
 - 3.2.2 背景となる数学
 - 3.2.3 想定される学習者
 - 3.2.4 研究の方法
- 3.3 研究内容
 - 3.3.1 Miller-Rabin 素数判定法

3.3.2 素数判定の計算

3.4 結果・課題

3.4.1 課題研究の内容に関する結果・課題

3.4.2 取り組んだ生徒の感想

3.4.3 今後の課題

3.5 発表記録

第4章 バスのステップのドアの曲線(中井保行)

予稿集原稿

配布資料

第5章 フィボナッチ数列と ... (大竹博巳)

5.1 はじめに

5.2 講義内容

5.3 おわりに

【資料】

第V部 個人研究

第1章 高等学校数学科と情報科の関連について(南郷毅)

1.1 はじめに

1.2 高校生に数学の文化を伝えるために

1.3 高等学校数学科と高等学校情報科の関連

1.3.1 本稿で考察対象とする科目

1.3.2 新学習指導要領に見られる関連

1.3.3 教科書の内容に見られる関連

1.4 数学科の学習事項と情報科の学習事項の考え方の関連

1.4.1 情報のデジタル化と表現方法

1.4.2 2進数で情報を表現する考え方の数学への適用

1.5 まとめ

1.6 引用・参考文献

第2章 簡易フレーム教材の作成方法について(南郷毅)

1 はじめに

2 簡易フレーム教材の作成方法

3 簡易フレーム教材への筋交いの入れ方

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計4件)

上田 喜彦、勝美 芳雄、重松 敬一、大規模学力調査における質問紙の役割について 質問紙の項目に対するメタ認知的視点からの検討、全国数学教育学会誌「数学教育学研究」、査読有、第20巻第1号、2014、37-44

吉岡 睦、重松 敬一、数学的活動を通じたコミュニケーション能力の育成に関する一考察、奈良教育大学教育実践開発研究センター研究紀要、査読有、第23号、2014、89-96

花木 良、指数・対数の価値を伝える教材研究、日本数学教育学会 数学教育学論究 臨時増刊 第46回秋期研究大会特

集号、査読有、第95巻、2013、273-280

中井 保行、吉田光由の墓石発見か 京都嵯峨二尊院の無名墓石について、京都府高等学校数学研究会研究紀要、査読無、第54号、2013、2-6

〔学会発表〕(計17件)

吉井 貴寿、伊藤 直治、近藤 裕、舟橋 友香、加藤 哲也、荘司 雅規、村田 沙耶、科学館との連携を通じた算数・数学科教員養成の構想、数学教育学会2015年春季年会、2015年3月23日、明治大学(東京都千代田区)

中井 保行、バスのステップのドアの曲線～身近な数学へのアプローチ～、日本数学教育学会 第61回近畿算数・数学教育研究(兵庫)大会、2014年11月21日、神戸市立東灘区民センター(兵庫県神戸市)

長崎 栄三、太田 伸也、大谷 実、久保 良宏、重松 敬一、瀬沼 花子、滝井 章、阿部 好貴、島田 功、長尾 篤志、西村 圭一、日野 圭子、松元 新一郎、牛場 正則、上田 雅也、小田 友美、佐藤 裕二、島崎 晃、清水 壽典、鶴岡 武臣、松島 充、現代社会における数学的リテラシーの構成・分析と教育的枠組、日本数学教育学会秋期研究大会、2014年11月8日、熊本大学(熊本県・熊本市)

加勢 順子、河原 治、長谷川 貴之、中村 登、橋本 伊都子、富山高専(本郷)での数学補習における具体的事例の紹介、日本数学教育学会 第63回北陸四県数学教育研究(金沢)大会、2014年10月24日、金沢工業大学(石川県野々市市)

中村 登、加勢 順子、長谷川 貴之、橋本 伊都子、河原 治、富山高専(本郷)での組織的な数学補習についての報告、日本数学教育学会 第63回北陸四県数学教育研究(金沢)大会、2014年10月24日、金沢工業大学(石川県野々市市)

花木 良、井手内 彩、万華鏡を用いた算数・数学教材の開発、日本教材学会 第26回研究発表大会(中部大会)、2014年10月19日、中部大学(愛知県春日井市)

河原 治、長谷川 貴之、中村 登、橋本 伊都子、低・中学年に対する組織的な数学補習の試行に関する報告、平成26年度全国高専教育フォーラム、2014年8月27日、金沢大学(石川県金沢市)

中井 保行、地域文化の教材化を目指した動画教材「塵劫記序」の作成、日本数学教育学会 第96回全国算数・数学教育研

究(鳥取)大会、2014年8月1日、米子コンベンションセンター(鳥取県米子市)

南郷 毅、数学の良さを強調した指導について、日本数学教育学会 第96回全国算数・数学教育研究(鳥取)大会、2014年7月31日、米子コンベンションセンター(鳥取県米子市)

中村 登、長谷川 貴之、富永 雅、高等専門学校での数学教育の改善点を探る～大学生数学基本調査から～、数学教育学会 2014年度数学教育学会夏季研究会(関西エリア)、2014年6月21日、大阪教育大学(大阪府大阪市)

槌田 直、2013年の文化祭での取り組みについて～Miller-Rabin法 確率的素数判定～、日本数学教育学会 第60回近畿算数・数学教育研究(和歌山)大会、2013年11月8日、和歌山県民文化会館(和歌山県和歌山市)

喜田 英昭、高等学校における問題設定学習の実践研究 問題設定学習の社会的側面からの実践的考察、日本数学教育学会 第95回全国算数・数学教育研究(山梨)大会、2013年8月4日、山梨県立甲府第一高等学校(山梨県甲府市)

長谷川 貴之、多項式によるある補間公式について、富山県教師の学び支援塾事業提案型研修講座「2012年度第2回きときと数学研修会」、2013年1月26日、富山県総合教育センター(富山県富山市)

中井 保行、塵劫記 無名墓名の謎、日本数学教育学会 第96回近畿算数・数学教育研究(大阪)大会、2012年11月9日、堺市産業振興センター(大阪府堺市)

長谷川 貴之、円順列と妖怪と発達障碍、日本数学教育学会 第61回北陸四県数学教育研究(敦賀)大会、2012年10月26日、福井県立敦賀高等学校(福井県敦賀市)

中井 保行、2011年問題、日本数学教育学会 第94回全国算数・数学教育研究(福岡)大会、2012年8月7日、北九州市立男女共同参画センター・ムーブ(福岡県北九州市)

重松 敬一、勝美 芳雄、上田 喜彦、METACOGNITION: THE ROLE OF THE "INNER TEACHER" (9)、ICME12、2012年7月13日、ソウル(韓国)

〔図書〕(計1件)

小山 正孝(編著)、山田 篤史、影山 和也、清水 紀宏、渡邊 慶子、吉村 直道、加藤 久恵、山口 武志、岡崎 正和、岩田 耕司、高井 吾朗、井上 芳文、富永 和宏、喜田 英昭、砂原 徹、橋本 三嗣、協同出版、教師教育講座第14巻 中等数学教育、2014、346(山田 21-49、井上 217-227、喜田 251-271)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

大竹 博巳(OHTAKE, Hiromi)
京都教育大学・教育学部・准教授
研究者番号: 70168970

(2) 研究分担者

河野 芳文(KOHNO, Yoshifumi)
高知工科大学・工学部・教授
研究者番号: 00441527

山田 篤史(YAMADA, Atsushi)
愛知教育大学・教育学部・教授
研究者番号: 20273823

長谷川 貴之(HSEGAWA, Takayuki)
富山高等専門学校・一般教養科・教授
研究者番号: 70553197

花木 良(HANAKI, Ryo)
奈良教育大学・教育学部・准教授
研究者番号: 70549162

(3) 連携研究者

丹後 弘司(TANGO, Hiroshi)
京都教育大学・名誉教授
研究者番号: 10025471

重松敬一(SHIGEMATSU, Keiichi)
奈良教育大学・名誉教授
研究者番号: 40116281

(4) 研究協力者

荒井 徳充(ARAI, Tokumitsu)
河合文化教育研究所・研究員

井上 芳文(INOUE, Yoshifumi)
広島県立広島高等学校・教諭

大竹 真一(OTAKE, Shinichi)
河合文化教育研究所・研究員

川口 慎二(KAWAGICHI, Shinji)
奈良女子大学附属中等教育学校・教諭

喜田 英昭(KIDA, Hideaki)
広島大学附属中・高等学校・教諭

酒井 淳平 (SAKAI, Junpei)
立命館宇治中学校・高等学校・教諭

谷本 富彦 (TANIMOTO, Tomihiko)
大坂桐蔭高校・客員講師

辻 幹雄 (TSUJI, Mikio)
京都産業大学・名誉教授

槌田 直 (TSUCHIDA, Naoshi)
福知山成美高等学校・教諭

冨田 佳子 (TOMITA, Keiko)
京都教育大学附属高等学校・元非常勤講師

中井 保行 (NAKAI, Yasuyuki)
京都府立嵯峨野高等学校・教諭

南郷 毅 (NANGO, Tsuyoshi)
弓削商船高等専門学校・総合教育科・講師

本庄 隆 (HONJO, Takashi)
大坂桐蔭高校・客員講師

山岸 義和 (KAWAGISHI, Yoshikazu)
龍谷大学・理工学部・講師

横 弥直浩 (YOKO, Yasuhiro)
奈良女子大学附属中等教育学校・教諭

吉岡 淳 (YOSHIOKA, Atsushi)
奈良県立奈良北高等学校・教諭

吉田 明史 (YOSHIDA, Akeshi)
奈良学園大学奈良文化女子短期大学部・学
長