

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 9 月 27 日現在

機関番号：32641

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2012～2015

課題番号：24530202

研究課題名(和文) 複数の時間遅延および最適性を考慮した非線形経済動学モデルの分析

研究課題名(英文) Multiple Delays in Nonlinear Optimal Economic Dynamics Models

研究代表者

松本 昭夫 (Matsumoto, Akio)

中央大学・経済学部・教授

研究者番号：50149473

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：経済には様々な遅延が存在するが、その数理的な処理の難しさから経済分析に明示的に時間遅延が現れることはあまりなかった。本研究は三つの基本的な経済モデル(不完全競争モデル、新古典派経済成長モデル、IS-LMモデル)を取り上げ、時間遅延が動学に及ぼす影響を解析的および数値的に考察した。(1)教科書的な簡単な枠組みであっても時間遅延は不安定効果を持ち、循環的変動を生み出す。(2)複数の時間遅延が共存する場合にはその相対的に大きさに応じて不安定化させたり安定化させたりする効果が出てくる。(3)複数の遅延をもつ経済モデルではHopf分岐により不安定した解は周期からカオスを含む複雑な変動へと変化する。

研究成果の概要(英文)：Although the instability effect caused by the delay has been known, its explicit considerations in economic models are not fully done due to the mathematical difficulties in dealing with the delays. This project introduces single and multiple delays into the well-known economic models (imperfect competition models, neoclassical economic growth model and IS-LM models) and examines the delay effects analytically as well as numerically. We have three main results: (1) it is confirmed that even single delay can destabilize otherwise stable economic models; (2) multiple delays has the double edge effect implying that stability and instability are sequentially repeated as a length of one delay become larger and the other is kept fixed; (3) the steady state is destabilized and then bifurcates to various dynamics ranging from simple cyclic dynamics to complex dynamics involving chaotic behavior.

研究分野：経済動学

キーワード：固定時間遅延 非線形性 不安定性 経済動学 Hopf分岐 限定合理性 連続分布時間遅延 適応的学習過程

1. 研究開始当初の背景

1940 - 50 年代に発表された N. Kaldor, R. Goodwin, M. Kalecki, J. Hicks などによる非線形マクロ経済モデルは「非線形性」と「時間遅延」が実際の経済で観測される経済変数の持続的な不規則変動に及ぼす効果を分析する嚆矢となった。しかしながら、これらの古典的非線形マクロモデルは、その後、大きな進展を見せずに、表舞台から退いて行った。1970 年代後半に発見されたカオス理論は、経済学にも導入され、1980 年代初頭から 1990 年代後半にかけて、離散の時間の一次元非線形経済モデルが生み出す解の挙動、その動学的構造を解明する理論的手法について大きな進展に寄与した。古典的非線形マクロモデルも、この新しい理論により再考察が施され、主に数値シミュレーションなどにより、周期的変動だけでなくカオスを含む複雑な変動を生み出していることなどが確認されている。他方、連続時間モデルについては線形の動学モデルであっても時間遅延がある場合には、解が周期的振る舞いをする事は知られていた。1990 年代に入り「時間遅延」が動学寡占モデルに導入され、競争相手の情報に関する時間遅延も、複雑な動学を生み出す源泉であることが明らかにされている。その後景気循環モデル、ケインズモデル、ストック市場動学、内生的成長モデル等時間遅延を含む動学分析が様々な分野で行われ始めたが、多くの場合に数学的な処理の難しさから時間遅延は一種類に限られていた。Matsumoto-Szidarovszky-Yoshida の業績 (Computational Economics, vol.38, 311-327, 2011) は線形の複占モデルであるが、二種類の時間遅延が混在するケールを取り扱った数少ない業績の一つである。

2. 研究の目的

本研究は科研費(基盤研究 C 21530172)で得られた結果を以下の二つの方向に拡張する。

【1】前研究では非線形経済動学モデルに一種類の時間遅延を導入した。これを複数の時間遅延が混在するケースへと考察の範囲を広げる。

【2】アドホックなモデル構造を改善するため動学的最適化を考慮したミクロ的基礎を持つ非線形動学モデルを構築し、時間遅延が動学に及ぼす影響を考察する。

これらの拡張により、経済動学モデルの理論的フレームワークを再構成し、経済変動の最適性の検証や現実的妥当性を高めることを目指す。

3. 研究の方法

研究代表者は 2005 年頃より Ferenc

Szidarovsky 教授(数学が専門)と経済動学モデルに関する共同研究を始めた。本研究においても研究協力者としての参加を要請し、共同研究を行う予定である。3 つの経済動学モデル(非線形不完全競争モデル、Solow-Swan 型の新古典派経済成長モデル、IS-LM モデル)に複数の時間遅延を導入し、順次、各自の比較優位を生かしながら数理分析および数値分析を行う。基本的な経済モデルの構築および数値分析は主に研究代表者が、数理分析については共同で研究を行う。現在のインターネット環境のもとでは物理的な距離は共同研究を進める上で大きな障害にはならない。しかしながら「隔靴搔痒」感があるのは否めないため、直接の議論・討議をするため、研究代表者が先方に出向いたり、研究協力者を中央大学に招請する予定である。中間的な研究成果については国内外のセミナー、学会等において積極的に報告を行い、専門家との意見交換を通じて研究の精緻化に努め、専門雑誌に投稿する予定である。

4. 研究成果

(1) 数理分析

時間遅延が動学に及ぼす影響をまず単純な一階微分方程式に遅延 T を、次いで遅延 T1 と T2 を導入し遅延微分方程式あるいは差分-微分混合方程式を求め、

$$dx(t)/dt + Ax(t-T) = 0$$

$$dx(t)/dt + Ax(t-T1) + Bx(t-T2) = 0$$

これらを数理的に分析し、以下の結果を得た。
[結論 I]: 遅延が一つの場合は大きな遅延は不安定効果があり、Hopf 分岐を通じて安定的な極限循環解を生み出す。

[結論 II]: 遅延が複数に増えると遅延の大きさに応じて不安定効果と安定効果が生み出され、不安定化した定常点は Hopf 分岐を通じて循環解を生み出すが、さらなる遅延の増加は不安定解を安定化させて定常解に収束する軌道を生み出す。この安定-不安定の交代が相互に発生する遅延効果は複数の遅延を持つ場合の特有の現象である。

(2) 非線形不完全競争モデル分析

不完全競争市場として、独占市場、複占市場と寡占市場を取り上げ、上記(1)の数理分析に基づき数量・価格変動を考察する。

独占市場-I

教科書的な線形の需要曲線に直面する独占企業は曲線の傾き(限界価格)は既知であるが、財の最大価格は未知で、過去の価格データからそれを推定すると想定すると調整方程式は一階の遅延微分方程式で記述できる。他方、推定調整に遅延のフィードバックを考慮すると動学方程式は二階の遅延方程式になり[結論 I]と[結論 II]を直接応用することで動学を考察できる。

独占市場-I

二つの異なる遅延、固定時間遅延と連続分布時間遅延が限定合理的な独占企業の動学に及ぼす影響を比較検討している。まず一般的な価格と費用関数のもとでの定常点の単一性を確認し、勾配法に基づく連続時間の数量調整過程の安定条件を導出。次いで離散時間の調整過程を構築し同様に安定条件を求める。両調整過程を比較することにより、連続時間モデルでは時間遅延は Hopf 分岐を通じて循環解が現れるが、離散時間モデルにおいては周期倍加分岐を通じて周期解から非周期解が出現することが示された。

複占市場

二つの異なる時間遅延をもつクールノー・タイプの複占企業の小域的安定性と大域的安定性を分析。安定性変換曲線を求め、パラメータ変化に対するこの曲線の横断条件(安定性喪失・獲得条件)を解析的に求め、数値的に解軌道を求めることで、単純な循環解からカオスを含む複雑な動学が発生することが確かめられた。

寡占市場

N 企業を含むクールノー型寡占市場の安定性に関してはテオカリスの古典的な結果がある: $N=2$ では完全安定、 $N=3$ では中立安定そして N が 4 以上になると必ず不安定になる。この結果は同質財市場を前提としているので、財が差別化されている寡占市場に置ける安定性問題を連続時間および離散時間のもとで再考する。連続時間モデルにおいては財が全て代替材であれば市場に存在する企業数に関係なく必ず安定かすること、補完財の場合には安定性は企業数に依存することが示された。他方離散時間モデルの安定性はテオカリスの結果は緩和されるが、安定条件は企業数および差別化を規定しているのパラメータ値にも依存することが求められた。

(3) 新古典派経済成長モデル分析

通常の新古典派的生産関数に公害が生産に与える負の効果を具現化した山型の生産関数に変換して成長モデルを再考。生産に固定遅延が存在する場合には、遅延効果による定常点の不安定化は Hopf 分岐を通じてカオスを含む複雑な動学が生まれることを示した。他方連続分布遅延の場合にも十分大きな遅延の場合にも Hopf 分岐を通じて極限循環が起きることを示した。

(4) IS-LM モデル分析

連続時間の乗数加速度モデルの消費と投資にそれぞれ異なる時間遅延が存在する場合にマクロデータで観察されるような国民所得の循環的な変動を示すことができた。上記「結論 II」を導いた方法では分析ができなかったので、Gu, et al. (2005, Journal of Mathematical Analysis and Applications, vol.311, 231-252)による全く異なるアプローチを援用して循環解導出の理路を整理した。

非線形性は含むがオーソドックスな IS-LM モデルにおける税金の徴収過程に遅延がある場合を考察。多くの国で所得税は前年度の所得に依存しているなど固定的な遅延は現実には散見する一方、各個人により納税の時期が異なる場合もあり、固定的な遅延と連続分布する遅延の動学に及ぼす影響について考察した。モデルは 3 次元の動学システムになり数理的な分析は困難を伴うので、主に数値分析により安定・不安定の条件の導出、税率の違い、遅延の長さの違いが循環的な解の出現にどのように影響を与えるかを分析した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 20 件)

Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky, Delay dynamics in a classical IS-LM model with tax collections, *Metroeconomica*, 査読有, 投稿採択 (2016 年刊行予定) DOI: 10.1111/meca.12128.

Akio Matsumoto, Ugo Merlone Ferenc Szidarovszky, Oligopolies with contingent workforce and unemployment insurance systems, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 査読有, 27, 52-65, 2015. DOI: 10.1016/j.cnsns.2015.03.001

Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky, The asymptotic behavior in a nonlinear cobweb model with time delays, *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 査読有, 2015, 1-14, 2015. [Http://dx.doi.org/10.1155/2015/312574](http://dx.doi.org/10.1155/2015/312574)

Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky, Delay dynamics of a Cournot game with a heterogeneous duopolies *Applied Mathematics and Computations*, 査読有, 269, 699-723, 2015. DOI: 10.1016/j.amc.2015.07.051

Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky, Nonlinear multiplier-accelerator model with investment and consumption delays, *Structural Change and Economic Dynamics*, 査読有, 33, 1-9, 2015. DOI:10.1016/6.strueco.2015.01.003

Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky, Learning in monopolies with delayed feedback on price expectations, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 査読有, 28, 151-165, 2015. DOI:10.1016/j.cnsns.2015.04.011.

Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky, Nonlinear Cournot duopoly with implementation delays, *Chaos*,

Solitons and Fractals, 査読有, 79
187-165, 2015. DOI:10.1016/
j.chaos.2015.05.010
Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky,
On complex dynamics of monopolies with
gradient adjustment, *Economic
Modeling*, 査読有, 42,220-229,2014.
DOI: 10.1016/j.economod. 2014.06.013
Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky,
Discrete and continuous dynamics in
nonlinear monopolies, *Applied
Mathematics and Computations*, 232,
632-642, 2014, 査読有, DOI: 10.1016/
j.amc.2014.01.101
Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky,
Discrete time delay dynamics of
bounded rational monopoly, *Decisions
in Economics and Finance*, 37, 53-79,
2014, 査読有, DOI: 10.1007/
s10203^013-0141-2
Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky,
Theocharis problem reconsidered in
differentiated oligopoly, *Economic
Research International*, 2014, Article
ID 63-351, 査読有, [http://dx.doi.org/
10.1155/2014/630351](http://dx.doi.org/10.1155/2014/630351)
Carl Chiarella, Akio Matsumoto, Ferenc
Szidarovszky, Isoelastic oligopolies
under uncertainty, *Applied
Mathematics and Computations*, 219,
507-519, 2013, 査読有, DOI: 10.1016/
j.amc.2013.04.040
Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky,
An elementary study of a class of
dynamic systems with single time delay,
CUBO Mathematical Journal, 15, 1-7,
2013, 査読有, [http://dx.doi.org/
10.4067/S0719-0646201300030001](http://dx.doi.org/10.4067/S0719-0646201300030001)
Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky,
Asymptotic behavior of a delay
differential neoclassical growth
model, *Sustainability*, 5, 440-455,
2013, 査読有, DOI: 10.3390/su5020440
Akio Matsumoto, Ugo Merlone, Ferenc
Szidarovszky, Some notes on applying
the Herfindal-Hirschman index,
Applied Economic Letters, 19, 181-184,
2012, 査読有, DOI: 10.1080/
13504851.2011.57-705
Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky,
An elementary study of a class of
dynamic systems with two time delays,
CUBO Mathematical Journal, 14. 103-113,
2012. 査読有 DOI:10.4067/
50719-0646201200030007
Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky,
Nonlinear delay monopoly with bounded
rationality, *Chaos, Solitons and
Fractals*, 45, 507-519, 2012. 査読有,
DOI: 10.1016/j.chaos.2012.01.005.

〔学会発表〕(計7件)

Akio Matsumoto, Nonlinear Cobweb
model with production delays, *the
Pasific Regional Science Conference
Organization*, 2015, 8,5-8, Vina del
Mar Organization (Chile).

Akio Matsumoto, Nonlinear
multiplier-accelerator model with
investment and consumption delays, *8th
workshop "Modelli Dinamici in
Economic e Finanza,"* 2014, 9,18-24,
Urbino (Italy).

Akio Matsumoto, Goodwin accelerator
model augmented with fixed and
distributed time delays, *International Conference on Nonlinear
Economic Dynamics 2013*, 2013, 7,4-6,
Siena (Italy).

Akio Matsumoto, Dynamic monopoly with
multiple continuously distributed
time delays, *7th workshop "Modelli
Dinamici in Economic e Finanza,"* 2012,
9, 20-22, Urbino (Italy).

〔図書〕(計1件)

Akio Matsumoto, Ferenc Szidarovszky,
Springer, *Game Theory and Its Applicatins*,
Springer, 2015, 1-268 頁

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

松本 昭夫 (Akio Matsumoto)

中央大学・経済学部・教授

研究者番号: 50149473

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：

(4) 研究協力者

Ferenc Szidarovszky