

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 5 日現在

機関番号：12501

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24530222

研究課題名(和文) 経済の不平等度の計測に対する統計的モデリングおよび計算機インテンシブ・アプローチ

研究課題名(英文) Statistical modeling and Computational intensive approach for economic inequality

## 研究代表者

西埜 晴久(Nishino, Haruhisa)

千葉大学・法政経学部・准教授

研究者番号：20305410

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：これまでの研究成果として、大きく分けると2つの内容となる。一番目として、5つのパラメータをもつ第2種の一般化ベータ分布を用いた所得分布の推定の研究を行った。2番目として、対数正規分布を仮定して不平等度を含む確率的ボラティリティモデルを開発し、不平等度を表すパラメータの変化にランダムウォーク型を仮定した場合のモデルおよび定常性を仮定した場合のモデルを推定して、2つのモデルの比較を行い、時系列の性質を調べた。

これらの研究は、所得分布をモデル化し、また時系列へと拡張するための有用なモデルを与えると同時に、計算機インテンシブなMCMC法によって推定方法も提供することができた。

研究成果の概要(英文)：We have studied two topics. The first is to estimate the income distribution using the generalized beta distribution of the second kind with five parameters. The second is to construct time series models with the lognormal assumed. In the time series model we analyze a random-walk model and a stationary AR model for changes of the income inequality. These works provide useful econometric models for an income distribution and a time series model for the income. These estimations are given by the computationally intensive MCMC method.

研究分野：計量経済学

キーワード：所得分布 経済格差 計量分析 時系列 MCMC法

## 1. 研究開始当初の背景

日本経済および世界経済においても、近年、経済の不平等度の変化に関心が集まってきた。一方、経済の不平等度については、記述統計による統計数字を用いて議論されることが多かった。例えば、最近、一般にも話題を集めたトマ・ピケティ「21世紀の資本」においても、税務統計の所得の上位の割合を示しているだけである。そこで本研究では不平等度を計量モデルによって推定することを計画していた。

## 2. 研究の目的

経済の不平等度を含む計量モデルを構築し、実際の日本経済および世界経済のデータを用いて推定することにある。

そして、計量モデルを用いることで、まずは、不平等度を示す所得分布そのものを精緻に推定することにある。それは、所得分布の形状を精細に捉えることで、不平等度のありようを把握することができるからである。次に、不平等度の時系列的な変動をとらえた時系列モデルを推定することにある。

## 3. 研究の方法

不平等度を含む計量モデルを構築し、そのモデルを推定した。

具体的には、分布としては5つのパラメータをもつ第2種の一般化ベータ分布を推定することを目指した。推定にあたっては、パラメータ数が多く、モデルの識別性が弱い場合、最尤法よりもベイズ法によるMCMCを用いた。

一方、時系列モデルにおいては対数正規分布を仮定して、不平等度を表現するボラティリティの変動に対し、定常な自己回帰型とランダムウォーク型の二つのタイプのモデルの推定を行った。

## 4. 研究成果

まず、2012年7月に海外からの研究者も招いた上で国際研究集会 6th Japanese-European Bayesian Econometrics and Statistics Meeting ----- A workshop on Bayesian econometrics and statistics is organized by Wolfgang Polasek (IHS, Department of Economics and Finance), Hajime Wago (IMS and Kyoto Sangyo University) and Gianni Amisano (European Central Bank)を千葉大学にて開催した。

本研究集会は大規模な国際研究集会であるISBA2012(International Society for Bayesian Analysis, 国際ベイズ分析学会)の

サテライト・ミーティングとして開催されたものであるが、日本の若手研究者が海外の研究者と研究交流を深める上で、重要な役割を果たした。

次に、今回の研究計画の具体的な成果を研究の内容に即して3つに分けて記述する。

(1) 3つ以上のパラメータを持つ分布についてそのジニ係数などの性質および最尤推定について研究した。特に第2種の一般化ベータ分布および一般化ベータ分布が多くの種類の所得分布を含むので有用であることが分かったが、実際の最尤推定にあたっては初期値の選び方などに難点があることが示された。これらの結果は統計関連学会連合大会において報告を行い、その内容をもとに千葉大学経済研究に掲載した。

さらには、3つ以上のパラメータをもつ代表的な分布である一般化ベータ分布をベイズ的に推定する方法について研究を行い、European Seminar on Bayesian Econometrics (ESOB2012), Computational and Financial Econometrics (CFE2012)などで報告を行っているが、海外の学会でも反響があり、報告のたび毎に研究が進展してきた。

そして、5つのパラメータをもつ一般化ベータ分布を用いた所得分布の推定の研究を行った。この一般化ベータ分布は第1種の一般化ベータ分布および第2種のベータ分布、さらには、Singh-Maddala分布、ガンマ分布といった所得分布の推定に用いられる分布を広範に含む重要な分布である。しかしながら、パラメータの数が5つと多いことから通常最尤推定では、推定値が不安定になり、また、初期値の選び方も難しかった。

そこで、シミュレーションによって事後分布を求めるベイズ的なMCMC法による推定法を開発することで、パラメータ数の多い分布においても適用できる推定法を開発した。また、一般化ベータ分布およびそれに含まれる種々の分布のジニ係数を数値計算も利用して計算を行った。これらの結果は、“Bayesian Estimation of Beta-type Distribution Parameters based on Grouped Data”として現在、投稿中である。

(2) 研究計画年度までに投稿していた研究である所得分布の分位データに対し、漸近正規近似を行うことで、SVモデルへと拡張し、家計調査のデータを用いて実証した研究を“Bayesian estimation of persistent income inequality by lognormal stochastic volatility model,”の論文として国際的学術誌であるJournal of Income Distributionにおいて掲載をみた。本研究において1960年台末から得られる家計調査の5分位データ

を用いて、所得格差を示すパラメータに AR1 の構造を入れることが可能になり、所得格差に対する持続性を示すことができた。

さらには、不平等度を表現する対数正規分布を仮定したもとの確率的ボラティリティモデルに対して、不平等度を表すパラメータの変化にランダムウォーク型を仮定した場合のモデルおよび定常性を仮定した場合のモデルを推定して、2 つのモデルの比較を行った。日本の家計調査のデータを用いてモデル比較を行った結果、ランダムウォーク型のモデルよりも定常性を仮定したモデルが選ばれることが分かった。この結果は日本の所得データの不平等度の持続性のあり方に示唆を与えるものであろう。なお、この成果は、Computational and Financial Econometrics (CFE2013) などでも報告を行い、現在、学術誌に投稿中である。

これらの研究は、MCMC 法といった計算機インテンシブな方法を用いることで、所得分布を精緻にモデル化し、また時系列へと拡張するためのモデルを与えている。したがって、現在関心を集めている所得データの分布を精緻に分析するために有用な手法を提供していると考えている。

(3) 所得データにおいて対数  $t$  分布を用いられることがあった。本研究では、 $t$  分布を入れた単純な時系列モデルを推定することを考え、その推定について研究を行った。 $t$  分布は非正規の分布の中でも知られた分布であるが、その推定の実際については、不明なこともあった。特に  $t$  分布の自由度については、最尤法で推定することに問題があることを指摘し、2014 年の統計関連連合大会でその結果の報告を行った。

また、こうした分布は、他の経済データ、例えば、保険データなどにも適用可能であるので、本研究計画で開発された手法を他の経済データへと応用し、所得以外の経済に関しても、知見を深めることが可能になると考えている。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

(1) 各務和彦・西埜晴久 “Bayesian Estimation of Beta-type Distribution Parameters based on Grouped Data” 研究集会「第 16 回ノンパラメトリック統計解析とベイズ統計」研究報告集. 15-39 (2015), 査読無

(2) 西埜晴久: “第 2 種の一般化ベータ分布

について” 千葉大学経済研究 28. 157-172 (2014), 査読無

(3) Haruhisa Nishino and Kazuhiko Kakamu: “Bayesian Whittle Estimation of ARFIMA model” *Advances and Applications in Statistics* 37. 149-170 (2013), 査読有

(4) 各務和彦: “家計調査からみた日本の所得分配: Singh-Maddala 分布による検討” 千葉大学経済研究 28. 83-99 (2013), 査読無

(5) 西埜晴久: “所得分布を推定するための 3 つ以上のパラメータを持つ分布” 千葉大学経済研究 27. 321-338 (2012), 査読無

(6) Nishino, H. K. Kakamu and T. Oga: “Bayesian estimation of persistent income inequality by lognormal stochastic volatility model” *Journal of Income Distribution* 21. 88-101 (2012), 査読有

[学会発表] (計 19 件)

(1) 西埜晴久: Bayesian Estimation of Beta-type Distribution Parameters based on Grouped Data, 第 16 回ノンパラメトリック統計解析とベイズ統計, 2015 年 3 月 25-26 日, 慶應大学(日吉) (神奈川県・横浜市)

(2) Kazuhiko Kakamu: Approximate Bayesian computation for Lorenz curves from grouped data, Recent Development on Bayesian Econometric Methods and Applications, 2015 February 8, Keio University (Mita), (東京都・港区)

(3) Haruhisa Nishino: Bayesian estimation of beta-type distribution parameters based on grouped data, Recent Developments on Bayesian Econometric Methods and Applications, 2015 February 8, Keio University (Mita), (東京都・港区)

(4) Haruhisa Nishino: GARCH model for income time series data with income inequality 8th International Conference on Computational and Financial Econometrics, CFE 2014, 2014 Dec 6-8, University of Pisa, ピサ (イタリア)

(5) Kazuhiko Kakamu: Regional growth and business cycles in Japan, European Seminar on Bayesian Econometrics, ESBE 2014, 2014 November 6-7, ESSEC La Defense, パリ (フランス)

(6) 西埜晴久:  $t$  分布のイノベーションを持つ ARMA モデルの推定について, 2014 年度統計関連学会連合大会, 2014 年 9 月 13-16 日,

東京大学・本郷（東京都・文京区）

(7) 西埜晴久: 対数正規分布を使った不平等度を含む計量モデルについて, 経済・ファイナンス分析のための統計的方法, 2014年9月12日, 学習院大学 (東京都・豊島区)

(8) Kazuhiko Kakamu: Bayesian estimation of the beta-type distribution parameters based upon grouped data, ISBA 2014 World Meeting, 2014 July 14-18, Cancun Convention Center, カンクン(メキシコ)

(9) Kazuhiko Kakamu: "Simulation studies comparing Dagum and Singh-Maddala income distributions," 日本応用経済学会, 2014年6月21-22日, 徳島大学 (徳島県・徳島市)

(10) Haruhisa Nishino: A random walk stochastic volatility model for income inequality, 7th International Conference on Computational and Financial Econometrics. (20131214-20131216). University of London ロンドン (連合王国)

(11) 各務和彦: 家計調査からみた日本の所得分配: Singh-Maddala 分布による検討, 計量経済分析の最近の展開. (20130817-20130818). 長崎県立大学佐世保校 (長崎県・佐世保市)

(12) 西埜晴久: t 分布のイノベーションを持つ ARMA モデルの推定について, 計量経済分析の最近の展開. (20130817-20130818). 長崎県立大学佐世保校 (長崎県・佐世保市)

(13) Kazuhiko Kakamu: Bayesian estimation of beta type distribution parameters based upon grouped data, Econometric Society Australasian Meeting 2013. (20130709-30130712). the University of Sydney, シドニー (オーストラリア)

(14) Kazuhiko Kakamu: Bayesian estimation of beta type distribution parameters based upon grouped data, International Workshop on Bayesian Econometrics and Computation. (20130201-20130201). Kobe University (兵庫県・神戸市)

(15) Haruhisa Nishino: Bayesian estimation of beta type distribution parameters based upon grouped data, Computational and Financial Econometrics (CFE 2012). (20121201-20121203). Oviedo, Spain オビエド(スペイン)

(16) Kazuhiko Kakamu: Bayesian estimation of beta type distribution parameters based upon grouped data, European Seminar on Bayesian Econometrics ESOBE(2012). (20121101-20121101). The Vienna University of Business and Economics ウィーン(オーストリア)

(17) 西埜晴久: 所得分布を推定するための3パラメータの分布, 統計関連学会連合大会. (20120909-20120912). 北海道大学 (北海道・札幌市)

(18) Haruhisa Nishino: Bayesian estimation of income distribution using grouped data, ISBA 2012 World Meeting. (20120625-20120629). Kyoto melsa(京都府・京都市)

(19) 西埜晴久: グループデータからの所得分布の推定, 応用統計 WS. (20120420-20120420). 東京大学経済学研究科 東京大学本郷キャンパス (東京都・文京区)

[図書] (計 件)

[産業財産権]  
○出願状況 (計 0件)

○取得状況 (計 0件)

[その他]  
ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

西埜 晴久 (NISHINO Haruhisa )  
千葉大学法政経学部・准教授  
研究者番号: 20305410

### (2) 研究分担者

各務 和彦 (KAKAMU Kazuhiko )  
千葉大学法政経学部・准教授  
研究者番号: 00456005