

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 5 日現在

機関番号：24402

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540026

研究課題名(和文)代数解析的手法による代数群の表現論の研究

研究課題名(英文)Research on the representation theory of algebraic groups using algebraic analysis

研究代表者

谷崎 俊之(Tanisaki, Toshiyuki)

大阪市立大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：70142916

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：偶数乗根における量子群の中心の構造を完全に決定した。これにより、中心指標の全体のなす多様体が定まった。今後、これを用いて表現論を展開するためには、この多様体のポアソン構造の決定が必要となる。ほぼできているが、まだ細部のチェックのできていない部分がある。量子座標環の表現論の研究を行い、ソイベルマン加群の生成元と関係式による表示を与えた。これを用いて国場・尾角・山田の結果の統一的証明を与えると共に、彼らの予想の証明を与えた。量子群におけるドリンフェルト双線形形式の代数的研究を行った。特にブレイド群の作用に関する不変性の簡単な新証明を与えた。

研究成果の概要(英文)：We completely determined the structure of the center of a quantized enveloping algebra at an odd root of unity. This gives the variety consisting of central characters. In order to develop the representation theory we need more information about the Poisson structure of this variety. We have almost accomplished it although there remain some points to be checked. We also investigated the representation theory of quantized coordinate algebras. In particular, we have given a description of the Soibelman module via generators and relations. Using this we gave a unified proof of a result of Kuniba-Okado-Yamada. Moreover, we gave a proof of their conjecture. We investigated the Drinfeld pairing of the quantized enveloping algebra by algebraic methods. We gave a new simpler proof of the fact that the Drinfeld pairing is invariant under the action of the braid group.

研究分野：代数群の表現論

キーワード：代数解析 代数群 表現

1. 研究開始当初の背景

正標数における簡約代数群のリー代数の表現論に関しては, Bezurukavnikov-Mirkovic-Vilonen が幾何学的手法を駆使して著しい結果を出していた. 研究代表者は, 1 のベキ根における量子群に対しても, 上述の BMR の結果の類似がある程度成立していることを, 研究代表者の導入した量子旗多様体上の D 加群の理論を用いて示した. しかし, 導来圏における Beilinson-Bernstein 型局所化定理が証明できておらず, 理論は未完成であった.

ベキ根における量子群の表現論では, ベキ根の位数が奇数の場合と偶数の場合で様相がかなり異なる. 偶数乗根の場合のほうが面倒な部分があることもあって, 表現論の研究者は, ほとんど奇数乗根のみしか扱っていなかった. しかし, 他分野への応用等では, 偶数乗根の場合も, 重要であることが知られていた.

より一般に, 近年の代数解析を中心とする幾何学的手法による表現論の進展により, 表現論と, 代数群に関連する幾何的对象の密接な関係が明らかになってきた. これにより, これまで別々の観点から研究されてきた様々な問題が互いに関連していることが分かってきていた.

2. 研究の目的

代数群と量子群の表現論において, 幾何学的手法を用いて, 様々な問題の関係を明らかにすると共に, 以下の問題に関して成果を挙げることを目指す.

- (1) ベキ根における量子群の非制限型表現の研究
- (2) 量子群に対する幾何ラングランズ対応の構成
- (3) アフィン・ヘッケ代数の幾何学的表現論の研究
- (4) アフィン Springer 束の幾何構造の研究

3. 研究の方法

結果が得られれば, 方法論にこだわる訳ではないが, 主として D 加群の理論を中心とする代数解析的手法を活用することにより, 代数群と量子群の表現論の発展を目指す.

4. 研究成果

偶数乗根における量子群の中心の構造を完全に決定した. これにより, 中心指標の全体のなす多様体が定まった. これを用いて表現論を展開するためには, この多様体の Poisson 構造の決定が必要となる. ほぼできているが, まだ細部のチェックのできていない部分がある.

量子座標環の表現論の研究を行い, ソイベルマン加群の生成元と関係式による表示を与えた. これを用いて国場・尾角・山田の結果の統一的証明を与えると共に, 彼らの予想の証明を与えた.

量子群における Drinfeld 双線形形式の代数的研究を行った. 特にブレイド群の作用に関する不変性の簡単な新証明を与えた.

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 12 件)

Tanisaki, Toshiyuki;

Differential operators on quantized flag manifolds at roots of unity II, Nagoya Math. J. 査読有, 214 (2014), 1-52.

doi:10.1215/00277630-2402198

Kaneda, Masaharu; Exceptional

collections of sheaves on quadrics in positive characteristic. São Paulo J. Math. Sci. 査読有, 8 (2014), no. 1, 117-156.

<http://www.ime.usp.br/~spjm//article/?article=499&year=2014>

Tanisaki, Toshiyuki; Manin triples and differential operators on quantum groups, Tokyo J. Math. 査読有, 36 (2013) 49-83.

doi:10.3836/tjm/1374497512

Kaneda, Masaharu; On a lemma of

Samokhin. Algebr. Represent. Theory 査読有, 16 (2013), no. 4, 1159-1163.

doi:10.1007/s10468-012-9350-6

Naito, Satoshi; Sagaki, Daisuke;

Saito, Yoshihisa; Toward

Berenstein-Zelevinsky data in affine type A, Part III: Proof of the connectedness. Symmetries, integrable systems and representations, 査読有, 361-402,

Springer Proc. Math. Stat., 40,
Springer, Heidelberg, 2013.

doi: 10.1007/978-1-4471-4863-0_15

Tanisaki, Toshiyuki; Differential operators on quantized flag manifolds at roots of unity, Advances in Mathematics, 査読有,230 (2012) 2235-2294.

doi:10.1016/j.aim.2012.04.018

Tanisaki, Toshiyuki; D-modules and representation theory.in: Lie Theory and Representation Theory, Surveys of Modern Mathematics, 査読有,vol II (2012) 177--219, International Press.

<http://intlpress.com/site/pub/pages/books/items/00000372/index.html>

Andersen, Henning Haahr; Kaneda, Masaharu; Cohomology of line bundles on the flag variety for type G_2 . J. Pure Appl. Algebra 査読有,216 (2012), no. 7, 1566-1579.

doi:10.1016/j.jpaa.2011.10.013

Kaneda, Masaharu; Homomorphisms between neighboring G_1 T-Verma modules.

Algebraic groups and quantum groups, 105-113, Contemp. Math., 査読有,565, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2012.

doi:<http://dx.doi.org/10.1090/conm/565/11182>

Saito, Yoshihisa; Mirković-Vilonen polytopes and a quiver construction of crystal basis in type A. Int. Math. Res. Not. 査読有,IMRN 2012, no. 17, 3877-3928.

doi: 10.1093/imrn/rnr173

Naito, Satoshi; Sagaki, Daisuke;

Saito, Yoshihisa; Toward

Berenstein-Zelevinsky data in affine type A, part II: Explicit description. Algebraic groups and quantum groups, 185-216, Contemp. Math., 査読有,565, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2012.

doi:<http://dx.doi.org/10.1090/conm/565/11179>

Naito, Satoshi; Sagaki, Daisuke;

Saito, Yoshihisa; Toward

Berenstein-Zelevinsky data in affine type A, part I: Construction of the affine analogs. Algebraic groups and quantum groups, 143-184, Contemp. Math., 査読有,565, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2012.

doi:<http://dx.doi.org/10.1090/conm/565/11180>

[学会発表](計 6件)

谷崎俊之

4面体方程式と量子座標環の表現

第2回釧路表現論研究小集会

北海道教育大学釧路校(北海道釧路市),
2015.2.21-22

T. Tanisaki

Modules over quantized coordinate algebras and PBW-bases,

ICM 2014 Satellite Conference on Representation Theory and Related Topics, 大邱(韓国) 2014.8.6-9.

T. Tanisaki

Modules over quantized function algebras and PBW-bases,

New Perspectives in Integrable Systems
and Representation Theory,
東大駒場 1 6 号館126-127 (東京都目黒
区), 2014.3.4-7.

谷崎俊之

The center of a quantized enveloping
algebra at an even root of unity,
釧路表現論研究小集会
北海道教育大学釧路校(北海道釧路市),
2013.8.22-23

T. Tanisaki

The center of a quantized enveloping
algebra at an even root of unity,
The 6th International Conference on
Representation Theory,
Zhanjiajie(中国), 2013.6.18-23.

谷崎俊之

べき根における量子群の中心
北見代数群セミナー
北見工業大学(北海道北見市),
2012.8.27-28.

6 . 研究組織

(1)研究代表者

谷崎 俊之 (TANISAKI TOSHIYUKI)
大阪市立大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号 : 70142916

(2)研究分担者

兼田 正治 (KANEDA MASAHARU)
大阪市立大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号 : 60204557

(3)連携研究者

斉藤 義久 (SAITO YOSHIHISA)
東京大学・大学院数理科学研究科・准教授
研究者番号 : 20294522