

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 24 日現在

機関番号：32629
研究種目：基盤研究(C)
研究期間：2012～2014
課題番号：24540141
研究課題名(和文) グラフ上の離散確率分布とその応用に関する研究

研究課題名(英文) Statistical distribution theory on graphs

研究代表者

井上 潔司 (Inoue, Kiyoshi)

成蹊大学・経済学部・教授

研究者番号：10384653

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：私は3件の研究課題「無向グラフ上の分布論」、「非サイクル有向グラフ上の連・スキャンの分布」、「二変量試行列上のパターンの分布」について取組んだ。応用上重要である離散分布族の厳密な導出方法の提案を行い、いくつかのアルゴリズムを開発し、数値計算結果とともにその有用性を例証した。さらには、工学的な応用問題解決へとつなげた。これらの結果は専門誌上に5本の論文として発表し、日本数学会・統計関連学会連合大会、国内研究集会で5回の研究発表を行った。

研究成果の概要(英文)：I considered the three topics: 「Discrete distribution theory on undirected graphs」, 「Distribution theory of discrete patterns on directed acyclic graphs」, 「On dual relationships between discrete distributions on bivariate sequences」. I proposed the methods and algorithm for deriving the probability distribution exactly. The illustrative examples are also given in order to demonstrate the feasibility of the methods and algorithm. Furthermore, I presented these results at five conferences and I published five papers on the above topics.

研究分野：統計学

キーワード：離散分布論 数え上げ問題 アルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

過去 3 年間、「グラフ上の離散確率分布とその応用」を研究課題として研究を行ってきた。離散分布論は 1980 年代に入り、信頼性工学や DNA 配列解析といった応用分野との関わりが指摘され、古典的組合せの方法を用いて線形試行列上での厳密分布の研究が行われた。1990 年代に入り、Sobel(1990)による「確率母関数の方法」や Fu, Koutras(1994)による「マルコフ連鎖埋め込み法」が提案され、理論面での大きな発展が見受けられた。このことが応用面にも大きな影響を与え、理論と応用が相互作用し、また、計算機性能の向上も伴い急速に発展した分野であるといえる。しかしながら、グラフ上での分布理論構築は未発展であり、構造が単純なモデルでしか研究が行われてこなかった。重要な応用問題と密接な関係があることが指摘されてはいたが、方法論的にも未整備で研究発展が強く望まれている分野であった。

2. 研究の目的

私はグラフ上の離散分布論の理論発展とその応用を意図した研究に携わっている。応用分野と密接に関わり、重要であるにもかかわらず、理論的に未発展で方法論的にも未整備である分野において、新たなモデルの提案とその解析方法の確立を念頭において研究をすすめてきた。また、周辺の応用分野において活躍する研究者達と継続的にコミュニケーションをとりながら、研究の進展が待たれる分野の開拓を行い、複合分野の活性化に理論・応用・アルゴリズム面から貢献してきた。

3. 研究の方法

応用分野と密接に関わり、発展が待たれる重要な非線形構造体上において確率モデルの提案および、方法論の確立を目指した。ここでは、確率母関数を未知関数とする漸化式系を解析し、厳密な確率分布の導出方法提案を行った。ところが、多くの場合、漸化式系が非線形かつ大規模なものとなり、数式処理の利用が不可欠となる。数式処理を用いた漸化式系の自動生成、および、解析システム構築までを行い、あわせて、数値シミュレーションの技法を取り入れ、多面的な視点から研究に取り組んだ。また、確率母関数を用いた方法論は、柔軟性を有しており、計算機(特に数式処理)との相性が良いことに着目し、理論結果が効率のよいアルゴリズムにつなげることを意識して研究を行った。ここでは、数学・統計理論、数式処理、計算機実験、数値解析といった手法を総合する形で進めることを念頭に置き、計算機上で解析可能な理論結果の導出を目標とした。確立した方法論

と計算機を用いたアルゴリズム的研究を接近させ、数式処理システムを用いた効率よい解析システム構築を行った。

4. 研究成果

3 年間の研究助成期間(2012~2014)に取り組んだ研究課題は大別すると次の 3 つである。

(1) 無向グラフ上の分布論

無向グラフ上における分布問題の解明に取り組んだ。各頂点が二値(0 または 1)をとる確率変数である無向グラフ上において、単純パターンの数の厳密分布の導出方法を提案した。さらには、可換性のような依存性を考慮しての分布導出方法も考察した。これらの結果をもとに、信頼性工学における重要なシステムである consecutive-k-out-of-n:F system を無向グラフ上で扱うことが可能となり、その信頼度を正確に計算することができるようになった。

これらの研究成果を国際的統計専門誌に 1 本の論文(〔雑誌論文〕)、国内統計専門誌に 1 本論文(〔雑誌論文〕)として公表し、日本数学会(〔学会発表〕)および、統計関連学会(〔学会発表〕)で講演を行った。

(2) 非サイクル有向グラフ上の連・スキャンの分布

非サイクル有向グラフ上の分布理論は、重要な応用分野と密接に関わっているにもかかわらず、長く未発展の研究分野であり、方法論的にも未整備であった。そこでまず、「マルコフ世代付き非サイクル有向グラフ」を提案し、理論構築することから始めた。これは、非サイクル有向グラフ上の各頂点にマルコフ依存性を持った $\{0,1\}$ -値確率変数を配置したモデルである。このモデルにおいて、連・スキャン統計量の厳密分布を考察した。従来、線形理論に用いられてきた条件付き確率母関数の方法が高い柔軟性と機能性を備えていることに着目し、グラフ上で適用可能な形式に拡張することで、分布導出方法の提案を行った。その際に、条件付き確率母関数を未知関数とする方程式系を解析する必要が生じる。グラフ上においては、多くの場合、方程式系が非線形かつ大規模なものとなるため、数式処理を利用した方程式系の自動生成・解析システムをあわせて構築した。さらには、このモデル上で種々の母数推定問題に取り組む、最尤推定可能であることを例証した。また、これら理論的結果により、信頼性モデルの提案が可能となり、より複雑なモデル解析が可能となった。例えば、consecutive-k-out-of-n:F システムや

k-within-consecutive-w-out-of-N:F システムの信頼性を厳密に求めることが可能となった。その後、高次マルコフ依存性を仮定し多モデルも提案し、解析可能であることを示した。

これらの研究成果を国際的統計専門誌に 2 本の論文(〔雑誌論文〕,)として公表し、日本数学会(〔学会発表〕), 国内研究集会(〔学会発表〕,)で講演を行った。

(3) 二変量試行列上のパターンの分布

二変量試行列において、パターンに関する重要な 2 つの確率分布族(パターンの生起数の分布とパターンの待ち時間分布)を考察した。この 2 分布族間に存在するある種の双対構造を母関数の観点から解明した。母関数を通して、両分布間の関係を明瞭に捉えることができ、一方をもう一方の逆分布としてその母関数を陽な形で表現することが可能なものとなった。結果として厳密に考察可能な分布族の幅を拡大することができた。さらには、特に最近重要度が増しており、活発に研究されている分野(走査型統計量、信頼性工学、品質管理)の種々の問題への応用も検討した。

これらの研究成果を国際的統計専門誌に 1 本の論文(〔雑誌論文〕)として公表した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 5 件)

Inoue, K. (2015). Distributions of numbers of runs and scans on higher order Markov directed acyclic graphs with generation, *Josai Mathematical Monographs*, Vol. 8, 3-16, 査読有.

Inoue, K. and Aki, S. (2014). On sooner and later waiting time distributions associated with simple patterns in a sequence of bivariate trials, *Metrika*, Vol. 77 895-920, 査読有.

Inoue, K. and Aki, S. (2013). Distributions of numbers of runs and scans on directed acyclic graphs with generation, *Computational Statistics*, Vol. 28, 1133-1150, 査読有.

Inoue, K., Aki, S. and Balakrishnan, N. (2013). Generating functions of waiting times and numbers of visits for random walks on graphs, *Methodology and Computing in Applied Probability*, Vol. 15, 349-362, 査読有.

Aki, S. and Inoue, K. (2012). Exact distributions of the number of pattern occurrences in undirected graphical models, *Journal of the Japan Statistical Society*, Vol. 42, 59-79, 査読有.

〔学会発表〕(計 5 件)

井上潔司, 「Distributions of numbers of runs and scans on higher order Markov directed acyclic graphs with generation」ワークショップ「統計科学とその周辺」, 2014 年 12 月 7 日, 城西大学

井上潔司, 安芸重雄, 「非サイクル有向グラフ上の連、スキャンの分布」日本数学会 2014 年度 春季総合分科会 統計数学分科会, 2014 年 3 月 17 日, 学習院大学

井上潔司, 「ランダム構造体上の離散分布論」関西大学確率論セミナー, 2013 年 10 月 5 日, 関西大学

安芸重雄, 井上潔司, 「向きのないグラフィカルモデル上の離散パターンの数の分布」日本数学会 2013 年度 春季総合分科会 統計数学分科会, 2013 年 3 月 21 日, 京都大学

井上潔司, 安芸重雄, 平野勝臣, 「Distributions of simple patterns in some kinds of exchangeable sequences」2012 年度 統計関連学会 連合大会, 2012 年 9 月 11 日, 北海道大学

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕 出願状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：

番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

<http://sun.econ.seikei.ac.jp/~kinoue/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

井上 潔司 (INOUE KIYOSHI)
成蹊大学・経済学部・教授
研究者番号：10384653

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：