

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 5 日現在

機関番号：12101

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540158

研究課題名(和文) 記憶項を伴う双曲型方程式の適切性に関する研究

研究課題名(英文) Study on the well-posedness of hyperbolic equation with memory

研究代表者

岡 裕和 (Oka, Hirokazu)

茨城大学・工学部・教授

研究者番号：90257254

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：研究対象とした方程式は従来は方程式のもつ特性を生かしながら個別的に研究されることが多かったが、本研究ではその個別的な考察から系統的な性質を見出し、統一的な適切性理論を構築することを試みた。具体的には、発展方程式に対する抽象理論を構築することを試み、関連する研究分野を研究した。さらに、方程式が働く場として重要な関数空間である解析関数空間、ヒルベルト空間およびハーディー空間の立場からの理論考察を実施した。

研究成果の概要(英文)：Although the equations to be studied were often individually considered while taking advantage of the characteristics of the equations, in this study we tried to find a systematic nature from its individual considerations, and construct a unified well-posedness theory for the equations to be studied. Specifically, we tried to establish abstract theory for the evolution equation and studied its related research topics. Moreover, we carried out research from the point of view of analytic function space, Hilbert space and Hardy space which are important function spaces as a place where equation works.

研究分野：発展方程式

キーワード：quasilinear equation 半閉作用素 DeBranges空間 Fock型空間 Volterra型積分作用素 合成作用素
解析関数空間 Hardy空間

1. 研究開始当初の背景

記憶項を伴う双曲型方程式は粘弾性体の方程式だけでなく Timoshenko 系などの数学モデルとして重要であり最近でも盛んに研究されているが、多くの場合、方程式のもつ特性を生かしながら、個別的に研究されている。これらの個別的な考察から系統的な性質を見出し、統一的な適切性理論を展開するという研究課題は興味深い。このような問題意識のもとに、研究代表者と連携研究者の田中は、ある半線形発展方程式の時間大域的な古典解を求めるための抽象的な枠組みを提案した。方程式が働く場である関数空間の立場からの理論考察も活発に行っており、すでに多くの研究業績がある。本研究は、これらの研究成果を踏まえて、記憶項を伴う双曲型方程式に対する適切性理論を構築することによって、研究対象となる方程式に関する本質的な事実を追究するものである。

2. 研究の目的

記憶項を伴う双曲型方程式の1つの典型的な問題として、1次元粘弾性体のモデルに対する initial-history value problem があり、特に、記憶項が初期時刻では無限大で、時間の経過とともに減衰していく場合が物理的にも重要である。本研究ではこの問題に対する数学的な解析を進展させるとともに、記憶項を伴う双曲型方程式をより一般的かつ組織的に取り扱えるような枠組みを提供し、記憶項を伴う双曲型方程式の適切性を論じることが本研究の目的である。

3. 研究の方法

本研究は、記憶項を伴う双曲型方程式に関して、一般的かつ組織的に取り扱うための「理論構築」および方程式が働く場である

「関数空間の立場からの理論考察」を行うことを意図している。本研究組織はこのような学術的観点から構成されており、本研究目的に沿って専門家が役割分担するという意味で妥当である。前者の「理論構築」の研究は、すでに得られている研究成果等を踏まえつつ、研究代表者が中心になって行った。ヒルベルト空間上の作用素論的側面、解析関数空間およびハーディー空間それぞれの専門家~(平澤、植木、細川)~が研究代表者と同一の研究機関に所属しており、「関数空間の立場からの理論考察」の研究分担者として本研究に参画した。連携研究者の田中は準線形発展方程式の適切性に関する研究を精力的に行っており、「理論構築」への協力を担当した。研究を進めるにあたっては、関連する発展方程式・関数空間関係図書を購入し、積極的に学会発表を行い第3者の意見を聴取した。研究代表者と連携研究者は「理論構築」に関する打合せを年に数回程度実施した。また、研究を進展させるために、関連分野の研究者との意見交換をはかったり、他研究機関での文献調査、情報収集、資料収集を実行した。

4. 研究成果

研究の主な成果は以下の通りである。

- (1) 微分作用素のイメージとは結びつきにくい連続性の条件に着目して、自励な方程式系の適切性定理を考察し、単調作用素、劣微分作用素の理論の拡張を与えた。
- (2) 遅れを伴う発展方程式について、制約条件付き消散条件のもとで、ある集合を出発した解がその集合に留まり続けるための十分条件がその集合に対する劣接線条件であることを明らかにした。
- (3) Kato-Rellich ポテンシャルを備えたシュレディンガー作用素の自己共役

- 性に関する結果(Kato-Rellich の定理)に対して, ラプラシアンの半径を用いることで, 位相解析的な視点による別証明を与えることができた.
- (4) 整関数から構成される Fock 型関数空間の高階導関数による特徴付け問題と関連する同値なノルム評価不等式の確立を目指す研究を行った. ここで得られた結果を応用して, Fock 型空間に作用する Volterra 型積分作用素を特徴付ける作用素構成因子は 2 次以下の正則多項式に限られることを明らかにした.
- (5) 正則関数からなる 2 つの Hilbert 空間の間の荷重付き合成作用素の空間の作用素ノルムと Hilbert-Schmidt ノルムによる位相構造を決定した. また, Hilbert 空間が Hardy 空間や Dirichlet 空間などの場合を考え, 合成作用素の差の Hilbert-Schmidt ノルムを精密に計算した.
- (6) 半閉作用素全体からなる距離空間において, 半閉な対称作用素の集合の中で自己共役作用素の集合は相対的に開集合である. この研究成果を踏まえて, 自己共役作用素を内点とする開球の半径の計算およびその最良性を検討した. その結果, 特に 2 乗可積分な関数空間における 1 階の微分作用素およびラプラシアンの半径の値を与えることに成功した.
- (7) 半線形発展方程式の軟解はボルテラ型の積分方程式の解として定式化される. そのため, 軟解の初期値に関する連続的依存性は 2 つのボルテラ型の積分方程式の差を評価することで得られ, 評価後の方程式は特異な核をもつスカラー値ボルテラ方程式となりえる. このような着想のもとで,
- 特異な核をもつスカラー値ボルテラ方程式の極大解に対する比較定理を準備して, 半線形発展方程式の可解性を考察し, 無流速境界条件付き移流拡散方程式系へ応用した.
- (8) ヒルベルト空間上の半閉作用素クラスの距離関数に関して, 「半閉な対称作用素クラスにおいて, 自己共役作用素クラスは相対的に開集合である」ことを証明した. 既存の定理「稠密に定義された閉作用素クラスは半閉作用素クラスにおいて開集合である」をリゾルベントに関する条件に適用することで解決を図った.
- (9) Bekolle 条件を満たす連続関数を重み関数とする Bergman 空間上の合成作用素の有界性およびコンパクト性を作用素構成因子である正則関数の持つ函数論的な性質で特徴付ける研究を行った. この種の研究では正則関数の函数論的性質がどのように作用素の性質に影響するかを調べることが主題である. 本研究では, J.H.Shapiro や W.Smith の研究手法に倣って正則関数と重み関数から構成される Nevanlinna の個数関数を新たに導入し, この個数関数と重み関数の境界挙動を用いて合成作用素の有界性・コンパクト性が特徴付けられることを明らかにした.
- (10) 有界正則関数空間上で荷重付き合成作用素を考え, そのべき乗がコンパクトになることを作用素のシンボルの境界挙動についての条件で記述した. さらにそのとき, 固有関数があることとの関係について考察した.
- (11) ベルグマン空間上の合成作用素および合成作用素と微分作用素との作用素積の有界性およびコンパクト性

を作用素構成因子である正則関数の持つ函数論的な性質で特徴付ける研究を行った。合成作用素と微分作用素との作用素積の性質は解析関数の増大度と微分の階数の双方に影響を受けること、Bekolle 条件を満たす重み付きベルグマン空間上の合成作用素は重み関数と (z) - w の零点の個数関数との増大度の比により特徴付けられることを明らかにした。

(12) Hardy 空間, Bergman 空間, Dirichlet 空間を含む Hilbert 空間の間の合成作用素の差の Hilbert-Schmidt 性について研究した。特に, Dirichlet 空間から Hardy 空間や Bergman 空間へ作用させる場合については積分条件による特徴付けを与えた。

以上の研究成果から分かるように, 理論構築および関数空間の立場からの理論考察について順調に研究が進展した。さらに, 関数解析的手法と実解析的手法の双方を駆使した研究が多く, 現代的なスタイルによる研究成果と判断できる。また, 研究発表も国内においては招待講演や学会の特別講演を行っており, 海外での成果発表も実施した。このような意味で国内外においてインパクトがある貢献ができたと考えられる。さらに, 本研究実施期間終了後も, 研究発表を行ったり, 掲載が決定した雑誌論文もあるので, 今後の更なる進展が期待できる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 11 件)

T.Hosokawa, K.-J.Izuchi, S. Ohno, Weighted composition operators between Hilbert spaces of analytic functions in the operator norm and

Hilbert-Schmidt norm topologies. J. Math. Anal. Appl. 421 (2015), no. 2, 1546-1558, 査読有.

N. Tanaka, The abstract Cauchy problem for dissipative operators with respect to metric-like functionals. J. Math. Anal. Appl. 421 (2015), no. 1, 539-566, 査読有.

N. Tanaka, Flow invariance for differential delay equations. Proc. Amer. Math. Soc. 143 (2015), no. 6, 2459-2468, 査読有.

S.Ueki, Characterization for Fock-type space via higher order derivatives and its application. Complex Anal. Oper. Theory 8 (2014), no. 7, 1475-1486, 査読有.

T.Hosokawa, M.Seto, Some Remarks on Operator Equation $C\varphi=C\psi X$. Nihonkai Math. J. 25 (2014), no. 2, 85-91, 査読有.

A.K.Sharma, S. Ueki, Composition operators between weighted Bergman spaces with admissible Bekolle weights. Banach J. Math. Anal. 8 (2014), no. 1, 64-88, 査読有.

A.K.Sharma, S. Ueki, Angle of contact of lens and lunar maps and products of composition and iterated differentiation. Ars Combin. 109 (2013), 415-423, 査読有.

T.Miura, G.Hirasawa, S.-E.Takahashi, T. Hayata, A characterization of the stability of a system of the Banach space valued differential equations. Math. Inequal. Appl. 16 (2013), no. 3, 717-728, 査読有.

T.Matsumoto, N. Tanaka, Nonlinear perturbations of a class of holomorphic semigroups of growth order α by comparison theorems for Volterra equations. Nonlinear Anal. 84 (2013), 146-175, 査読有.

O.Hatori, G.Hirasawa, T.Miura, L.Molnar, Isometries and maps compatible with inverted Jordan triple products on groups. Tokyo J. Math. 35 (2012), no. 2, 385-410, 査読有.

T.Hosokawa, S.Ohno, Differences of weighted composition operators from H to Bloch space. Taiwanese J. Math. 16 (2012), no. 6, 2093-2105, 査読有.

[学会発表](計 13 件)

佐野弘貴、田中直樹: Well-posedness for semilinear functional differential equations, 第 40 回発展方程式研究会, 2014 年 12 月 25 日, 日本女子大学(東京都文京区目白台).

植木誠一郎: Zygmund-algebra の等距離作用素, 作用素論・作用素環論研究集会(招待講演), 2014年12月24日, 東洋大学(東京都文京区白山).

松本敏隆, 田中直樹: 弱連続作用素に対する抽象的 Cauchy 問題について, 日本数学会秋季総合分科会, 2014年9月28日, 広島大学(広島県東広島市鏡山).

植木誠一郎: Bargmann-Fock 空間上の線形作用素, 日本数学会年会 函数解析学分科会(特別講演), 2014年3月17日, 学習院大学(東京都豊島区目白).

平澤 剛: Lowner 関数による値域のある性質について, 関数環研究集会, 2013年12月11日~12月12日, クロスパルにいがた(新潟県新潟市中央区礎町通3ノ町).

細川卓也: Linear combinations of composition operators on H^∞ to the Bloch space, 2013年作用素論・作用素環論研究集会(招待講演), 2013年11月23日, お茶の水女子大学(東京都文京区大塚).

平澤 剛: 代数的次元と不変部分空間について, 富山解析セミナー2013, 2013年10月5日, 富山大学(富山県富山市五福).

細川卓也: Differences of weighted composition operators from H^∞ to the Bloch space, 日本数学会 秋季総合分科会, 2013年9月24日, 愛媛大学(愛媛県松山市文京町).

細川卓也: Eigenfunctions of power compact weighted composition operators, 解析学セミナー, 2013年3月7日, 新潟大学理学部(新潟県新潟市西区五十嵐2の町).

平澤 剛: 半閉部分空間から閉部分空間へ, 解析学セミナー. 2013年3月7日, 新潟大学理学部(新潟県新潟市西区五十嵐2の町).

細川卓也: Differences of weighted composition operators from the Bloch space to H^∞ , 日本数学会 2012年度秋季総合分科会, 2012年9月18日~9月21日, 九州大学(福岡県福岡市西区元岡).

細川卓也: Differences of weighted composition operators between H^∞ and the Bloch spaces, Function Analysis Seminar, 2012年8月28日, Helsinki University, ヘルシンキ, フィンランド

植木誠一郎: Composition operators on weighted Bergman spaces with admissible Bekolle weights, 2012 International Workshop on Operator Theory and Applications, 2012年7月16日~2012年7月20日, Univ. of New South Wales, シドニー, オーストラリア.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

岡 裕和 (OKA HIROKAZU)
茨城大学・工学部・教授
研究者番号: 90257254

(2) 研究分担者

平澤 剛 (HIRASAWA GOU)
茨城大学・工学部・教授
研究者番号: 10434002

植木 誠一郎 (UEKI SEI-ICHIROU)
茨城大学・工学部・准教授
研究者番号: 70512408

細川 卓也 (HOSOKAWA TAKUYA)
茨城大学・工学部・准教授
研究者番号: 90553579

(3) 連携研究者

田中 直樹 (TANAKA NAOKI)
静岡大学・理学部・教授
研究者番号: 00207119