

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 13 日現在

機関番号：13101

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540164

研究課題名(和文)解析関数空間上の作用素と有界解析関数の総合的研究

研究課題名(英文) Study of operators on spaces of analytic functions and the space of bounded analytic functions

研究代表者

泉池 敬司 (IZUCHI, Keiji)

新潟大学・自然科学系・フェロ-

研究者番号：80120963

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,000,000円

研究成果の概要(和文)：単位開円板上の有界解析関数よりなるバナッハ環の閉イデアルで、その共通零点集合が非自明のグリーン部分の合併集合に含まれるとき、その閉イデアルおよび可算個の関数で生成される閉イデアルの構造を決定した。また有界解析関数空間上の荷重合成作用素の空間で、作用素ノルム位相および本質作用素ノルム位相による弧状連結成分を決定した。更に、有界調和関数空間、ディスク環等の上の荷重合成作用素の空間においても決定した。バイデスク上のハーディ空間において、クロス交換子のランクが1である自明でない逆不変部分空間の構造を記述した。またある条件を満たす内部関数列から作られるルージン型(逆)不変部分空間のランクを決定した。

研究成果の概要(英文)：It is determined the structure of closed ideals and countably generated closed ideals whose common zero sets in the maximal ideal space of the Banach algebra of bounded analytic functions on the open unit disk are contained in the union set of nontrivial Gleason parts. It is also determined the path connected components of the weighted composition operators on the space of bounded analytic functions with respect to the operator norm and essential operator norm topologies. Moreover the path connected components are determined on the space of bounded harmonic functions and on the disk algebra.

The study of the Hardy space on the bidisk, some backward shift invariant subspaces having rank 1 cross commutator are described. It is also determined the ranks of Rudin type (backward) shift invariant subspaces associated with sequences of inner functions satisfying some conditions,

研究分野：関数解析学

キーワード：有界解析関数 極大イデアル空間 閉イデアル ハーディ空間 不変部分空間 内部関数 荷重合成作用素 弧状連結成分

1. 研究開始当初の背景

有界解析関数空間 H の構造の研究、解析関数空間上の荷重合成作用素の研究、2変数のハーデイ空間 H_2 の(逆)不変部分空間の構造について、研究代表者、分担者は多角的にそれらの研究を進めてきた。 H の研究を中心にしてそれらの研究を完成させる環境が整いつつある。

2. 研究の目的

有界解析関数空間 H の構造の研究、解析関数空間上の荷重合成作用素の研究、2変数のハーデイ空間 H_2 の(逆)不変部分空間の構造について、研究代表者、分担者の今までの研究結果の上に立ち、その研究を更に発展させることを目的とする。次の研究を柱にして進める。

- (1) H の閉イデアルの構造を決定する。
- (2) H とその作用素論への応用について総合的に研究する。
- (3) H 上の荷重合成作用素の一次結合の作用素ノルムと本質作用素ノルムの値を決定する。またそれぞれの位相に関する弧状連結成分を決定する。
- (4) デスク環上の荷重合成作用素の作用素ノルムに関する弧状連結成分を決定する。
- (5) 内部関数列で作られる H_2 のルージン型(逆)不変部分空間のランクを決定する。
- (6) H_2 において、クロス交換子のランクが有限になるときの(逆)不変部分空間を記述し、クロス交換子のランクを決定する。

3. 研究の方法

(1) H の研究について、泉池(佑)と新潟において日常的に研究討論を行い研究を進めて行く。共通零点集合が解析構造を持つ集合に含まれる閉イデアルの構造についての研究を更に進める。

(2) 荷重合成作用素の研究については、大野氏、泉池(耕)、泉池(佑)との共同研究で進めて行く。 H 、有界調和関数空間 h の作用素ノルム、本質作用素ノルム位相に関する弧状連結成分を決定する。また合成作用素の一次結合の作用素ノルム、本質作用素ノルムを決定する。細川氏とは情報の交換を密に行う。

(3) H_2 の(逆)不変部分空間の研究は、泉池(耕)、泉池(佑)との共同研究で行う。特に内部関数列より作られるルージン型不変部分空間のランクの解明に向けて研究する。中路氏、瀬戸氏との情報の交換を密に行う。

4. 研究成果

(1) H の構造の研究:

1 有界解析関数に対して、有界可測関数環の極大イデアル空間の中に、非解析的集合が定義できる。それと、 QC レベル集合は、列に関して強い性質の保存性があることを証明した。(泉池(佑)と)

2 有界解析関数よりなるバナッハ環において、可算個の関数より生成される閉イデアルで、その共通零点集合が解析構造が入る部分に含まれる時の構造を決定した。その時、2個の関数で生成されることを示した。以前の研究と合わせて、共通零点集合が解析構造が入る部分に含まれる時の閉イデアルの構造は解明できた。(泉池(佑)と)

3 ウルフの結果を利用して、 QC レベル集合がスパース部分との関連で3つに分類できることを示した。(泉池(佑)と)

4 モルティエーニの極大イデアル空間に関する問題を解決した。(泉池(佑)と)

(2) 荷重合成作用素の構造の研究:

1 デスクからバイデスクへの解析写像で定義される合成作用素が有界になるときの必要十分を与えた。(グエン氏、大野氏と)

2 荷重合成作用素の有限個の和が、 QA 空間をデスク環の中に移すときの特徴付けを与えた。(泉池(耕)、泉池(佑)と)

3 H 、 h 上の荷重合成作用素の空間の作用素ノルム位相に関する弧状連結成分を決定した。(泉池(佑)、大野氏と)

4 h 上の合成作用素の一次結合の本質作用素ノルムを決定した。(泉池(耕)と)

5 荷重合成作用素の性質は、デスクの内部、境界で別々に記述される。対応する性質間の直接証明を与えた。(泉池(佑)、大野氏と)

6 H 、 h 上の荷重合成作用素の空間の本質作用素ノルム位相に関する弧状連結成分を決定した。今までの結果と合わせて、 H 、 h 上の荷重合成作用素に関する連結成分問題の完全解決である。(泉池(佑)、大野氏と)

7 指数が大きいハーデイ空間から指数が小さいハーデイ空間へ写す荷重合成作用素の空間の作用素ノルム位相に関する弧状連結成分を決定した。(大野氏と)

8 デイリクレ空間からバーグマン空間への作用素として、合成作用素の差のヒルベルト・シュミットノルムを決定した。(細川氏、大野氏と)

9 内部関数をシンボルに持つハーデイ空間上の荷重合成作用素が、有界になるためのいくつかのウエイトに対する十分条件を与えた。(泉池(耕)、泉池(佑)と)

(3) H_2 の(逆)不変部分空間の研究:

1 互いに素である内部関数列より作られるルージン型逆不変部分空間のランクを決定した。(泉池(耕)、泉池(佑)と)

2 ある種のクロス交換子が0である逆不変部分空間の特徴付けをした。(泉池(耕)と)

3 マンドレッカーの定理の一般化を与えた。(泉池(耕)と)

4 混合型不変部分空間を、ある条件の下でその構造を詳しく記述した。(泉池(耕)と)

5 1つの内部関数列より作られるルージン型逆不変部分空間のランクを決定した。(泉池(耕)、泉池(佑)と)

(4) その他の研究:

- 1 Boylring-type theorem holds in invariant subspaces of the research further. (Izumi (K), Izumi (Y) and)
- 2 Hölder's inequality is continuously interpolated by the Carleson's theorem. (Izumi (K), Ono (S) and)

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 36 件)

- 1 Takuya Hosokawa, Kei Ji Izuchi, Shuichi Ohno, Weighted composition operators between Hilbert spaces of analytic functions in the operator norm and Hilbert-Schmidt norm topologies, J. Math. Anal. Appl. 421 (2015), no 2, 1546-1558. 査読有
- 2 Kei Ji Izuchi, Kou Hei Izuchi, Yuko Izuchi, Inner functions and weighted composition operators on the Hardy-Hilbert space with the unbounded weights, Ann. Funct. Anal. 6 (2015), no. 2, 104-115. 査読有
- 3 Shuichi Ohno, Weighted composition operators on H^{∞}_B , Glasgow Math. J. 57(2015), no. 2, 475-480. 査読有
- 4 Kei Ji Izuchi, Yuko Izuchi, Shuichi Ohno, Boundary vs. interior conditions associated with weighted composition operators, Cent. Eur. J. Math. 12 (2014), no. 5, 761-777. 査読有
- 5 Kei Ji Izuchi, Yuko Izuchi, Shuichi Ohno, Path connected components in weighted composition operators on h^{∞} and H^{∞} with the essential operator norm, Houston J. Math. 40 (2014), no. 1, 161-187. 査読有
- 6 Kei Ji Izuchi, Shuichi Ohno, Topological structure of the space of weighted composition operators between different Hardy spaces, Integral Equations Operator Theory 80 (2014), no. 2, 153-164. 査読有
- 7 Shuichi Ohno, Weighted composition operators on the minimal Möbius invariant space, Bull. Korean Math. Soc. 51 (2014),

no. 4, 1187-1193. 査読有

- 8 Shuichi Ohno, Composition operators related to the Dirichlet space, Bulletin of the Belgian Mathematical Society - Simon Stevin 21(2014), no. 4, 759-767. 査読有
- 9 Osamu Hatori, Isometries of the unitary groups in C^* -algebras, Studia Math. 221 (2014), 61-86. 査読有
- 10 Osamu Hatori, A. Jimenez-Vargas, Moises Villegas-Vallecillos, Maps which preserve norms of non-symmetrical quotients between groups of exponentials of Lipschitz functions, J. Math. Anal. Appl. 415 (2014), 825-845. 査読有
- 11 Osamu Hatori, Lajos Molnar, Isometries of the unitary groups and Thompson isometries in C^* -algebras, J. Math. Anal. Appl. 409 (2014), 158-167. 査読有
- 12 Kei Ji Izuchi, Yuko Izuchi, Non-analytic sets and QC-level sets in the maximal ideal space of H^{∞} , Complex Var. Elliptic Equ. 58 (2013), no. 3, 317-332. 査読有
- 13 Kei Ji Izuchi, Kou Hei Izuchi, Essential norms of linear combinations of composition operators on h^{∞} , Korean Math. Soc. 50 (2013), no. 1, 137-159. 査読有
- 14 Kei Ji Izuchi, Yuko Izuchi, Shuichi Ohno, Path connected components in weighted composition operators on h^{∞} and H^{∞} with the operator norm, Trans. Amer. Math. Soc. 365 (2013), no. 7, 3593-3612. 査読有
- 15 Kei Ji Izuchi, Yuko Izuchi, On Mortini's question concerning the level sets on $M(H^{\infty})$ of a certain harmonic function, Topology Appl. 160 (2013), no.10, 1099-1101. 査読有
- 16 Kei Ji Izuchi, Kou Hei Izuchi, Shuichi Ohno, Interpolations for Hölder's inequality, Bull. Korean Math. Soc. 50 (2013), no. 3, 901-914. 査読有
- 17 Kei Ji Izuchi, Yuko Izuchi, Gleason parts and countably generated closed ideals in H^{∞} , Trans. Amer. Math. Soc. 365 (2013), no. 10, 5071-5083. 査読有
- 18 Kei Ji Izuchi, Kou Hei Izuchi, Yuko Izuchi, Ranks of backward shift invariant

subspaces of the Hardy space over the bidisk, *Math. Z.* 274 (2013), no. 3-4, 885-903. 査読有

19 Kou Hei Izuchi, Kei Ji Izuchi, Mixed invariant subspaces over the bidisk II, *Acta Math. Vietnam.* 38 (2013), no. 2, 213-239. 査読有

20 Kei Ji Izuchi, Yuko Izuchi, Sequential properties of the maximal ideal space of H^∞ , *Houston J. Math.* 39 (2013), no. 4, 1211-1232. 査読有

21 Kei Ji Izuchi, Kou Hei Izuchi, Yuko Izuchi, Sums of weighted composition operators on COP, *Glasgow Math. J.* 55 (2013), 229-239. 査読有

22 Boo Rim Choe, Kou Hei Izuchi, Hyungwoon Koo, Hardy-Carleson measures and their dual Poisson-Szego transforms, *Potential Anal.* 38 (2013), 143-168. 査読有

23 Osamu Hatori, Takeshi Miura, Real linear isometries between function algebras II, *Cent. Eur. J. Math.* 11 (2013), 1838-1842. 査読有

24 Toshikazu Abe, Shigeki Akiyama, Osamu Hatori, Isometries of the special orthogonal group, *Linear Algebra Appl.* 439 (2013), 174-188. 査読有

25 Kei Ji Izuchi, Kou Hei Izuchi, Cross commutators on backward shift invariant subspaces over the bidisk II, *J. Korean Math. Soc.* 49 (2012), no. 1, 139-151. 査読有

26 Kei Ji Izuchi, Kou Hei Izuchi, Yuko Izuchi, Wandering subspaces and the Beurling type theorem III, *J. Math. Soc. Japan* 64 (2012), no. 2, 627-658. 査読有

27 Kei Ji Izuchi, Kou Hei Izuchi, Yuko Izuchi, Mutually prime sequences of inner functions and the ranks of subspaces over the bidisk, *Arch. Math. (Basel)* 98 (2012), no. 6, 535-543. 査読有

28 Kei Ji Izuchi, Quang Dieu Nguyen, Shuichi Ohno, Composition operators induced by analytic maps to the polydisk, *Canad. J. Math.* 64 (2012), no. 6, 1329-1340. 査読有

29 Kei Ji Izuchi, Yuko Izuchi, Shuichi Ohno, Path connected components in the

space of weighted composition operators on the disk algebra, *Math. Proc. Royal Irish Acad.* 112 (2012), no. 2, 59-77. 査読有

30 Kei Ji Izuchi, Kou Hei Izuchi, Commutativity in two-variable Jordan blocks on the Hardy space, *Acta Sci. Math. (Szeged)* 78 (2012), no. 1-2, 129-136. 査読有

31 Takuya Hosokawa, Shuichi Ohno, Differences of weighted composition operators from H^∞ to Bloch space, *Taiwanese J. Math.* 16(2012), no. 6, 2093-2105. 査読有

32 Osamu Hatori, Kiyotaka Kobayashi, Takeshi Miura, Sin-Ei Takahasi, Reflections and a generalization of the Mazur-Ulam theorem, *Rocky Mountain J. Math.* 42 (2012), 117-150. 査読有

33 Osamu Hatori, Lajos Molnar, Isometries of the unitary group, *Proc. Amer. Math. Soc.* 142 (2012), 2127-2140. 査読有

34 Osamu Hatori, New criteria for equivalence of locally compact abelian groups, *J. Group Theory* 15 (2012), 271-277. 査読有

35 Osamu Hatori, Keiichi Watanabe, Isometries between groups of invertible elements in C^* -algebras, *Studia Math.* 209 (2012), 103-106. 査読有

36 Osamu Hatori, Go Hirasawa, Takeshi Miura, Lajos Molnar, Isometries and maps compatible with inverted Jordan triple products on groups, *Tokyo J. Math.* 135 (2012), 385-410. 査読有

[学会発表](計 20 件)

1 大野 修一, Weighted composition operators on the minimal Möbius invariant space, 日本数学会年会, 2015年3月22日, 明治大学.

2 泉池 耕平, Ranks of backward shift invariant subspaces of Hardy space over the bidisk, 日本数学会秋季総合分科会, 2014年9月27日, 広島大学.

3 大野 修一, Composition operators related to the Dirichlet space, 日本数学会秋季総合分科会, 2014年9月27日, 広島大学.

4 泉池 敬司, 大野 修一, Topological structure of the space of weighted composition operators between different Hardy spaces, 日本数学会秋季総合分科会, 2014年9月27日, 広島大学.

5 羽鳥 理, $S_0(4)$ 上のある写像について, 関数環研究集会, 2014年9月19日, 早稲田大学.

6 泉池 敬司, Weighted composition operators whose ranges contain the disk algebra, 関数環研究集会, 2014年9月18日, 早稲田大学.

7 泉池 敬司, 泉池 佑子, 大野 修一, Path connected components in the space of weighted composition operators on the disk algebra, 日本数学会年会, 2014年3月16日, 学習院大学.

8 泉池 敬司, Weighted Bergman spaces embedded in the Hardy space over the bidisk, 関数環研究集会, 2013年12月11日, クロスパルにいがた生涯学習センター.

9 羽鳥 理, $\exp A$ 上の preserver problem について, 関数環研究集会, 2013年12月11日, クロスパルにいがた生涯学習センター.

10 細川 卓也, 大野 修一, Differences of weighted composition operators from H^1 to the Bloch space, 日本数学会秋季総合分科会, 2013年9月25日, 愛媛大学.

11 泉池 耕平, Operator inner functions for Rudin type invariant subspaces over the bidisk, 日本数学会秋季総合分科会, 2013年9月25日, 愛媛大学.

12 泉池 敬司, Quang Dieu Nguyen, 大野 修二, Composition operators induced by analytic maps to the polydisk, 日本数学会年会, 2013年3月22日, 京都大学.

13 泉池 敬司, An example of an invariant subspace M such that $z^M + w^M$ is not closed, 解析学セミナー, 2013年3月7日, 新潟大学.

14 羽鳥 理, Mazur-Ulam の定理の非可換化とその応用, 解析学セミナー, 2013年3月7日, 新潟大学.

15 泉池 敬司, Interpolations for Hölder's inequality, 実解析セミナー 2012, 2012年10月28日, 茨城大学.

16 泉池 敬司, 大野 修一, Sums of weighted composition operators on H^1 , 日本数学会

秋季総合分科会, 2012年9月20日, 九州大学.

17 大野 修一, Topological structure of the space of weighted composition operators on H^1 , 日本数学会秋季総合分科会(招待講演), 2012年9月20日, 九州大学.

18 細川 卓也, 大野 修一, Differences of weighted composition operators from the Bloch space to H^1 , 日本数学会秋季総合分科会, 2012年9月20日, 九州大学.

19 Keiji Izuchi, Ranks of invariant and backward shift invariant subspaces of the Hardy space over the bidisk, Conference on Topology and Function Analysis(招待講演), 2012年5月24日, Fudan University.

20 Osamu Hatori, Isometries on the unitary groups, Conference on Mathematics and Statistics, 2012年5月16日, University of Memphis.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

泉池 敬司 (IZUCHI, Keiji)
新潟大学・自然科学系・フェロー
研究者番号: 80120963

(2) 研究分担者

大野 修一 (OHNO, Syuichi)
日本工業大学・工学部・准教授
研究者番号：20265367

羽鳥 理 (HATORI, Osamu)
新潟大学・自然科学系・教授
研究者番号：70156363

泉池 耕平 (IZUCHI, Kouhei)
山口大学・教育学部・講師
研究者番号：90451434

(3)連携研究者

()

研究者番号：