

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 23 日現在

機関番号：16301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540175

研究課題名(和文)ジャンプ過程の確率解析と漸近展開

研究課題名(英文)stochastic analysis for jump processes and their asymptotic expansions

研究代表者

石川 保志(Ishikawa, Yasushi)

愛媛大学・理工学研究科・准教授

研究者番号：70202976

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：Wiener-Poisson空間上にソボレフ空間を構成した。この空間上の解析を伊藤型のSDEに適用し、密度関数の存在となめらかさを証明した。また、数理ファイナンスに現れる汎関数の漸近展開を与えた。烏賊巨大神経細胞の神経活動電位をモデルとするSDEを構成し、その漸近展開を与え、密度関数を計算した。これらの成果を論文および著書にまとめて出版した。

研究成果の概要(英文)：We have constructed Sobolev spaces over the Wiener-Poisson space. We have applied these Sobolev norms to the analysis of Ito type stochastic differential equations (SDEs) on the Wiener-Poisson space. We showed the existence and smoothness of the transition density function of the Wiener-Poisson functionals. Further, we gave asymptotic expansion of the functionals with respect to parameters, which appear in mathematical finance.

As for application in medicine, we have constructed a mathematical model using SDE which describes activities of the axon of squids. We also calculated the transition density function for the electric potential of the axon in this model.

研究分野：確率解析

キーワード：確率解析 ジャンプ過程 マリアバン解析

1. 研究開始当初の背景

確率解析の理論は主に Wiener 空間上で議論されてきた。Wiener 空間は拡散過程の解析を行う際の土台となるものである。ジャンプのある確率過程(ジャンプ過程、ジャンプ-拡散過程)を取り扱う際には Poisson 空間上の解析を行う必要があり、Wiener 空間と併せた積空間 Wiener-Poisson 空間を構成する必要があった。Poisson 空間上の解析の枠組みは部分的に試みられていたが、が、用法・記号が統一されていないなど未整備な状況であった。この状況は2006年のIshikawa-Kunita論文以降、徐々に理論が整備されることにより改善されてきた。

応用上では、神経細胞の活動の様子を記述する確率モデルが提案されていた。軸索の内部における活動電位は細胞表面におけるイオン回路、および、シナプスからの入力による確率的ノイズを含んでいる。この活動を記述する数学モデルは、従来は手法の制約により、Wiener 過程を用いた連続ノイズを使ったものが主流であった。実際には、イオン回路ノイズは連続ノイズであり、シナプスにおける入力ノイズは離散ノイズであることから、より適切な数学手法を用いた解析が求められていた。

2. 研究の目的

Wiener-Poisson 空間に適切なノルムを導入してソボレフ空間を構成し、その上の確率解析を行うことが望まれていた。Poisson 空間上の確率解析の手法・道具立ては部分的には知られていたが十分整備されていなかった。Poisson 空間上の確率解析を整備し、積空間 (Wiener-Poisson 空間上の確率解析) 上で統一的に取り扱うことが必要だった。これについて、Ishikawa-Kunita 論文(2006)においてあるノルムを導入した。

この枠組みを使って種々の解析を展開し、その応用を見つけることを目的とした。

より具体的には、Wiener-Poisson 空間上の種々の functional について、それがなめらかな密度関数を持つための判定条件を見つけ、その functional の特性関数の評価を導くこと、Wiener-Poisson 空間上のノルムを導入しそれに関する漸近展開の理論を整備すること、これらを用いた適切な応用を見つけること、を目的とした。

3. 研究の方法

代表者(石川)が基礎的な数学解析を担当し、理論の応用に関しては深い知見をもつ2人の専門家と連携して研究を進めた。

林博士は、Wiener-Poisson 空間上の確率解析のファイナンス理論への応用について深い見識をもつ。山野辺博士は、烏賊巨大神経細胞についての実験と、データの計算機による解析に豊かな経験をもつ。

そこで

(1) 林正史氏と連携し、Wiener-Poisson 空間上の漸近展開の一般論を作る

(2) 山野辺貴信氏と連携し、烏賊巨大神経細胞における神経電位の実験結果を説明する数学理論の構成をする

ことによって、上の目的を達成する。

4. 研究成果

Hayashi-Ishikawa論文(2012)において、Poisson空間上の漸近展開の基礎付けを行い、Wiener-Poisson空間に拡張し、併せて数理ファイナンスで現れる汎関数への応用を行った。これはcanonical過程とよばれるタイプのジャンプ過程である。

これを一般の伊藤型SDEで与えられるジャンプ過程に拡張することは、flowの性質が保証されないことから種々の困難がともなう。これを解決するため、大きいジャンプに関する摂動法を開発した。この結果は著書(2013)の3章に述べられた。しかし一般の伊藤型SDEで与えられるジャンプ-拡散過程で与えられる確率変数の漸近展開は現在推進中であり未完成である。

Ishikawa-Yamanobe論文(2015- 投稿中)において、神経細胞中の神経電位を表わす確率変数の漸近展開を与えた。ここで用いた過程は1次元のきわめて単純なジャンプ-拡散過程である。更に、神経電位の密度関数を計算した。

なお、Wiener-Poisson空間上のソボレフ空間を構成することの動機の一つとして、超関数とWiener-Poisson確率変数との合成を数学的に構成することがある。これについては、Hayashi-Ishikawa論文においてその定義を与えた。更に著書(2013)4章において、種々の超関数とWiener-Poisson確率変数との合成の例を計算した。

(i) Hayashi-Ishikawa論文(2012)

(ii) Y. Ishikawa 著書(2013)

(iii) Ishikawa-Yamanobe論文(2015, 投稿中)

(iv) 7th International conference on Levy processes : Theory and applications (2013) 招待講演 2013年7月15日

(v) 3rd Austrian workshop on stochastics days (2014) 招待講演 2014年9月14日

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

(雑誌論文) (計 4 件)

1 山野辺 貴信, 石川 保志, Jump-diffusion過程をノイズ項として含む神経細胞膜電位モデルとその確率解析, 統計数理研究所 共同研究レポート350 (2015), 21-28, 査読有.

2 石川 保志, 国田 寛, 土谷 正明, 確率積分方程式によって定まる飛躍マルコフ過程に関する話題, 統計数理研究所共同研究レポート328 (2014), 88--96, 査読有.

3 石川保志, Nerve cell model and asymptotic expansion, 統計数理研究所共同研究レポート300 (2013), 33--43, 査読有.

4 M. Hayashi and Y. Ishikawa, Composition with distributions of Wiener-Poisson variables and its asymptotic expansion, Mathematische Nachrichten 285 (2012), 619--658, 査読有.

(学会発表) (計 7 件)

1 Analysis on the Wiener-Poisson space and its application to Ito type SDE, 3rd Austrian stochastic days, Leoben(Austria), 2014年9月25日

2 確率積分方程式によって定まる飛躍マルコフ過程に関する話題, 無限分解可能過程に関連する諸問題, 統計数理研究所(東京都立川市), 2013年11月13日

3 Nerve cell model and asymptotic expansion, Asymptotic Statistics and Related Topics: Theories and Methodologies, 東京大学(東京都文京区), 2013年9月03日

4 Analysis on the Wiener-Poisson space and

its application to the asymptotic expansion, 7th International Conference on Levy Processes: Theory and Applications, Wroclaw(Poland), 2013年7月16日

5 Analysis on the Wiener-Poisson space and its application to Ito type SDE, 東北大学理学研究科解析月曜セミナー, 東北大学(宮城県仙台市), 2013年6月10日

6 Nerve cell model and asymptotic expansion, 南洋理工大学確率セミナー, Singapor, 2013年5月02日

7 Nerve cell model and asymptotic expansion, 無限分解可能過程に関連する諸問題, 統計数理研究所(東京都立川市), 2012年11月09日

(図書) (計 1 件)

1 Y. Ishikawa, Stochastic calculus of variations for jump processes, Walter-de-Gruyter, 2013.

(産業財産権)

出願状況(計 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
取得年月日:
国内外の別:

(その他)

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

石川保志 (ISHIKAWA YASUSHI)
愛媛大学・理工学研究科・准教授
研究者番号: 70202976

(2) 研究分担者

()

様式 C - 19、F - 19、Z - 19 (共通)

研究者番号：

(3)連携研究者

山野辺貴信 (YAMANOBE TAKANOBU)

北海道大学・医学研究科・助教

研究者番号： 00322800

林 正史 (HAYASHI TADAFUMI)

琉球大学・理工学研究科・助教

研究者番号： 90532549