

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 9 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540253

研究課題名(和文) 格子ゲージ理論による標準模型の定式化と複素作用系の数値シミュレーション法の検討

研究課題名(英文) The standard model on the lattice and a simulation method for the lattice models with complex actions

研究代表者

菊川 芳夫 (Kikukawa, Yoshio)

東京大学・総合文化研究科・教授

研究者番号：20252421

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：格子Glashow-Weinberg-Salam模型では、カイラルなゲージ結合のため有効作用は複素数部分をもつ。複素数作用をもつ系の数値シミュレーション法として、経路積分を複素領域に拡張し、特にLefschetz thimble上に経路を取ることで作用を実数化し、確率的な手法に持ち込むアプローチが提案されている。我々は、Lefschetz thimble上でのHybrid Monte Carlo法のアルゴリズムを定式化し、有限密度下のcomplex ϕ^4 乗模型(相対論的Bose Gas系)に適用した結果、L=4格子上でcomplex Langevin法等による結果と矛盾しない結果が得られた。

研究成果の概要(英文)：We formulated a hybrid Monte Carlo algorithm which is applicable to lattice theories defined on Lefschetz thimbles. The algorithm was tested in the lambda phi model at finite density, by choosing the thimbles associated with the classical vacua for subcritical and supercritical values of chemical potential. For the lattice size L=4, we find that the residual sign factors average to not less than 0.99 and are safely included by reweighting and that the results of the number density are consistent with those obtained by the complex Langevin simulations.

研究分野：素粒子理論

キーワード：格子ゲージ理論 カイラルゲージ理論 モンテカルロ法 符号問題 Lefschetz thimble complex Langevin 法

1. 研究開始当初の背景

素粒子標準模型は、ゲージ群 $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ に基づくカイラルゲージ理論であり、その $SU(2) \times U(1)$ 部分群に対応するゲージ対称性はヒッグス機構によって自発的に破れていると考えられている。しかし、この機構を担うヒッグス場の励起状態、すなわちヒッグス粒子はついに発見されたが、ヒッグス機構の背後にあるダイナミクスや対称性の解明は未だなされていない。再開予定の LHC 実験の結果に期待がかかっている。

この標準模型(あるいは、それを超える模型)の力学的な性質を調べるためには、カイラルゲージ対称性を明白に保つような、場の量子論の非摂動的な枠組みが必要になる。格子ゲージ理論は量子色力学を記述する非可換ゲージ理論(QCD) の構成的な定義を与え、quark の閉じ込めの一つの理論的理解を与えることができる。さらに、ハドロンの質量や電弱相互作用の理論的計算を数値的に実行するための非摂動的な枠組みを提供する。QCD の低エネルギー物理を理解する上で重要なカイラル対称性についても、理論的困難のあることが知られていた(Nielsen-Ninomiya 1981)が、Ginsparg-Wilson関係式(Ginsparg-Wilson 1982)を満足するゲージ共変で局所的な格子Dirac演算子が構成されることによって(Neuberger, Neuberger-Kikukawa 1998)、格子ゲージ理論の枠組でもカイラル対称性をもつフェルミオンの摂動的及び非摂動的な性質を記述することが可能になった(Luscher 1999)。申請者は、このカイラル対称性を厳密に保つ格子ゲージ理論の枠組みを用いて、Glashow-Weinberg-Salam模型(ゲージ群 $SU(2) \times U(1)$ に基づく電弱統一理論)の構成的な定式化を与えた。この定式化は、 $SU(2) \times U(1)$ カイラルゲージ対称性を厳密に保ち、 $SU(2)$ ゲージ場の非自明なト

ポロジカルセクターを全てカバーする。このため、カイラルアノマリーによるバリオン数非保存過程の記述が可能な定式化になっている。しかし、 $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ カイラルゲージ理論への拡張は未だ成功していない。

2. 研究の目的

この研究の主目的は、素粒子の標準模型を、格子ゲージ理論の枠組みをもちいて構成的に定義し、それを応用して、標準模型の力学的性質を明らかにすることである。本研究では、格子ゲージ理論として構成されたGlashow-Weinberg-Salam模型の応用と拡張を目指した基礎的な研究を行う計画である。応用に向けては、数値シミュレーション法の開発を行う。拡張にむけては、非可換群-格子カイラルゲージ理論におけるゲージアノマリーのコホモロジー的解析および厳密相殺の問題に取り組む。

3. 研究の方法

本研究提案の期間(3年)における具体的な研究課題は以下の通り。

(1) 格子Glashow-Weinberg-Salam 模型における、Higgs-Yukawa 結合系(格子chiral Yukawa 模型)の数値シミュレーション法の開発：作用の複素数部分を一定に保つ複素積分経路の、分子動力学法による追跡、複素積分経路上での、ハイブリッド・モンテカルロ法または実ランジェバン法の開発

(2) 非可換群格子カイラルゲージ理論の2次元模型の基礎的研究：2次元非可換群格子カイラルゲージ理論におけるゲージアノマリーのコホモロジー的解析と厳密相殺の証明、2次元非可換群格子カイラルゲージ理論におけるフェルミオン経路積分測度の構成

(3) 標準模型および $SO(10)$ カイラルゲージ理論等への拡張に関する基礎的研究

SU(3)xSU(2)xU(1)およびSO(10)格子カイラルゲージ理論におけるゲージアノマリーのコホモロジー的解析と厳密相殺の証明、およびフェルミオン経路積分測度の構成

4. 研究成果

上記(1)の課題について：

格子Glashow-Weinberg-Salam模型では、そのカイラルなゲージ結合のため有効作用関数は複素数部分をもつ。このため、いわゆる符号問題のために通常のMonte Carlo法はそのままでは適用できない。複素数の作用をもつ系のシミュレーション法として、系の経路積分を複素領域に拡張し、特にLefschetz thimble上に経路を取ることで作用を実数化し、確率的な手法に持ち込むアプローチが提案されている。しかし、複素積分経路に伴う積分測度からの複素数位相の効果がどの程度あるか、また、複数のthimbleからの寄与はどのように干渉するか、などの問題は未だ詳しく調べられていない。H24、H25年度には、Lefschetz thimble上でのHybrid Monte Carlo法のアルゴリズムを定式化し、有限密度下のcomplex

4乗模型(相対論的なBose Gas系)に適用した結果、L=4格子上でcomplex Langevin法等による既知の結果と矛盾しない結果が得られた。この研究成果は、原著論文として雑誌に受理・掲載され[1]、また国際会議SING2014等において招待講演として発表を行った。H26年度には、Lefschetz thimble上のHybrid Monte Carlo法にフェルミオンの寄与を導入するための拡張を試みた。特にフェルミオンの行列式のゼロ点を境界とするthimble上で、Gradient flow方程式のforce項に特異性が現れる場合に、積分法(4次Runge-Kutta法)にadaptive steppingの手法を取り入れた。この拡張は現在カイラル行列模型等において実用性を検証中である。

[1] H. Fujii, D. Honda, M. Kato, Y. Kikukawa, S. Komatsu, T. Sano, JHEP 10 (2013) 147

上記(2)、(3)の課題について：

カイラルゲージ理論の格子定式化では、有限格子間隔でゲージ不変性を厳密に保つために、カイラルフェルミオンの生じるゲージアノマリーの厳密相殺を示すことが重要になる。このために局所的コホモロジー問題と呼ばれる数学的な問題を考察する必要がある。この問題は、現在までのところ、U(1)とSU(2)xU(1)の場合にのみ解かれているが、一般の非可換群の場合の解法はまだ知られていない。この課題に対して、局所的コホモロジー問題を回避して、ゲージ不変性が明白なフェルミオン経路積分測度を直接構成する方法の着想を得ており、局所性などの基礎的な要請が満たされているか、現在、検証中である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 1 件)

H. Fujii, D. Honda, M. Kato, Y. Kikukawa, S. Komatsu, T. Sano, JHEP 10 (2013) 147 (査読あり)。

〔学会発表〕(計 1 件)

Y. Kikukawa, "Hybrid Monte Carlo on Lefschetz Thimbles -- A study of the residual sign problem," International Workshop on the Sign Problem in QCD and beyond, 2014年2月18日--21日, GSI, Darmstadt (ドイツ)。

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：

出願年月日：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等 なし

6．研究組織

(1)研究代表者

菊川 芳夫 (KIKUKAWA Yoshio)
東京大学・大学院総合文化研究科・教授
研究者番号：20252421

(2)研究分担者 なし

(3)連携研究者 なし