

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 27 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540390

研究課題名(和文) 雑音誘起現象へのランダム力学系アプローチ

研究課題名(英文) Random dynamical systems approaches to noise-induced phenomena

研究代表者

佐藤 譲 (Sato, Yuzuru)

北海道大学・電子科学研究所・准教授

研究者番号：30342794

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,000,000円

研究成果の概要(和文)：近年、多重雑音誘起転移、統計的周期性、雑音誘起再現性といったこれまでに知られていなかった雑音誘起現象が広いクラスの非線形系に偏在することがわかってきました。本研究の目的は「雑音誘起現象論」の体系化を進めるとともに、確率カオスを含むランダム力学系における複雑現象を定量的に分析することにあります。以下の(1)-(3)が主な研究成果です。(1)多重雑音誘起現象、統計的周期性、雑音誘起再現性の普遍性が数値検証されました。(2) ヒト脳波、ダイス投げの実験時系列解析とランダム力学系モデリングを行いました。(3) 確率共鳴、雑音誘起カオスを分岐理論的に、統計的周期性をエルゴード理論的に定式化しました。

研究成果の概要(英文)：Recently multiple noise-induced transitions, statistical periodicity, noise-induced reproducibility has been discovered in a broad class of nonlinear dynamical systems. The goal of this research is to establish a theory of noise-induced phenomena and to analyze complex phenomena including stochastic chaos in random dynamical systems quantitatively. The following (1)-(3) are the main results of this research. (1) Universality of multiple noise-induced transitions, statistical periodicity, noise-induced reproducibility has been confirmed numerically. (2) Experimental time series analysis for human brain wave and dice roll, and their modeling with random dynamical systems have been studied. (3) Stochastic resonance and noise-induced chaos are formalized in terms of bifurcation theory. Statistical periodicity is analyzed in terms of ergodic theory.

研究分野：非線形動力学、複雑系

キーワード：ランダム力学系理論 雑音誘起現象 非線形時系列解析

1. 研究開始当初の背景

雑音誘起現象とは、決定論力学系の自然測度が微小ノイズにより変化し、決定論極限で観測されなかった構造がノイズ存在下で観測されるようになる現象です。よく知られた雑音誘起現象である確率共鳴、ノイズ同期、雑音誘起カオスは、いずれも緩急のついた運動を引き起こす不変集合と外部ノイズとの相互作用により生じます。とくに決定論的動力学がカオス的、あるいは潜在的にカオス的である場合、非自明な雑音誘起現象が生じることが知られています。代表者らの研究により、付加ノイズ強度に応じて秩序1→カオス1→秩序2→カオス2...という多重転移を示す現象(多重雑音誘起現象)、ノイズ強度に依存して軌道分布が多様な振動を起こす現象(統計的周期性)といった、これまでに知られていなかった雑音誘起現象が、広いクラス(nonlinear)系に偏在していることがわかってきました。

近年の実験技術の進歩に伴い、流体乱流や生体现象などでも非自明な非線形確率現象が観測されはじめており、ノイズの伴う非線形力学系で生じる非線形確率現象が注目を集めています。こういった系の解析には、Fokker-Planck方程式やPerron-Frobenius作用素に基づく定常分布の解析のみならず、軌道束の動力学構造も含めた現象論の構築が必要となります。こういった問題は大自由度系の少数自由度かつ確率的な記述、不定外力を受ける開放系の外力に応じたパス構造、ゆらぎの大きいマイクロシステムの有限サイズ効果、といった非平衡・非線形物理学の諸問題として典型的に現われます。

2. 研究の目的

本研究の目的は「雑音誘起現象論」の体系化を進めるとともに、確率カオスを含むランダム力学系における複雑現象を概念化し、定量的に分析することにあります。

3. 研究の方法

(1) 多重雑音誘起現象、統計的周期性を含む様々な雑音誘起現象の普遍性とその現象クラスを分析します。物理乱数発生装置を含めた数値計算により、発見的手法で分析を進めます。

(2) 大自由度多スケール系の非線形時系列解析を行い、実験データからランダム力学系を抽出します。回転流体系の解析結果を様々な大規模非線形系に敷衍し、モデル現象を解析していきます。以下が対象とする非線形現象のデータ提供者です。

田坂裕二(北海道大学): 流体力学。流体実験データの提供を受けます。

北城圭一(理化学研究所): 脳科学。脳波実験データの提供を受けます。

松本和宏(ヤマハ発動機): 生体工学。生体リズムの実験データの提供を受けます。

(3) ランダム力学系における複雑現象の諸概念構築と不変量の定式化を行います。ランダム力学系理論、複素力学系理論、確率過程論に基づき、様々なクラスの雑音誘起現象を数学的に解析します。

4. 研究成果

(1) 雑音誘起現象のメカニズムとその普遍性の分析: 多重雑音誘起現象、統計的周期性の普遍性が数値的に検証されました。雑音誘起ベイシンを数値的に見だし、その普遍性を解析しました。これらは2014年2月に京都大学数理解析研究所で開催された「ランダム力学系とその応用」において発表・出版されました。理論解析を加えた論文を現在出版準備中です。

(2) 大自由度多スケール系の実験時系列解析: ヒトの脳波についてランダム結合振動子系によるモデリングを行いました。この結果は2013年9月にサンタフェで開催されたNOLTA2013で発表・出版されました。ダイスロールのランダム力学系モデルによる時系列解

析が松永伸夫氏(北大)の修士論文としてまとめられ、さらに実験データの解析を加えた投稿論文を現在出版準備中です。

(3)ランダム力学系における複雑現象の諸概念構築と不変量の定式化: 英Imperial College Londonの研究者と協力して確率共鳴、雑音誘起カオスを分岐理論的に定式化しました。結果は二編の論文にまとめられ、現在出版準備中です。また独Technical University Dresdenの研究者と協力して統計的周期性をエルゴード理論的に定式化しました。結果は開発された数値算法とともに論文にまとめられ、現在出版準備中です。

以上の結果(1)-(3)は伊ICTP Summer Workshop on Computation and Computability of Dynamica, 米SIAM Application of Dynamical Systems, 加BIRS Workshop on Open dynamical systemsを含む複数の国際会議およびセミナーで講演発表されています。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計26件)

Yuzuru Sato and Nobuo Matsunaga, "Random Basin in Dice Roll," 数理解析研究所講究録, 1942, p 1-10, 査読無(2015).

Hiroki Sumi, "Random complex dynamics and devil's coliseums," Nonlinearity, 28, p1135-1161, 査読有(2015).

Kouji Yano, "Entropy of random chaotic interval map with noise which causes coarse-graining," J. Math. Anal. Appl., 414(1), p250-258, 査読有(2014).

Kazuhiro, Matsumoto, Yuzuru, Sato, Hiroshi, Endo, Keiichi, Kitajo, "Random dynamical systems modeling for brain wave synchrony," Proc. of NOLTA, p395-398, 査読有(2013).

Yuzuru Sato, "Random dynamics from time series," 数理解析研究所講究録, 1827, p 24-32, 査読無(2013).

Yuzuru Sato and Kazuhiro Matsumoto, "Random dynamics from time-serieses of physiological rhythms," Proc. of NOLTA, p395-398, 査読有(2013).

Hiroki Sumi, "Random complex dynamics and devil's coliseums," Nonlinearity, 28, p1135-1161, 査読有(2015).

Kouji Yano, "Random walk in a finite directed graph subject to road coloring," J. Theoret. Probab., 26, p259-283, 査読有(2013).

[学会発表](計58件)

Hiroki Sumi, "Negativity of Lyapunov exponents of generic random dynamical systems of complex polynomials," AMS-MAA Joint mathematics meeting, San Antonio(USA), (11 Jan., 2015).

Yuzuru Sato, "Random basin in dice roll," Workshop on Theory and Applications of Random/Non-autonomous Dynamical Systems, Imperial College London, London(UK), (11 Sept. 2014).

Yuzuru Sato, "Random dynamical systems approaches to noise-induced phenomena," ICTP, Trieste(Italy), (23 July, 2014).

矢野孝次, "周遊路を結合してできる過程の汎関数極限定理," 確率解析とその周辺, 京都大学(京都府・京都市) (21 Sept., 2013).

Kouji Yano, "Functional limit theorems for processes pieced together from excursions, Dirichlet Forms and Applications," German-Japanese Open Meeting on Stochastic Analysis, Mathematisches Institut der Universität Leipzig(Germany), (10 Sept., 2013).

Yuzuru Sato, "Random dynamics from time

series,” Dynamics, Prediction and Control of Noisy Complex Systems from Physiology to the Atmosphere, SIAM Conference on Applications of Dynamical systems, Snowbird(USA), (21 May, 2013).

Hiroki Sumi, “Stability, bifurcation, and classification of minimal sets in random complex dynamics,” Workshop on Non-uniformly Hyperbolic and Neutral One dimensional Dynamics, National University of Singapore, Singapore(Singapore), (25 Apr., 2012).

Yuzuru Sato, “Noise-induced phenomena and their applications,” Workshop on Open dynamical systems: Ergodic Theory, Probabilistic Methods and Applications, BIRS, Banff(Canada), (12 Apr., 2012).

[その他]

ホームページ等

<http://www.math.sci.hokudai.ac.jp/~ysato/>

6 . 研究組織

(1)研究代表者

佐藤 譲 (SATO YUZURU)

北海道大学・電子科学研究所・准教授

研究者番号：30342794

(2)研究分担者

角 広輝 (SUMI HIROKI)

大阪大学・理学研究科・准教授

研究者番号：40313324

矢野 孝次 (YANO KOJI)

京都大学・理学研究科・准教授

研究者番号：80467646