

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 21 日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540391

研究課題名(和文) 渦の非モード不安定性とバイパス遷移の数理：流れの安定性の統合理論の構築に向けて

研究課題名(英文) Non-modal stability of vortices and by-pass transition: towards general theory of hydrodynamic stability

研究代表者

服部 裕司 (HATTORI, Yuji)

東北大学・流体科学研究所・教授

研究者番号：70261469

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：渦は流れの基本構造であり、その安定性は流れの性質を理解するための出発点である。渦が不安定化し乱流に遷移する過程を解明するために、遷移的成長と局所擾乱による不安定化過程を理論的かつ数値シミュレーションにより研究した。その結果、遷移的成長においては必ずみ流れによる渦の伸長効果が重要なメカニズムであることを明らかにした。また、短い波長をもつ局在した擾乱(局所擾乱)の不安定成長が、短波長擾乱の理論による予測と合うこと、さらにいくつかの段階をへて乱流に遷移する過程を解明した。

研究成果の概要(英文)：Vortices are one of the fundamental structures in various flows. The stability of vortices is the starting point in understanding the nature of the flow. Transient growth and destabilization by localized disturbances in vortices are studied theoretically and numerically in order to understand the transition to turbulence in vortical flows. In transient growth vortex stretching by straining flow is shown to be a key mechanism. Numerical results of unstable growth of localized disturbances are in good agreement with theoretical prediction. The transition to turbulence occurs after several stages of growth.

研究分野：流体物理学, 数値流体工学

キーワード：渦 非モード安定性 バイパス遷移 遷移的成長 WKB安定性解析 流れの安定性理論

1. 研究開始当初の背景

(1) 渦の安定性：流体物理学において層流から乱流への遷移の解明は長年の重要課題である。この遷移においては流れの安定性が鍵を握る。安定性の理解は線形領域に限れば一見容易に思われるが、臨界層に伴う特異性や無限次元系ゆえの困難のため、円管ポアズイユ流（モード安定性解析では線形安定だが実験では不安定）に代表されるように多くの問題が未解決である。

その中でも近年、航空機の翼端から形成される後流渦（trailing vortex）の安定性に対する関心が再燃している。その背景の一つに航空機の離発着間隔の問題がある。大型航空機の離発着時には強い後流渦が発生し、安全確保のためこれが減衰するまでは次の航空機の離発着ができない。後流渦の挙動を予測し、不安定性を誘発することで減衰させることができれば、安全性の向上と同時に離発着間隔の短縮による大きな経済効果につながると期待されている。しかしながら後流渦の安定性は、個別の不安定性（長波長不安定性、楕円型不安定性など）については着実に理解が進んでいるものの、実験観測を十分に説明するには至っていない。

(2) 非モード不安定性とバイパス遷移：後流渦に代表される渦の安定性において見過ごされていた不安定性がある。それは非モード不安定性である。流れの安定性に関する研究は、擾乱を固有モードに分解し、指数成長（正の固有値）の有無を判定するモード安定性解析によるものが多かった。しかし、境界層やせん断流れなどの平行流においては、モード不安定性のみでは実験結果を説明するには不十分であり、単一の固有モードでは説明できない非モード不安定性、中でも遷移的成長が重要であることが明らかになりつつある。

非モード不安定性は、作用素の非正規性に起源をもつ。量子力学においては作用素が正規性（より強くエルミート性）を持つために固有モードが直交系をなすのに対し、流れの線形安定性においては作用素が一般に非正規であるため固有モードは直交しない。この非直交性ゆえに遷移的成長、すなわち時間無限大では減衰するが、有限時間では代数的に大きく成長する擾乱が存在する。非正規性が強い場合、遷移的成長によりエネルギーが 10^3 倍以上に増大した結果、減衰する前に線形段階から非線形過程に突入して乱流に至るバイパス遷移が報告されている。この場合、指数不安定な固有モードよりも遷移的成長が重要である。渦の場合、ひずみ流や曲がり引き起こす指数不安定性は、成長率としては小さい値であることが多いため、遷移的成長を含む非モード不安定性の重要度がさらに大きくなり得る。

(3) 一般化安定性解析の問題点：非モード不安定性を捉えるためには一般化安定性解析が必要である。一般化安定性解析は、任意の有限時間の擾乱の成長を解析するものであ

り、遷移的成長や固有モードも含めてあらゆる擾乱を取り扱うことができる。しかしながら、現在の一般化安定性解析の手法には次の課題がある：主に数値解析に頼るものであり、不安定性の物理的メカニズムを捉え難い。得られた最適な不安定解は必ずしも実験で観測されるものと一致しない（最適な不安定解がロバストでない）。

研究代表者は渦の安定性に関してWKB安定性解析による一連の研究により渦構造の曲がりによる不安定性の発見とその物理的メカニズムの解明を行った。WKB安定性解析では擾乱の波長が短い極限で解析表現を陽に得て、不安定性の起源から成長率の決定まで安定性の物理的メカニズムを詳細に知ることができる。渦の安定性に関し、WKB安定性解析と一般化安定性解析を平行して行うことにより、安定性の解明と手法としての安定性理論の発展を実現するのが本研究である。

2. 研究の目的

渦の安定性における非モード不安定性のメカニズムとバイパス遷移の役割を解明すると同時に、流れの安定性の統合理論を構築するのが本研究の目的である。具体的には以下のとおりである：

(1) モデル渦および後流渦における非モード不安定性の物理的メカニズムの解明

軸対称渦にひずみ流や曲がりの効果が加わるとパラメタ共鳴不安定性（モード不安定性）が発生する。このパラメタ共鳴不安定性と遷移的成長の競合を解明する。結果は渦度分布の違いに大きく依存すると予想される。渦のモデルとして正規的な場合に近い剛体回転渦（Rankine渦）と非正規性が強い差分回転渦（一般の連続渦度分布）を取り上げ、両者を比較することにより、渦度分布の影響を明らかにする。モデル渦で得た知見を基に航空機の後流渦における非モード不安定性の役割と遷移的成長によるバイパス遷移の有無を突き止める。

(2) 一般化安定性解析の発展による流れの安定性の統合理論の構築

渦の安定性をWKB安定性解析と一般化安定性解析により調べ、両者の結果の対応から一般化安定性解析を進展させ、一般の流れの安定性を余すことなく捉えるための統合理論を構築する。過去の研究において、差分回転渦の渦度の小さい周辺部においてひずみ流や曲がりによる指数不安定性が強いことをWKB安定性解析により示した。このことは軸対称差分回転渦において遷移的成長が周辺部で強いという一般化安定性解析による先行研究の結果と符合する。この符合を軸とし、2種類の安定性解析の相補関係を解明し、統合的に発展させる。

3. 研究の方法

本研究では渦の安定性における非モード

不安定性のメカニズムとバイパス遷移の役割を解明すると同時に、流れの安定性の統合理論を構築する。非モード不安定性の数理解造を解明するために、基本的なモデル渦、一般の渦、および航空機の後流渦の一般化安定性解析とWKB安定性解析を行う。不安定擾乱やゲインの解析表現を求めることで非モード不安定性の役割を明らかにする。直接数値シミュレーションにより解析的な結果を確かめるとともに、非線形領域・乱流状態へのバイパス遷移が起こる条件を明らかにする。渦の安定性に関する2種類の解析結果の比較検討と一般化安定性解析の手法の発展により、一般化安定性解析、WKB安定性解析およびモード安定性解析を軸とした流れの安定性の統合理論を構築する。

4. 研究成果

(1) 2次元Taylor-Green渦の非モード不安定性の理論解析

一般的な渦構造の非モード不安定性の役割と数理解造を解明するためのステップとして、モデル渦として2次元Taylor-Green渦を選び、一般化安定性解析を行った。パラメタ共鳴不安定性(楕円型不安定性、双曲型不安定性)の有無に関係なく、非モード不安定性による遷移的成長が波数の広い範囲において普遍的に存在することを示した。また、遷移的成長がTaylor-Green渦のひずみ場によって引き起こされることを明らかにした。非モード不安定性による最大エネルギーゲインは、時間が大きくなるとモード不安定性による指数的エネルギー成長と同様の振る舞いをすることも確認された(図1)。さらに、短時間の遷移的成長に関しては双曲型よどみ点における渦の伸長効果が支配的であるのに対し、長時間では楕円型不安定性が支配的となることを示した。

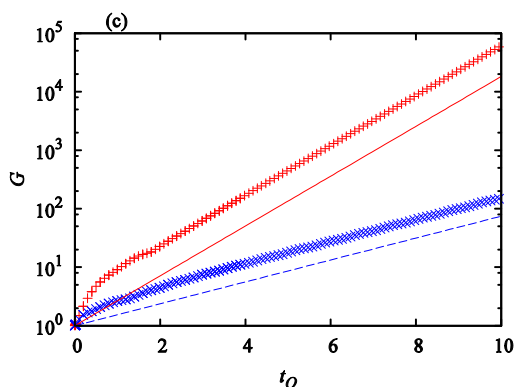


図1. 最大エネルギーゲイン(+: 双曲型不安定性、x: 楕円型不安定性)。直線は対応するモード不安定性の最大成長を示す。

(2) 非モード不安定性のWKB安定性解析

WKB安定性解析では短波長の波束型の擾乱(局所擾乱)の成長を問題とする。数値的に局所擾乱の成長を捉える方法を確認するために、楕円流および2次元Taylor-Green渦

における局所擾乱の不安定成長過程を直接数値シミュレーションにより調べた。

直接数値シミュレーションの準備

楕円流における局所擾乱の不安定成長過程の直接数値シミュレーションは、埋め込み境界法の一つであるVolume Penalization法とスペクトル法のカップリングによる方法を用いることとし、シミュレーションのためのプログラム開発を行った。テスト計算により、手法の正当性を確認した。

2次元Taylor-Green渦における局所擾乱の不安定成長過程の直接数値シミュレーションは、スペクトル法により行うこととし、プログラム開発およびテスト計算により、手法の正当性を確認した。

楕円流における局所擾乱の不安定成長過程の直接数値シミュレーション研究

楕円流における局所擾乱の不安定成長過程を直接数値シミュレーションにより調べた。非粘性短波長極限を仮定するWKB安定性解析の予測する不安定性が粘性有限波長の場合に実際にあらわれることを示した。成長過程は、線形・弱非線形・非線形・乱流の4段階に分けられる(図2)。線形段階においては、解析的に得られる波数ベクトルの共鳴角や不安定成長率が、直接数値シミュレーションによる結果とよく一致することを確認した。弱非線形段階において成長は一度飽和しエネルギースペクトルは初期波数のピークを失う。非線形段階において擾乱のエネルギーは再び増大し、乱流に遷移する。乱流段階ではエネルギースペクトルはKolmogorovのスケリング則に従うが、歪みの影響による異方性があることもわかった。

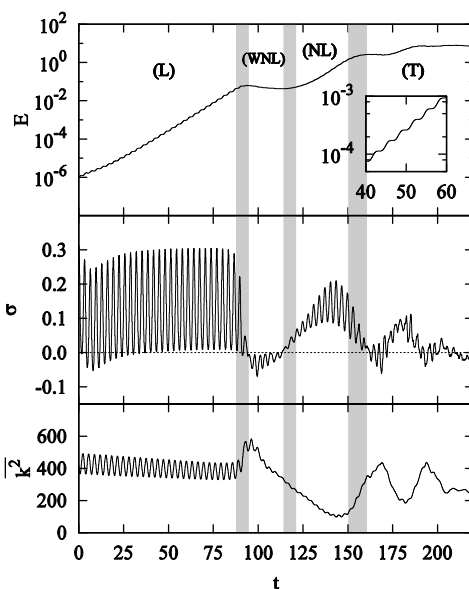


図2. 楕円流中の局所擾乱の成長。上からエネルギー、成長率、平均波数の時間変化を示す。(L): 線形、(WNL): 弱非線形、(NL): 非線形、(T): 乱流の各段階に対応。

2次元 Taylor-Green 渦における局所擾乱の不安定成長過程の直接数値シミュレーション研究

2次元 Taylor-Green 渦を対象とし、初期擾乱として安定性解析により得られる不安定擾乱やランダムな擾乱を与え、不安定化過程を詳細に調べた。差分回転の効果が顕著な場合は局所擾乱が強く変形することにより不安定性が抑制されることも分かった。局所擾乱は線形・弱非線形・非線形の段階を経て乱流に遷移する。楕円流の場合に見られた弱非線形性による成長の飽和がないこと、乱流段階でエネルギースペクトルの慣性領域の幅が狭いことがわかった。また、平均渦度分布に偏りが発生し、中心部に渦度が集中することを示した(図3)。

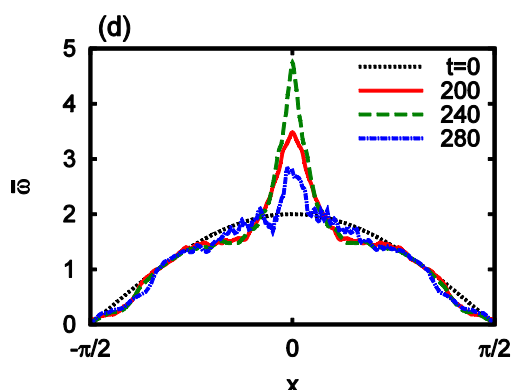


図 3. 局所擾乱により不安定化した 2 次元 Taylor-Green 渦の平均流の渦度分布。

(3) 翼端渦形成過程の解明と渦モデルの構築

応用上重要な渦として航空機後流に形成される翼端渦を取り上げ、その不安定化過程の解明のために翼端渦の生成過程と構造形成メカニズムを直接数値シミュレーションにより調べた(図4)。渦度分布と軸流分布の Reynolds 数依存性、さらには翼平面形状に対する依存性を明らかにした。理論モデルとの比較を行い、渦度分布の非対称成分と軸流に関してはモデルの改善が必要であることを明らかにした。続いて、歪み中の 2次元渦の理論と渦の平滑化理論による修正を行い、渦度分布の非対称成分をモデル化することに成功した。

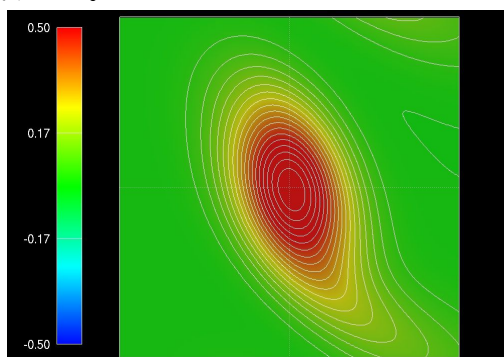


図 4. 翼端渦構造。後流における流れ方向渦度の断面分布。

(4) 非モード不安定性の一般論の展開と流れの安定性の統合理論の構築

流れの安定性の解析手法として一般化安定性解析を発展させるため、波のエネルギーに基づく安定性理論を展開した。軸流をもつらせん渦の場合に実際に安定性解析を行い、軸流の効果により孤立モードがかかわる不安定モードに特徴的な振る舞いが見られること、さらにこれが不安定成長率を強く左右することを発見した。

(5) まとめ

渦の安定性の研究はモード安定性解析に基づくものが多いが、モード安定性解析では捉え難いものとして遷移的成長と波束型の局所擾乱の成長がある。本研究では渦における遷移的成長と局所擾乱の不安定成長の特性を明らかにし、それぞれを解析するための非モード安定性解析と WKB 安定性解析がモード安定性解析と相補的な関係にあることを実証した。また、乱流遷移のメカニズムを明らかにした。渦の安定性の全貌を捉える方法論を提示することにより流れの安定性理論の深化が実現された。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 17 件)

1. Y. Hattori and M. S. bin Marzuki, Evolution of localized disturbances in the elliptic instability, Journal of Fluid Mechanics Vol. 755 (2014) 603-627, 査読有, DOI: 10.1017/jfm.2014.439.
2. T. Gau and Y. Hattori, "Modal and non-modal stability of two-dimensional Taylor-Green vortices," Fluid Dynamics Research Vol. 46 (2014) 031410 (11 pages), 査読有, DOI: 10.1088/0169-5983/46/3/031410.
3. M. Hirota, P. J. Morrison and Y. Hattori, "Variational Necessary and Sufficient Stability Conditions for Inviscid Shear Flow," Proceedings of the Royal Society A Vol. 470 (2014) 20140322, 査読有, DOI: 10.1098/rspa.2014.0322.
4. Hiroshi Koizumi, Yuji Hattori, "Dependence of Axial Flow inside Wing Tip Vortices on Wing Planforms," Proceedings of the Eleventh International Conference on Flow Dynamics, 2014, p. 74-75, 査読無.
5. Yasuhide Fukumoto, Makoto Hirota, Yuji Hattori, "Stability Analysis of Vortices with Axial Flow based on Energetics and its Application,"

Proceedings of the 14th International Symposium on Advanced Fluid Information and Transdisciplinary Fluid Integration (2014) p. 176-177, 査読無.

6. Y. Hattori and Y. Fukumoto, "Modal stability analysis of a helical vortex tube with axial flow," Journal of Fluid Mechanics Vol. 738 (2014) 222-249, 査読有, DOI: 10.1017/jfm.2013.591.
7. Hiroshi Koizumi, Yuji Hattori, "Computational Study of Formation of Wing Tip Vortices at Low Reynolds Numbers," Proceedings of the Tenth International Conference on Flow Dynamics, 2013, p. 80-81, 査読無.
8. Y. Hattori and S. G. Llewellyn Smith, "Motion of axisymmetric magnetic eddies with swirl," Procedia IUTAM Vol. 7 (2013) p. 243-250, 査読有, DOI: 10.1016/j.piutam.2013.03.028.
9. S. G. Llewellyn Smith and Y. Hattori, "Axisymmetric magnetic vortices with swirl," Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation Vol. 17 (2012) p. 2101-2107, 査読有, DOI: 10.1016/j.cnsns.2011.06.001.
10. Y. Hattori and Y. Fukumoto, "Effects of axial flow on the stability of a helical vortex tube," Physics of Fluids Vol. 24 (2012) 054102 (15 pages), 査読有, DOI: 10.1063/1.4717769.

〔学会発表〕(計 20 件)

1. Yuji Hattori, Evolution of mean flow and disturbances in strained vortices, 67th Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics, 2014 年 11 月 24 日, サンフランシスコ (アメリカ).
2. 小泉博史, 服部裕司, 翼端渦構造の翼平面形依存性の数値シミュレーション研究, 日本流体力学会年会 2014, 2014 年 9 月 16 日, 東北大学(宮城県仙台市).
3. 服部裕司, 廣田真, 福本康秀, 軸流をもつ渦のパラメタ共鳴不安定性と波のエネルギー, 日本流体力学会年会 2014, 2014 年 9 月 15 日, 東北大学 (宮城県仙台市).
4. 服部裕司, 歪み渦における局所擾乱の成長過程, 日本物理学会第 69 回年次大会, 2014 年 3 月 28 日, 東海大学 (神奈川県平塚市).
5. 服部裕司, 歪んだ渦における局所擾乱の成長: 線形不安定性・非線形発展・乱流 (招待講演), 平成 25 年度 NIFS 共同研究研究会「MHD および流体力学における流れの安定性に関する理論・シミュレ

ーション研究」, 2013 年 12 月 18 日, 核融合科学研究所 (岐阜県土岐市).

6. 服部裕司, 歪んだ渦と曲がった渦の不安定性 (招待講演), 応用数学連携フォーラム第 38 回ワークショップ, 2013 年 12 月 4 日, 東北大学(宮城県仙台市).
7. Yasuhide Fukumoto and Yuji Hattori, Stability Analysis of Vortices with Axial Flow based on Energetics and its Application, 13th International Symposium on Advanced Fluid Information and Transdisciplinary Fluid Integration, 2013 年 11 月 26 日, 仙台国際センター (宮城県仙台市).
8. Yuji Hattori and M. S. Bin Marzuki, Evolution of localized disturbances in the elliptical flow, IUTAM Symposium on Vortex Dynamics: Formation, Structure and Function, 2013 年 3 月 13 日, 九州大学 (福岡県福岡市).
9. Gau Takayuki and Yuji Hattori, Modal and non-modal stability of two-dimensional Taylor-Green vortices, IUTAM Symposium on Vortex Dynamics: Formation, Structure and Function, 2013 年 3 月 12 日, 九州大学 (福岡県福岡市).
10. Y. Hattori and M. S. Bin Marzuki, Evolution of localized disturbances in the elliptical instability, The 9th European Fluid Mechanics Conference, 2012 年 9 月 12 日, ローマ (イタリア).
11. Yuji Hattori and Yasuhide Fukumoto, Effects of Axial Flow on the Curvature Instability of a Helical Vortex Tube: Modal Analysis, The 23rd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM2012), 2012 年 8 月 23 日, 北京 (中国).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

服部 裕司 (HATTORI, Yuji)
東北大学・流体科学研究所・教授
研究者番号: 70261469

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

福本 康秀 (FUKUMOTO, Yasuhide)
九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・教授
研究者番号: 30192727

岩上(中野) わかな (IWAKAMI, Wakana)
京都大学・基礎物理学研究所・研究員
研究者番号: 50571535