

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 4 月 27 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540402

研究課題名(和文) エンタングルメントを用いた強相関トポロジカル量子相の研究

研究課題名(英文) Study of strongly correlated topological phases with quantum entanglement

研究代表者

戸塚 圭介 (Totsuka, Keisuke)

京都大学・基礎物理学研究所・准教授

研究者番号：80291079

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：エンタングルメントなどを用いた低次元の強相関トポロジカル相の研究を行った。まず、行列積波動関数や場の理論、数値計算などを用いた複合的アプローチにより、SU(N)フェルミオン系などにおける一次元の対称性に護られたトポロジカル相(SPT相)の性質を精密に調べ、非局所秩序変数の有効性を示した。また、一次元磁性体の強磁場磁化プラトーにおいてもSPT相が存在すること、また、その幾何学的位相との関係を明らかにした。次に、強磁場中において、2次元量子磁性体がスピン液体を示す可能性について研究した。具体的には、カゴメ格子上の異方的ハイゼンベルグ模型の3つのプラトーについて数値的に詳細な解析を行った。

研究成果の概要(英文)：On the basis of complex approaches using matrix-product states, low-dimensional quantum field theories, and numerical simulations, we studied the ground states of various strongly correlated one-dimensional systems. In particular, we investigated and characterized the so-called symmetry-protected topological (SPT) phases realized in a system of ultra-cold alkaline-earth fermions by entanglement spectrum. We also demonstrated the use of non-local order parameters in these phases that defy the characterization with the conventional order parameters. Moreover, we showed that these SPT phases (SPT magnetization plateaus) exist in one-dimensional magnets under high magnetic fields. In high magnetic fields, not only SPT phases but also genuine topological ones with fractionalized excitations are allowed to exist. In order to present a microscopic example, we considered the three magnetization plateaus in a two-dimensional magnet on the Kagome lattice using quantum Monte-Carlo methods.

研究分野：量子磁性、低次元系の物性理論

キーワード：トポロジカル相 スピン液体 エンタングルメント 冷却原子気体 磁化プラトー

1. 研究開始当初の背景

強磁性体、超伝導体などは、十分低温において自発的対称性の破れを起こして、磁性や超伝導を示す相へと相転移することはよく知られている。これらの相転移の性質は、局所的な「秩序パラメータ」に基づく Landau の相転移理論の枠組みの中で(少なくとも定性的には)完全に理解される。一方、1980年代に発見された量子ホール効果などでは、異なる凝縮相の性質の違いを局所的な秩序パラメータで特徴付けることができず、むしろ、系全体にわたって定義されるある種のトポロジカルな量子数や、特有の境界励起の有無などによって特徴付けられることが知られている。このような非局所的性質を持つ相転移や秩序の原型は、ゲージ理論における「閉じ込め・非閉じ込め転移」にも見ることができるが、トポロジカルな性質を持つ量子凝縮相は、最近の「トポロジカル絶縁体」の理論的提唱とその実験的検証やトポロジカル量子計算の提唱などによって、凝縮系物理の新しいパラダイムとして再び大きな関心を集めている。

□一方で、量子計算などとの関連で近年発展してきた量子情報の概念を、多体問題の理解に役立てようという動きが進んでいる。たとえば、従来、相関の強い多体系の波動関数は、超伝導における BCS 波動関数や分数量子ホール効果での Laughlin 波動関数のように天才的な直観によって書き下すか、数値的対角化などのような地道な数値計算で求めるしか方法がなかった。しかし、量子情報における重要な概念である『エンタングルメント』に注目することにより、少なくとも短距離相互作用する多体系に関しては、その波動関数の可能な形はかなり強い制限を受けることがわかってきた。こうしたアプローチにより、「トポロジカル秩序」など、摂動論のような標準的な多体問題の手法では手が出せず、波動関数の非自明な性質そのものを取り扱う必要があるような問題にも切り込むことができるようになりつつある。また、量子情報的な性質を利用したくりこみ群とゲージ・重力対応の類似に見られるような、いわゆる「ホログラフィック描像」との意外な接点が指摘されるなど、単なる新しい方法論という枠を超えてその裾野が急速に広がってきている。このような新しい手法を用いて、伝統的な多体問題の手法では取り扱いが困難であった「トポロジカル凝縮相」の理解を深めることは、今日の物性物理学の喫緊の課題である。

2. 研究の目的

以上のような状況に鑑み、

A) Contractor Renormalization 法と呼ばれる実空間くりこみ的手法を、エンタングルメントに着目して改良し、フラストレーション系の競合秩序に対する精密かつ統一的な理論を構築する、

B) 微視的模型を用いて新しいスピン液体的な磁化プラトー状態の性質の詳細を明らかにする、

C) くりこみ群のような伝統的手法や、matrix-product、tensor-product といった量子情報的な新しいアプローチを活用し、一次元、二次元の「強相関」トポロジカル相の性質や大域的相構造を明らかにする、
ことを目的とする。

3. 研究の方法

- 短距離の量子的相関(エンタングルメント)をコントロールするユニタリ変換を構成することで、フラストレーション系の競合量子相に対する、Contractor Renormalization 法と呼ばれる実空間くりこみ的手法を改良することを試みる。

- 新しいスピン液体的な磁化プラトー状態の性質を明らかにするため、場の理論、拡張された量子ダイマー模型、微視的格子モデルに対する大規模数値計算などを用いて調べる。

- 一次元、二次元の強相関トポロジカル相の性質や大域的相構造を明らかにするために、くりこみ群のフロー構造とトポロジカル相の関係を調べる。また、tensor-product 状態などを用いてエッジ状態、entanglement spectrum などの性質を議論する。

4. 研究成果

目的(A)については、いくつか大きな技術的困難があり、残念ながら現在までのところ大きな進展には至っていない。(B)については、平成24年度に客員教授として Toulouse 大学に滞在した際に Alet 氏、Capponi 氏、Platz 氏らと共同研究をスタートし、カゴメ格子上の異方的ハイゼンベルグ模型の3つの磁化プラトーについて大規模数値計算(量子モンテカルロ法)を用いて調べた。この模型に現れる3つの磁化プラトーのうち、格子点あたりの磁化が0と1/3のものについては、有効模型へのマッピングにより過去の研究から様子のわかっている系に帰着させることで基底状態の性質を知ることができるが、磁化1/6のプラトーについては不明であり、特にこれについて(i)有効量子ループ模型の数値計算、(ii)微視的模型の直接シミュレーションの両面で詳しく調べた。その結果、このプラトーでは、ストライプ状の磁気秩序があることがわかった。さらにこの模型に第3近接相互作用を加えた際に期待される相図も調べ、ある程度大きな第3近接相互作用を加えることにより、場の理論で予言されていた Z_2 スピン液体が実現することも明らかにした。

(C)については、特に「対称性に護られたトポロジカル相(SPT相)」と呼ばれるクラスの

トポロジカル相について、詳細に調べた。まず、ある種のフェルミオン自由度（ホール）が存在するスピン系における SPT 相を、解ける模型を用いて調べ、そのエンタングルメントスペクトラムが、ボソンの成分とフェルミオンの成分とから成ること、両者の共存のため、通常のボソンの SPT 相での定式化法を拡張する必要があること、などを示した。次に、一次元光格子にトラップされたアルカリ土類原子気体（フェルミオン）の基底状態相、特にその Mott 絶縁相に出現する SPT 相について詳しく調べた。まず、フランスの Lecheminant 氏らと共同で、場の理論、密度行列くりこみ群をはじめとする数値計算、強結合展開などを駆使して、アルカリ土類冷却原子系を記述する 2 軌道 SU(N) ハバード模型の相図を、一格点あたり N 個のフェルミオン原子がいる場合（ハーフフィリング）に完成させた。その結果、電荷密度波、軌道密度波などの相に加えて、相図のかなり広い領域にわたって SPT 相が現れることがわかった。次にその SPT 相のトポロジカルな性質を、特に N=4 の場合にエンタングルメントスペクトラム、非局所オーダーパラメータなどを用いて詳細に調べ、 $Z_4 \times Z_4$ 対称性に基づく非局所ストリングオーダーパラメータで異なる SPT 相を識別できることを示した。このオーダーパラメータはすべてフェルミオン密度などを用いて表現されており、原理的には観測可能であるので、SPT 相の実験的観測への第一歩となることが期待される。また、これとは別の系であるが、やはり一次元の SPT 相の問題として、一次元磁性体の強磁場磁化プラトーの中には、トポロジカルなものも可能であることを、高吉氏らとの共同研究で明らかにした。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計 8 件)

“Semiclassical approach to competing orders in a two-leg spin ladder with ring exchange”, K. Totsuka, P. Lecheminant, and S. Capponi, *Phys.Rev.B* **86**, 014435 (1-14).

“Supersymmetric valence-bond solid models—Hidden order and dynamics”, K. Totsuka and K. Hasebe, in “Frontiers in Quantum Information Research”, M. Nakahara and S. Tanaka eds., p.281-301, World Scientific (2012).

“Quantum entanglement and topological order in hole-doped valence-bond solid states”, K. Hasebe and K. Totsuka, *Phys.Rev.B* **87**, 045115 (1-21) (2013).

“Topological Many-Body States in

Quantum Antiferromagnets via Fuzzy Supergeometry”, K. Hasebe and K. Totsuka, *Symmetry* **5**, 119-214 (2013).

“Symmetry-protected topological phases of alkaline-earth cold fermionic atoms in one dimension”, H. Nonne, M. Moliner, P. Lecheminant, S. Capponi, and K. Totsuka, *Europhys.Lett.* **102**, 37008 (1-6) (2013).

“Phase diagrams of one-dimensional half-filled two-orbital SU(N) cold fermions systems”, V. Bois, M. Moliner, S. Capponi, P. Lecheminant, and K. Totsuka, *Phys.Rev.B* **91**, 075121 (2015).

“Symmetry-protected topological order in magnetization plateau states of quantum spin chains”, S. Takayoshi, K. Totsuka, and A. Tanaka, *Phys.Rev.B* **91**, 155136 (2015).

“Phase diagram and sweep dynamics of a one-dimensional generalized cluster model”, T. Ohta, S. Tanaka, I. Danshita, and K. Totsuka, to appear in *J. Phys. Soc. Jpn.* (2015).

〔学会発表〕(計 11 件)

“Featureless spin liquid phases in high magnetic field”, K. Totsuka, “Theory of Quantum Gases and Quantum Coherence”, Lyon (June, 2012).

『強磁場中で実現するスピン液体磁化プラトー状態』、戸塚圭介、研究会『量子スピン系の物理』、京都（2012年、11月）

“Geometric phases in magnetization plateaus”, K. Totsuka, “Novel Development of Statistical Physics” Tokyo (December, 2012) 招待講演

“Symmetry-protected topological phases of alkaline-earth ultra-cold fermionic atoms in one dimension”, K. Totsuka, “Emergent Quantum Phenomena in Condensed Matter 2013”, Kashiwa (June, 2013)

“Symmetry-protected topological phases of alkaline-earth ultra-cold fermionic atoms in one dimension”, K. Totsuka, *STATPHYS25*, Seoul (July, 2013).

“Symmetry-protected topological phases of alkaline-earth cold atoms in one dimension”, K. Totsuka, Swiss-Japanese workshop “Trends in the theory of correlated systems”, Lausanne (October, 2013) 招待講演

“Symmetry-protected topological Mott phases of ultra-cold fermions in one dimension”, K. Totsuka, “New Horizon of Strongly-Correlated Physics” Kashiwa (July, 2014)

“Symmetry-protected topological Mott insulators of ultra-cold fermions in one

dimension”, K. Totsuka, TCQS2014 (August, 2014)

『一次元 SU(N)冷却原子系における SPT 相の性質と秩序変数』、戸塚圭介、日本物理学会秋季大会シンポジウム『対称性で守られたトポロジカル相と量子エンタングルメント』(2014年9月)招待講演

“Symmetry-protected topological phases of SU(N) ultra-cold fermions in one dimension”, K. Totsuka, International long-term workshop “Novel quantum states in condensed matter 2014”, Kyoto (November, 2014) 招待講演

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

戸塚 圭介 (TOTSUKA, Keisuke)
京都大学基礎物理学研究所・准教授
研究者番号：80291079

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：