

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 27 年 5 月 7 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24560072

研究課題名(和文)多重極ソースモデルを用いた磁場源推定逆問題の直接解法と応用

研究課題名(英文) Direct reconstruction of magnetic sources using a multipole model and its applications

研究代表者

奈良 高明 (NARA, Takaaki)

東京大学・情報理工学(系)研究科・准教授

研究者番号：80353423

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,100,000円

研究成果の概要(和文)：磁場を観測し、それを生み出すソースを推定する逆問題は、広範な応用を有する工学の基礎的課題である。本研究では、ソースを双極子、四重極子からなる多重極子でモデル化した上で、その位置とモーメントを観測データから直接再構成する手法を導出した。これを脳磁場逆問題に適用し、近接した逆向き電流源を従来法より高精度に推定できることを示した。また二次元平面上でRFIDタグの位置を高精度に推定でき、ロケーションウェアなユーザインタフェースに応用可能であることを示した。

研究成果の概要(英文)：Inverse source problems for magnetic sources from the measurements of the magnetic field have a wide variety of applications. In this research, based on the source model with the equivalent multipoles, a method to reconstruct their locations as well as moments directly and algebraically from the measured data was derived. We applied it to the magnetoencephalography inverse problem, and showed that the adjacent, oppositely-directed dipoles were localized accurately by assuming the dipoles and quadrupoles. Also, the developed theory was applied to localization of a radio-frequency identification (RFID) tag, which could be used for location-aware systems.

研究分野：逆問題

キーワード：逆問題 磁場源推定 脳磁場 RFIDタグ 直接解法 荷重積分法

## 1. 研究開始当初の背景

磁場を観測し、それを生み出す電流源(以下ソースと呼ぶ)を推定する逆問題は、広範な応用を有する工学の基礎的課題である。例えば、1)人間の頭部表面で磁場を観測し、脳内の神経電流源の分布を推定する脳磁場逆問題、2)構造物に交流磁界を印加することで、傷を2次のソースとして検出する非破壊検査、3)Radio Frequency Identification (RFID) タグの位置検出インタフェース、などがある。

一般に本逆問題には解の一意性が無いため、ソースを複数個の電流双極子または磁気双極子の和として表し、適切な先験情報を仮定した上で解を求めるのが通常である。従来法は、(1) ソースが存在しうる領域をメッシュで分割しノード上に双極子を固定した上で、そのモーメントを求める線形解法と、(2) 比較的少数個の双極子の和としてソースを表現し、その位置、個数、モーメントを非線形最適化で推定する非線形解法に分類される。しかし、前者は、電流分布が画像として近似的に求まる反面、正則化により解が滑らかになりすぎるといった問題があった。また後者は、ソース領域の中心位置が正確に求まる反面、領域サイズは推定できず、またローカルミニマムに陥らない適切な初期解の選定が課題であった。

申請者は、方法(2)と同様にソースをパラメトリックに推定する非線形手法の立場に立脚しつつ、観測データを用いてソースパラメータを直接推定する解法を提案してきた。しかしながら、

(1) 双極子モデルを用いているため、依然ソースの広がりや分布は表現できない。特に逆向き双極子が分布したソースの推定が困難である

(2) 理論的にはソースを囲む曲面上のデータが必要なため、部分境界データしか用いることのできない実際問題では精度改善が必要である

という問題点があった。

## 2. 研究の目的

以上の背景を基に、以下四点を明らかにすることを本研究の目的とした。

(1) 複数箇所に存在する広がりをもったソース領域を精度高く推定するために、ソースの多重極モデルを導入する。その上で、非線形最適化によらず、観測データから直接、代数方程式の解として重心位置を正確に推定する手法を開発する。

(2) 上記(1)の手法を脳磁逆問題に適用し、脳回(大脳皮質のしわ)のように逆向き電流が接近して存在する部位のソース中心を高精度に推定する手法を開発する。

(3) ソースを囲まない部分的な境界データから、双極子ソースの位置、向き、姿勢、個数を直接推定する数理解法を開発する。

(4) 上記(3)の手法において必要となる、直接

解法に適した部分境界上での磁場の面/線積分量を直接計測するセンサを開発し、磁気双極子、特にRFIDタグのリアルタイム高精度定位システムを構築する。

## 3. 研究の方法

(1) 多重極ソースの直接再構成手法の導出

①一般の三次元空間中のソース推定で記述できるが、ここでは、脳磁場逆問題に対する解法を記載する。頭部三層同芯球モデルを仮定し、脳内の領域  $P_n$  ( $n=1, \dots, N$ ) にソース  $\mathbf{j}_p(\mathbf{r})$  が分布しているとき、頭部表面にて磁場の動径方向成分

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^N \int_{P_n} (\mathbf{r}' \times \mathbf{j}_p(\mathbf{r}')) \cdot \nabla' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dv'$$

を観測できるものとする。  $P_n$  の中心を  $\mathbf{r}_n$  とすると、磁場は

$$\begin{aligned} \mathbf{r} \cdot \mathbf{B} = & \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^N (\mathbf{r}_n \times \mathbf{p}_n) \cdot \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_n}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|^3} \\ & + \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^N Q_n : \frac{3(\mathbf{r} \times \mathbf{r}_n)(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) + |\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|^2 X_r}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|^5} \end{aligned}$$

と多重極展開できる。ただし、  $\mathbf{p}_n$  は領域  $P_n$  上の電流モーメントの総和として定義される等価双極子モーメント、  $Q_n$  は

$$Q_n = \text{Sym.} \int_{P_n} \mathbf{j}_p(\mathbf{r}') (\mathbf{r}' - \mathbf{r}_n) dv'$$

で定義される等価四重極モーメントである。このとき、観測磁場データから、領域数  $N$ 、領域中心  $\mathbf{r}_n$ 、および双極子モーメント、四重極子モーメントを決定する問題を考える。

②まず磁場を原点中心として球面調和関数を用いて

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0 \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \frac{l+1}{2l+1} M_{lm} \frac{\hat{Y}_{lm}^*(\theta, \phi)}{r^{l+1}}$$

と展開すると、展開係数を介して、ソース多重極のパラメータと観測データの間の代数方程式が得られる。ここで特に、扇球関数成分、すなわち、  $l=m$  成分に注目すると、代数方程式

$$c_m = \sum_{n=1}^N p_n (x_n + iy_n)^m + m \sum_{n=1}^N q_n (x_n + iy_n)^{m-1}$$

( $m=0, 1, \dots$ ) が得られる。左辺は球面調和関数展開の  $l=m$  成分であり、観測磁場データの境界荷重積分から計算することができる。右辺の  $x_n + iy_n$  は、  $\mathbf{r}_n$  を複素平面に射影した位置であり、  $p_n, q_n$  は、  $\mathbf{p}_n, \mathbf{Q}_n$  から決まる複素数値

である。特筆すべきは、本方程式が二次元モデルにおける一般化されたモーメント問題 (T.Nara, Inverse Problems, 28, 025008, 2012) とまったく同じため、その解法を用いて代数的に解が決定できる点である。具体的には、 $N$  個の射影位置に対し、その  $1, \dots, N$  次基本対称式  $s_1, \dots, s_N$  を定義することで、上記代数方程式は、

$$(s_N, \dots, s_1, 1) \begin{pmatrix} c_m & c_{m+1} & \dots & c_{m+N} \\ c_{m+1} & c_{m+2} & \dots & c_{m+N+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m+N} & c_{m+N+1} & \dots & c_{m+2N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_N \\ \vdots \\ s_1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

( $m=0, 1, \dots$ ) と書き直せることが示せる。

さらに、この連立 2 次方程式は、ハンケル行列の性質を用いると、線形方程式に帰着できることも示せる。こうして  $s_1, \dots, s_N$  を求めたら、 $N$  次方程式

$$z^N + s_1 z^{N-1} + \dots + s_N = 0$$

を解くことで、 $N$  個の  $xy$  平面射影位置を定められる。 $xy$  平面だけでなく、 $yz$  平面へ射影することにより、 $z$  成分も決定することができる。多重極位置が決まれば、多重極係数と境界データの関係は線形であるため、最小二乗法により双極子モーメントおよび四重極子モーメントを決定することができる。

以上より、広がりを持ったソースに対して、これを多重極展開し、展開中心位置および双極子モーメント、四重極子モーメントを代数的に再構成する手法が得られた。なお本手法は四重極以上の高次多重極への拡張も可能である。

## (2) 脳磁場逆問題への応用

①上記(1)の理論をまず数値シミュレーションで検証した。図2のように左右脳にまたがる領野に逆向きの電流双極子が分布しているソースにを仮定し推定を行った。

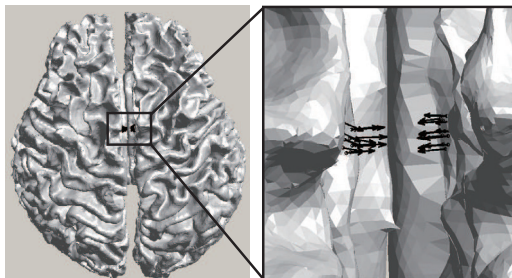


図2：数値シミュレーション。左右脳にまたがる逆向き電流双極子。

結果を図3に示す。通常双極子モデルでは、接近した逆向き双極子の推定は不安定となるため、青矢印のように真の双極子分布とはかけはなれた解が得られる。これに対し、双

極子+四重極子を仮定した提案手法では、領域中心に精度良く推定されていることがわかる。

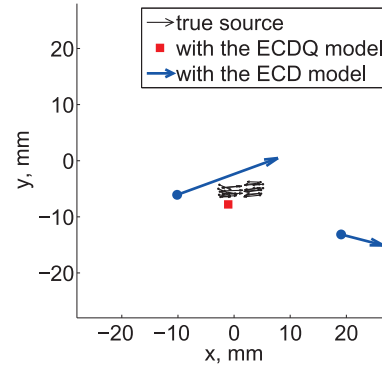


図3：推定結果。通常双極子モデルでは推定が不安定になる(青矢印)が、提案した双極子+四重極子を用いた解法では、ソース中心に精度良く推定される(赤四角)。

②次に、検証実験として、3.5mm だけ離れた逆向きの双極子を配置した四重極ファントムを用いた推定を行った(金沢工業大学、上原弦教授、小山大介講師との共同研究)。これは、脳回にまたがった電流ソースを模擬したものである。この場合もやはり通常双極子推定手法で再構成すると不安定になるのに対し、提案法では、二つの逆向き双極子の中心に正確に位置が推定されている(図4)。これは四重極まで含めたソースモデルを用いることで、電流分布の推定精度が向上したことを示している。

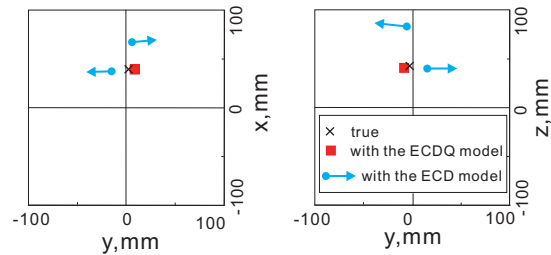


図4：脳回にまたがる逆向き双極子を模擬した四重極ファントムを用いた検証実験。×印を中心とし、3.5mm 離れた位置に逆向きの電流双極子がある。2つの双極子を仮定する従来法では推定結果が不安定となる(青矢印)に対し、提案法では中心位置を精度良く推定できている(赤四角)。

(3) ソースを囲まない部分境界からの再構成  
①三次元空間中の位置  $r_0$  に、磁気モーメント  $p$  の磁気双極子があるとき、Euler の同次方程式が成り立つことが知られている。これは、位置  $r$  において、磁場とその空間微分を計測

すれば、線形方程式の解として双極子位置  $\mathbf{r}_0$  が定まることを表している。しかしながら、空間微分を差分で近似すると観測雑音に弱いという問題があった。

②そこで、本研究では、Euler 方程式をまず

$$\nabla \cdot (B_i(\mathbf{r})(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)) = 0, \quad (i = x, y, z)$$

と div 型で書き直した上で、これを三次元空間中の観測領域内で体積積分し、ガウスの法則を用いることで定式

$$\int_{\Gamma} B_i(\mathbf{r})(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \cdot \mathbf{n} d\Gamma = 0, \quad (i = x, y, z)$$

を導出した。これは、任意形状の観測領域の表面上における磁場の積分量を観測量とし、線形方程式を解くことで、双極子位置  $\mathbf{r}_0$  が決定できることを示している。磁場の微分が不要であり、積分による誤差の平均化により精度が向上し、それでいて、局部的かつ任意形状の観測領域を設定することが可能である。③さらに双極子が二次元  $xy$  平面上にある場合、磁場の  $z$  成分に関して、rot 型の磁場源拘束偏微分方程式

$$\nabla \times (B_z(\mathbf{r})(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)) = \mathbf{0}$$

が成り立つことを示した。これを二次元平面内の観測領域  $S$  内で面積分し、ストークスの定理を用いることで定式

$$\int_{\partial S} B_z(\mathbf{r})(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \cdot d\mathbf{s} = 0$$

を導出した。これは  $S$  の境界に沿う、磁場の荷重積分量を係数とする線形方程式となっている。したがって、上記②の式と本式を連立することでも、二次元平面内の磁気双極子を定位することが可能である。

(4) 荷重積分を直接計測するセンサの開発と RFID タグ位置推定への応用

①病院などの可搬式ワゴンや薬品保管庫にある薬瓶や試験管に RFID タグを貼り付け管理するシステムが開発されているが、ID だけでなく、その位置も推定し把握できれば、より厳重な管理が可能となる。そこで、二次元の天板上で薬瓶につけられた 135kHz の RFID タグを推定するシステムを開発した。

②上記(3)において示した  $B_z$  に関する div 型および rot 型磁場源拘束式を用いると、連立方程式の解としてタグの二次元位置  $\mathbf{r}_0$  を決定することができる。その際必要となる磁場の荷重積分量は、各辺に沿う磁場の線積分と、

$$\int_{-a}^a x(B_z(x, -a, 0) - B_z(x, a, 0)) dx$$

のように線形の荷重をかけた線積分、および、

正方形内を通過する磁束であることがわかる。これらを直接計測するため、辺上に長方形のコイル(図5左)、蝶ネクタイ型コイル(図5右)、および正方形ループコイルからなるセンサ(図6)を開発した。

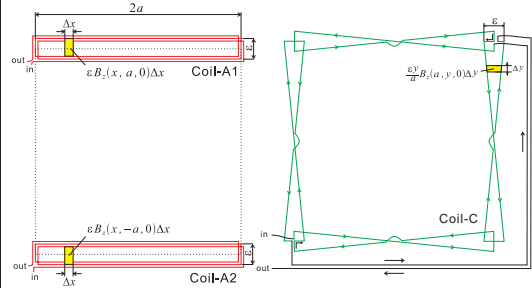


図5：荷重積分を直接計測するコイル(左)荷重1の長方形コイル、(右)線形荷重の長ネクタイ型コイル

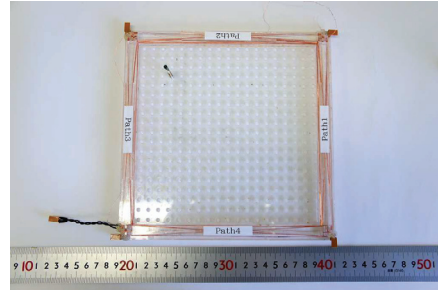


図6：RFIDタグ定位用センサ：正方形境界上に配置された6種類のコイルからなる(200x200mmのもの、400x400mmも作成した)

③提案手法で得られた解を初期値と、非線形最適化を施した定位結果を図7に示す。300mmx300mmの領域において、平均位置誤差1.8mm、最大位置誤差5.6mmでRFIDタグが定位できた。

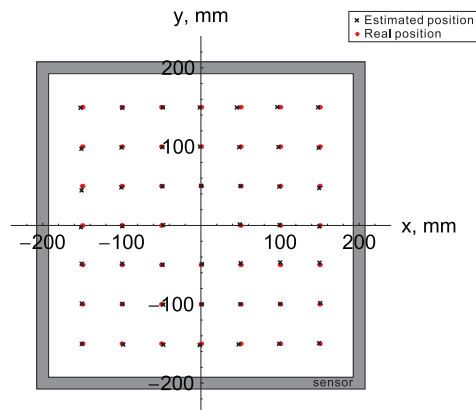


図7：RFIDタグの定位結果。300x300mm領域において平均位置誤差1.8mm、最大誤差5.6mmで定位した。



#### 4. 研究成果

(1) 三次元空間における磁場のソース推定に関して、ソース電流のサポートが  $N$  個の領域であるとき、ソース領域の中心位置を  $xy$  平面に射影した位置を、観測データから直接、代数的に再構成する手法を導出した。観測磁場データの荷重積分量からなるハンケル行列を構成することで、一変数代数方程式の解として射影位置を求めることが出来る。ソースパラメタの陽な表現を与えたという理論的成果だけでなく、最適化手法の初期解を与えることができるという意味でも有用である。

(2) 上記(1)を脳磁場逆問題解析に適用し、脳回にまたがった、逆向き電流源をモデル化したファントムを用いて検証した。従来の複数双極子を仮定する解法では不安定となり再構成不能であったのに対し、双極子+四重極子からなる多重極モデルを仮定することで、高精度に位置推定できることを示した。てんかんの診断などにおいて、脳回にまたがったソースであるか、脳回の片側に分布したソースであるかを識別するときには有用な手法になると考えられる。

(3) 単一の磁気双極子が空間中にあるとき成り立つ Euler の同次方程式を、等価な  $\text{div}$  型で書き直し、これを任意領域で体積積分することにより、双極子位置に関する線形方程式を導出した。Euler の同次方程式を用いる従来手法では磁場の微分を観測量とするため観測雑音に対しロバストではなかったのに対し、本手法は有限領域における荷重積分量を観測量とするため、SN 比のよい計測に基づく推定が可能となった。また、双極子が平面上にあるとき、磁場源位置を拘束する偏微分方程式をもう一つ、 $\text{rot}$  型で導出し、これを面積分することにより、やはり双極子位置に関する線形方程式を導出した。

(4) 上記(3)の理論を二次元平面における RFID タグの位置推定に応用した。正方形境界上で荷重線積分を直接計測する 6 種類のコイルを開発し、これらを用いて、タグ位置を推定する手法を開発した。

#### 5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 7 件)

- ① A. Chiba and T. Nara, 2-D Localization of Radio Frequency Identification tags from measurements of the weighted integrals of the magnetic flux density, IEEE Transactions on Magnetics, 50, 9, 6200808 (8pp), 2014. 査読有.
- ② T. Nara, K. Koiwa, S. Takagi, D. Oyama, and G. Uehara, Algebraic Reconstruction Combined with the Signal Space Separation Method for the Inverse Magnetoencephalography Problem with Dipole-Quadrupole Source, Journal of Applied Physics, 115,

17E312, 2014. 査読有.

- ③ T. Nara, M. Fujieda, and Y. Gotoh, Non-destructive inspection of ferromagnetic pipes based on the discrete Fourier coefficients of magnetic flux leakage, Journal of Applied Physics, 115, 17E509, 2014. 査読有.
- ④ T. Nara and W. Ito, Moore-Penrose generalized inverse of the gradient tensor in Euler's equation for locating a magnetic dipole, Journal of Applied Physics, 115, 17E504, 2014. 査読有.
- ⑤ T. Nara, Algebraic reconstruction of current dipoles and quadrupoles in three-dimensional space, Mathematical Problems in Engineering, Volume 2013, 413980, 15 pages, 2013. 査読有.
- ⑥ 千葉 昭宏, 奈良 高明, 正方形境界上の荷重積分センサを用いた RFID タグの定位, 計測自動制御学会論文集, 48(12), 822-829, 2012. 査読有.
- ⑦ T. Nara, H. Watanabe, and W. Ito, Properties of the linear equations derived from Euler's equation and its application to magnetic dipole localization, IEEE Transactions on Magnetics, 48, 4444-4447, 2012. 査読有.

[学会発表] (計 19 件)

- ① T. Nara and Y. Yaguchi, A planar sensor for localization of a three-axis magnetic dipole, Proceedings of SICE Annual Conference 2014, 375-378, Hokkaido University (Sapporo), Sep. 10, 2014.
- ② Y. Higuchi, T. Nara, and S. Ando, Direct localization of a magnetic dipole based on a gradient-form partial differential equation, Proceedings of SICE Annual Conference 2014, 379-382, Hokkaido University (Sapporo), Sep. 10, 2014.
- ③ 樋口 祐介, 奈良 高明, 安藤 繁, 円周磁気センサアレイを用いた磁気双極子の直接定位, 第 31 回センシングフォーラム, pp. 122-125, 佐賀大学 (佐賀), 2014. 9. 25.

- ④ 竹田 裕史, 奈良 高明, 安藤 繁, 磁性体存在下での磁場零点に着目したビーコン探索, 第31回センシングフォーラム, pp. 283-288, 佐賀大学(佐賀), 2014. 9. 26.
- ⑤ 伊藤 雅博, 樋口 祐介, 奈良 高明, 安藤 繁, 直線状磁気センサアレイを用いたスマートフォンの直接定位, 第31回センシングフォーラム, pp. 126-129, 佐賀大学(佐賀), 2014. 9. 25, .
- ⑥ 江上 恭行, 奈良 高明, 部屋型境界荷重積分センサを用いた磁気双極子定位, 第30回センシングフォーラム, 205-210, 信州大学(上田), 2013. 8. 30.
- ⑦ 樋口 祐介, 奈良 高明, 安藤 繁: 荷重積分法による複数磁気双極子の直接位置推定, 第30回センシングフォーラム, 216-221, 信州大学(上田), 2013. 8. 30.
- ⑧ T.Nara, An explicit method for the magnetoencephalography inverse problem based on data continuation, Proceedings of SICE Annual Conference 2012, 2045 - 2047, Akita University (Akita), 2012. 8. 23.

〔図書〕(計2件)

- ① 奈良 高明: 応用数理ハンドブック, (分担執筆) 逆問題 編集担当, 再構成アルゴリズム, 日本応用数理学会編, (朝倉書店, 2013).
- ② 奈良 高明: シミュレーション辞典, (分担執筆) 計測原理, p. 84, 日本シミュレーション学会編, (コロナ社, 2012).

〔産業財産権〕

- 出願状況 (計 0 件)  
○取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

ホームページ:

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

奈良 高明 (NARA, Takaaki)

東京大学・大学院情報理工学系研究科・准教授

研究者番号: 80353423

(2) 研究分担者: なし

(3) 連携研究者

安藤 繁 (ANDO, Shigeru)

東京大学・大学院情報理工学系研究科・教授  
研究者番号: 70134468

武田常広 (TAKEDA, Tsunehiro)

(株)新領域技術研究所・代表取締役・社長  
研究者番号: 90292771