

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 17 日現在

機関番号：32680

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24560078

研究課題名(和文) 超離散解析の工学システムへの応用

研究課題名(英文) Application of Ultradiscrete Analysis on Engineering Systems

研究代表者

薩摩 順吉 (SATSUMA, Junkichi)

武蔵野大学・環境学部・教授

研究者番号：70093242

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,100,000円

研究成果の概要(和文)：独立変数、従属変数ともに離散的である超離散方程式系に対して、それらの解や方程式の数理的構造についていくつかの新しい知見を得た。また、超離散方程式の解と対応する非線形微分方程式の解の関連についても考察を加え、両者は密接に関連していることを明らかにした。また、非線形差分方程式に対応する超離散系に対するカルマンフィルターを提案し、数値実験を通してその有効性を確認した。この結果は、超離散系の工学システムへ応用可能性を強く示唆している。

研究成果の概要(英文)：We found several new aspects of the solutions and mathematical structures for ultradiscrete equations, in which both of the independent and dependent variables are discrete. We also studied the relationship between the solutions of ultradiscrete equations and those of the corresponding nonlinear differential equations, and made clear that both are closely related. We also proposed a Kalman filter for the ultradiscrete system corresponding to a nonlinear difference equation and confirmed its validity through numerical experiment. This result strongly suggests an applicability of the ultradiscrete equations to engineering systems.

研究分野：応用数理、数理物理学

キーワード：応用数理 セルオートマトン 非線形差分方程式 超離散系 カルマンフィルター

1. 研究開始当初の背景

研究代表者はこれまで非線形波動、とくに可積分系理論の研究をすすめてきたが、その中で、離散系の方が連続系より、解の数学的構造を捉えやすく、系の本質をよく反映しているとの認識をもつようになった。また、近年の研究の中で、離散可積分系が工学上も重要な意味を持っていることが明らかになってきた。さらに、ソリトン理論の研究を押し進める中で、研究代表者たちは「可積分な非線形偏微分方程式に対して(独立変数が離散的である)差分方程式を構成する。その差分方程式に、超離散化という手法を用いるとセルオートマトン系(独立変数だけでなく従属変数も離散的な系、以下超離散系と呼ぶ)に到達することができる。得られた超離散系は、解の構造や対称性など、もとの偏微分方程式の持っている可積分性の本質的な部分をすべて保存している。」という事実を発見した。その後、この事実に基づいた研究の中で、研究代表者たちは、広いクラスの連続版ソリトン方程式が対応する超離散系を持つことを明らかにしてきた。また、可積分でない系に対しても、この結果が応用できることも明らかにした。以上の研究成果から、連続系と超離散系をつなぐ試みを工学システムに適用し、新しい解析手法を見いだせる可能性があるかと判断した。

2. 研究の目的

本研究では、超離散の考え方を工学システムに応用し、ペトリネット、ネットワーク問題、ソーティングなどの具体的な対象について、対応すると期待できる差分方程式、微分方程式を導き、得られた方程式と工学システムの関係について考察することを目的とする。すなわち、さまざまな離散工学システムに対応する連続システムを構成し、まったく異なる立場からシステムの理解を図ることを第1の目的とする。また、これまでの離散解析では取り扱いが困難であった問題に対して新し

い解決策を見いだすことも目指す。さらに、得られた結果を用いて非線形工学システムに対する解析手法の提案を行うことを第2の目的とする。とくに準備的な研究を進めてきたカルマンフィルターに関して、超離散化の手法を用いて、非線形問題への適用可能性を追求する。こうした研究から、離散工学システムと連続システムをつなぐ差分方程式について普遍的な構造が存在する可能性について検討を加え、離散数学と連続数学の架け橋を探ることも長期的な目標である。

3. 研究の方法

- (1) 離散工学システムに対応する差分方程式を連続化した微分方程式と超離散方程式の解の構造を調べ、普遍的な構造を抽出する。
- (2) (1)で得られた構造から離散工学システムに関する問題に対して新しい解決策を見いだす。
- (3) 超離散化の手法を用いて、非線形工学システムに対する解析手法の提案を行う。とくに、非線形系に対するカルマンフィルターを構成し、現実問題への適用可能性を検討する。

4. 研究成果

- (1) 超離散系の「可積分性」を判定する方法を線形化可能ないくつかの方程式に適用し、離散・連続系との対応を考察した。この研究は「負の問題」を避けることのできる新しい超離散化手法を用いているが、研究結果はその有効性を強く示したものである。今後、この手法により超離散系として扱える対象が広がることを期待できる。
- (2) 超離散 KdV 方程式について、一般的な初期値に対する解を解析的に表現した。この結果は超離散方程式に対して、直接解析できる例を与えたもので、今後さまざまな方程式に拡張していく予定である。
- (3) 線形化できる差分方程式の解の構造を詳しく調べた。この結果は連続系・離散系・超

離散系の関係を明らかにするための知見を与えたものである。

(4) q エアリー方程式の解である qA_i 関数、 qB_i 関数の超離散極限の構造を明らかにした。またその中で、制限付き分割数が満たす無限個の関係式を得た。これまで不明であった関数の超離散極限を具体的に与えたもので、超離散系研究における重要な結果である。

(5) 新しい超離散化の手法を用いて、超離散 Painlevé III 型方程式の特殊解の系列を与えた。今後、一般的なパラメータに対する解の表現を求める予定である。今後さまざまな特殊関数について同様の超離散類似を考えることが1つの課題である。

(6) ある非線形差分方程式を超離散化した系に対するカルマンフィルターを提案した。また、数値的な実験によりその有効性を示した。今後、より広いクラスの非線形系への拡張を検討し、新しいタイプのカルマンフィルターの構成を試みる予定である。

(7) 新しい型の非線形差分方程式の可積分性について議論し、多次元への拡張可能性を検討した。この方程式は特異点閉じ込めテストにパスし、双線形化手法を用いて多ソリトン解を与えることができる。

(8) 非対称な構造を持つ離散パルヴェ方程式を分類し、加法的な方程式の場合の構造を明らかにした。これらの方程式は2つの方程式系で表現されるが、分類を通していくつかの新しい非線形差分方程式を提案できた。これらの方程式の工学的な応用について今後考えていく予定である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計8件)

B.Grammaticos, A.Ramani, K.MTamizhmani, T.Tamizhmani and J.Satsuma, Strongly asymmetric discrete Painlevé equation, J.Math. Phys., 査読有, Vol.55, 2014,

53503

DOI:10.1063/1.4874111

B.Grammaticos, A.Ramani, C.Scimiterna and J.Satsuma, On the integrability of a new lattice equation, J.Phys.A, , 査読有, Vol.47, 2014, 385201

DOI:10.1088/1751-8113/47/40/475201

Shin Isojima, Junkichi Satsuma and Shoko Tabuchi, 符号付き超離散 Painlevé III 型方程式の特殊解について, RIMS 講究録別冊, 査読有, Vol.B47, 2014, 127

磯島伸, 薩摩順吉, 超離散化における負の問題の解決, 日本応用数理学会和文論文誌, 査読有, 23 巻, 2013, 325 - 339

N.Mimura, J.Satsuma, A.Ramani and B.Grammaticos, Linearisable ultra-discrete systems with sign variables and the confinement of singularities, J.Math. Phys., 査読有, Vol.54, 2013, 23504

DOI:10.1063/1.4776188

A.Ramani, B.Grammaticos and J.Satsuma, On the explicit integration of a class of linearizable mappings, J.Phys.A, , 査読有, Vol.45, 2012, 365202

DOI:10.1088/1751-8113/45/36/365202

R.Wilcox, J.Satsuma, A.Ramani and B.Grammaticos, A KdV cellular automaton without integers, Contemporary Mathematics, 査読有, Vol.580, 2012, 135-155

DOI:10.1090/conm/580/11495

S.Isojima, J.Satsuma and T.Tokihiro, Direct ultradiscretization of A_i and B_i functions and special solutions for the Painlevé II equation, 査読有, J.Phys.A Vol.45, 2012, 155203

DOI:10.1088/1751-8113/45/15/155203

[学会発表](計7件)

薩摩順吉, 磯島伸, ある符号付き超離散 QRT 系に対するカルマンフィルタ, 日本応用数理学会 2015 年研究部会連合発表

会，明治大学中野キャンパス，2015年3月6日

Junkichi Satsuma, Ultradiscrete analysis on linear and nonlinear systems, PMNP2013 招待講演，2013年6月25日，Gallipoli, Italy

窪田萌，薩摩順吉，非線形問題に対する超離散カルマンフィルターの提案，日本応用数理学会 2014年研究部会連合発表会，京都大学吉田キャンパス，2014年3月14日

田淵章子，薩摩順吉，磯島伸，超離散 Painlevé III 型方程式の特殊解の系列，日本応用数理学会 2014年研究部会連合発表会，京都大学吉田キャンパス，2014年3月14日

磯島伸，薩摩順吉，時弘哲治，符号付き超離散 A_i 関数と制限付き分割数，日本数学会春季大会，京都大学，2013年3月22日

Junkichi Satsuma, Analysis on ultradiscrete system, ICIAM workshop 招待講演，京都大学，2012年6月1日

薩摩順吉，超離散方程式の解について，日本応用数理学会 2012年年会，稚内全日空ホテル，2012年8月29日

〔その他〕

ホームページ等

<http://gyoseki.musashino-u.ac.jp/msuhp/>

[KgApp?kyoinId=ymeigooggy](http://gyoseki.musashino-u.ac.jp/msuhp/KgApp?kyoinId=ymeigooggy)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

薩摩 順吉 (SATSUMA, Junkichi)

武蔵野大学・環境学部・教授

研究者番号：70093242