

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 27 年 6 月 10 日現在

機関番号：24403

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24560551

研究課題名(和文)非線形フィードバック系の最適性に関する統一理論の構築と進化論的設計

研究課題名(英文)A unified approach to nonlinear optimal control problems and evolutionary design methods

研究代表者

井前 譲 (IMAE, Joe)

大阪府立大学・工学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：30184807

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：「終端時刻が自由」、「初期状態が自由」、「設計パラメータの混在」、「物理的拘束条件を含む」、「ハイブリッド構造を含む」などの種々の問題に対し、正準形式による統一理論を確立した。また、可微分HJB方程式を利用した非可微分HJB方程式の解法を考案し、新たな設計法を示した。また、進化論的設計の構築のために、汎関数オブザーバをGPで設計した。また、可微分関数と非可微分関数の融合を狙った接空間の考え方を実システムの制御系設計へ適用し、設計法としての実用性を検証した。

研究成果の概要(英文)：A unified approach to the optimal problems with the free terminal-time, free initial states, free design parameters, state/control constraints and hybrid dynamics is given. A design method with non-differentiable HJB equations is also given. Moreover, from an evolutionary point of view, a functional observer is investigated. From a practical point of view, the stability property on the tangent space is also investigated.

研究分野：制御工学

キーワード：統一理論 ハイブリッド最適制御 HJB方程式 非可微分関数 フィードバック制御 進化型計算

## 1. 研究開始当初の背景

現代社会が高度に発展するにつれて科学技術の役割は重要となる傾向にある。その科学技術を支える基盤の一つに制御技術がある。科学技術の役割を考えると、制御技術への期待はこれまで以上に大きい。本研究では、制御系設計の基本とされる非線形最適制御問題に焦点を当てる。

非線形最適制御問題には多くの種類がある。標準的な最適制御問題のほかに、例えば、終端時刻が固定されていないもの、初期状態が固定されていないもの、設計パラメータが混在するもの、物理的拘束条件が絡んだもの、ハイブリッドな構造(連続量と離散量が混在)を有するものなどがある。残念ながら、これらの幾種類もの重要な制御問題に対して統一的な形でフィードバック制御系設計を取り扱う手法は存在していなかった。現実世界では予期しない外乱などは当然であり、実用的な設計法においてフィードバック制御は必要不可欠である。また、フィードバック制御系設計において、ハミルトン・ヤコビ・ベルマン(HJB)方程式が重要であることを考えると、HJB方程式を視野に入れ、かつ種々の非線形最適制御問題を区別することなく扱う「統一理論」は設計論上重要であり、その構築が望まれていた。

また、近年、進化型計算が制御技術の有望な技術の一つとして注目されており、フィードバック制御系の設計においてユーザフレンドリーな設計手法として進化論的設計法の確立が望まれていた。

## 2. 研究の目的

本研究では、初めに種々の非線形最適制御問題を一つの枠組みに収める統一理論の構築を試みる。このとき、HJB方程式の導出に適した形で理論構築を目指す。次に、統一理論の枠組みのもと、微分可能性を仮定しない形で(以後、非可微分と呼ぶ)HJB方程式を導出する。最後に、非可微分なHJB方程式を用いて進化論的計算に基づく設計法を提案する。また、数値実験により設計法の実用性を検証する。したがって、本研究計画は、「非線形最適制御問題の統一理論の構築」、「非可微分なHJB方程式の導出」、「非可微分HJB方程式に対する進化論的設計法」の3つの課題から構成される。

## 3. 研究の方法

2012年度は以下のとおりである。

### (1) 非線形最適制御問題の統一理論の構築:

従来の正準形式最適制御問題を検討した。

このとき、状態拘束問題に対し「時間軸上の点拘束による表現」という新たな考えを検討した。また、状態量の跳躍に関しては、従来の「時間軸折り返し法」や「時間軸スライド法」を取り上げ、統一理論としての観点から状態軌道を連続で扱う有用性について検討した。なお、システム表現力の高さからディスクリプタ形式表現をも考察し、設計論の立場からディスクリプタ形式の計算機援用設計手法を検討した。ところで、正準形式では仮想的な制御区間の導入を前提としており、この仮想的な時間は実時間フィードバック制御に不向きとされる。HJB方程式を念頭に置いた完全な統一理論の構築には多少の調整は今後とも必要である。

### (2) SDRE 関連の設計法:

HJB方程式を対象として、粘性解と非可微分表現との関連性について検討した。また、最近注目されている研究として、代数計算によるHJB方程式の解法がある。非可微分なHJB方程式の解法としての可能性を確かめるため詳細に検討した。結果として、SDRE(状態依存型リッカチ方程式)に基づく新たな設計法の確立へと繋がった。ところで、非可微分表現に関して種々の検討は行ったものの、進化型計算との相性に関しての検討は進んでいない。

2013年度は以下のとおりである。

### (1) 可微分HJB方程式:

前年の検討を引き継ぎ、正準形式表現による統一理論のさらなる発展を試みた。ハイブリッド構造に関しては、仮想的に状態軌道を連続量としてとらえる新たな考えを導入した(仮想軌道または仮想システムと呼ぶ)。これにより極めて自然な形で跳躍現象が回避できることを示した。したがって、終端時刻が固定されていないもの、初期状態が固定されていないもの、設計パラメータが混在するもの、ハイブリッド構造を有するものなどの個別の最適制御問題を正準形式最適制御問題として一つの枠組みで定式化した。さらに、この定式化に対し、HJB方程式を一般化した最大原理形式表現の必要条件を導出した。また、正準形式における仮想区間の解消に関しては種々の検討を行い、設計段階においてある種の工夫を加えるならばある程度は解消可能であることを明らかにした。

ところで、実用的に重要であるにも関わらず研究が十分ではないといわれている有限時間HJB方程式の解法について2種類の手法を検討した。すなわち、HJB方程式の解を級数展開で近似する手法、および無限時間HJB方程式の解を利用する手法をそれぞれ検討した。後者の手法は進化論的設計を目標としたもので、無限時間HJB方程式に関しては遺伝的プログラミング(GP)による解法が豊富であることに着目した結果である。

なお、正準形式以外の統一理論にディスクリプタ表現がある。進化型計算との相性が良好な場合には有効な設計手法となるため、従来の成果にさらに詳細な検討を加え、アルゴリズムの安定性に関しより一層の完成度を現した。

(2) 非可微分 HJB 方程式：

非可微分な HJB 方程式を可微分な関数近似で解く場合、近似の仕方が大きく影響する。進化型計算においても同様と考えられる。したがって、非可微分な領域と可微分な領域の区別が重要となる。非可微分な解（粘性解を含む）と可微分な解との関連を非ホロノミック系や双線形系を対象として詳細に検討し、非可微分な点集合を求める新たな解析手法を確立した。これに基づき 2 種類の近似手法を提案することに成功した。

2014 年度は以下のとおりである。

(1) 可微分 HJB 方程式（その 2）：

実用的観点から、有限時間 HJB 方程式の解に対してこれまでの 2 種類の手法を一つに絞った。さらに、この手法の検証のため、一般に評価が定着しているある設計法を併用して数値計算を行った。なお、この設計法は SDRE 解法との関連が深いとされる。また、SDRI（不等式解法）に基づく新たな手法を検討した。

(2) 非可微分 HJB 方程式（その 2）：

非可微分な点集合に基づくこれまでの 2 種類の近似手法を一つに絞った。また、非可微分関数への異なる接近として接空間のリアプノフ関数を取り上げた。安定論の新たな視点として変分を用いる概念であり、設計法において微分のユニークな使い方を示唆している。この点に着目し非可微分と可微分の概念の融合を狙った。すなわち、新たな非可微分関数の道が開けたといえる。

(3) 非可微分 HJB 方程式に対する進化論的設計法：

設計手法の構築は実用的観点から汎関数オブザーバを用いることが多い。しかし GP による汎関数オブザーバの設計はこれまでに報告がない。そのため、GP 制御器の数値実験を行い、最小次元汎関数オブザーバの GP 設計の構築に道を開いた。しかし、GP と非可微分 HJB 方程式との融合には至らなかった。

接空間のリアプノフ関数を用いて、従来のバックステッピング法と比較検討した結果、接空間を使う方がはるかに設計に適していることを突き止めた。すなわち、非可微分関数に対する設計法の新たな道が開けたといえる。本設計法に関する実システムへの有効性は、油圧サーボ系をとりあげて数値実験により検証した。

4. 研究成果

(1) 非線形最適制御問題の統一理論の構築：

状態空間の領域によって状態方程式および評価関数が切り替わる一般的なハイブリッド最適制御問題を取り上げる。これらが切り替わるときの条件として切替拘束条件が、初期状態と終端状態に課せられる条件として境界拘束条件がそれぞれ与えられる。また、初期時刻、終端時刻、切替時刻は固定されておらず、切替拘束条件は状態の跳躍を許容する。

この状態跳躍を許容するハイブリッド最適制御問題に対し、仮想軌道という新たな考えの導入により正準形式に変換することに成功した。ここで、仮想軌道についての直感的な説明を図 1 に示す。図 1 の左の図が実際の状態軌道（実線）と時刻  $t$  であり、右の図が正準形式に変換する際の仮想軌道（破線）と時刻  $\tau$  である。実線では跳躍が生じているものの、実線と波線を適切に接続すると跳躍が生じていない。すなわち、実際の軌道と仮想軌道を接続して考えるとき状態軌道には跳躍は生じない。なお、 $\tau$  は  $t$  を適切に正規化したものであり、 $t$  における初期時刻、終端時刻、切替時刻は正準形式において設計パラメータとなる。

ハイブリッド最適制御問題の正準形式への変換においては、終端時刻が固定されていないもの、初期状態が固定されていないもの、設計パラメータが混在するものが含まれており、さらに、物理的拘束条件に関しては「時間軸上の点拘束による表現」を考えあわせるとき、本研究において非線形最適制御問題の統一理論の構築に成功したといえる。

また、ハイブリッド最適制御問題に関して HJB 方程式を一般化した最大原理形式の必要条件を、この正準形式表現を用いて導出した。統一理論と HJB 方程式の関係を理論的に整備した。さらに、フィードバック制御系構成において問題点となる仮想時間による仮想制御区間の解消に関し、その可能性を示唆する一つの考え方を示した。

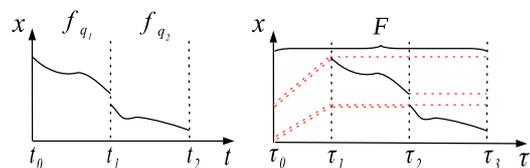


Fig.1 Actual and Virtual Trajectories

(2) 非可微分 HJB 方程式：

GP との相性を考慮し、非可微分 HJB 方程式を非可微分領域と可微分領域に分割する方法を提案した。すなわち、非可微分な解（たとえば粘性解）と可微分な解との関連を非ホ

ロノミック系や双線形系を対象に検討し、非可微分な点集合の領域を求めるための解析的手法を確立した。以下に、具体的に示す。

ステップ1：任意な点で対象システムを線形化し、その可動範囲を確認。

ステップ2：ステップ1の任意の点に対し、ある種の接空間を評価関数を用いて構成。可動範囲と接空間との包含関係を確認し、非可微分な領域を選定。

ステップ3：ステップ1，ステップ2をすべての点で繰り返す。

ステップ4：ステップ3の結果を用いて、線形化システムと関連の深いある種の非可微分領域を選定。

以上で得られた非可微分な領域をもとに状態空間を分割し、可微分領域においては従来の近似手法により解を求め、非可微分領域においてはそれらの解を接続するという考え方である。具体的な設計により実用性を確認した。図2，図3には2次元2入力システムの例を示す。図2には非可微分な HJB 解を、図3にはフィードバック軌道をそれぞれ示す。

また、実用的観点から有限時間 HJB 方程式と無限時間 HJB 方程式の関連性を詳細に検討した。

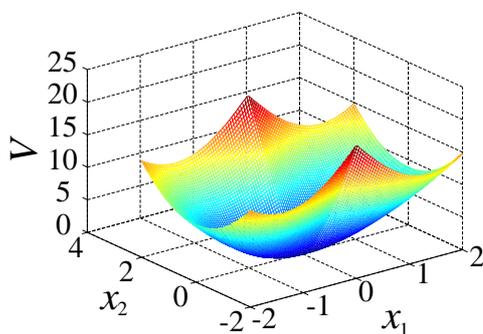


Fig.2 Lyapunov Function

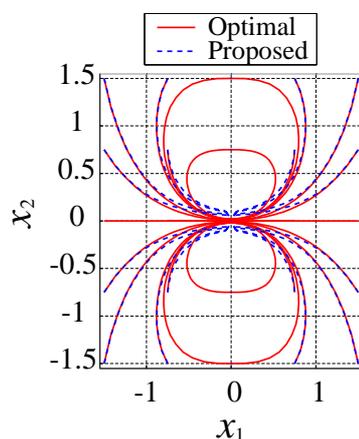


Fig.3 States

(3) 非可微分 HJB 方程式に対する進化論的設計法：

進化論に基づく設計として初めて汎関数オブザーバを取り上げ、最小次元汎関数オブザーバが GP により生成可能であることを明らかにした。すなわち、実用的な観点から進化論的設計法の可能性を示した。ただし、上述の(1),(2)の体系的な流れの設計論に対しては進化論的には十分な成果が得られたとはいえない。

ところで設計論においては実システムを対象とした検証は重要である。非可微分な考え方の設計論が実用的であることを確認した。非可微分な概念と可微分な概念の融合を狙った接空間のリアプノフ関数を用い、油圧サーボ系を対象にして、接空間を使う考え方は実用的設計に適していることを明らかにした。

## 5. 主な発表論文等

(学会発表)(計7件)

J. Imae, N. Kanda, T. Kobayashi, A Design Method with Differentiability for Optimal Control Problems with Non-Differential Hamilton-Jacobi Equations, Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Manufacturing, Optimization, Industrial and Material Engineering 2015, 2015年3月28日~29日, Bali, Indonesia

J. Imae, M. Kawanoue, T. Kobayashi, Optimal Feedback Control of Nonlinear Systems with a Finite Horizon Based on HJ Equations, Proceedings of 2015 IEEE International Conference on Industrial Technology, 2015年3月17日~19日, Sevilla, Spain

J. Imae, Y. Kuwahara, T. Kobayashi, Hybrid Optimal Control Design via Nonlinear Virtual Systems, Proceedings of SICE Annual Conference 2014, 2014年9月10日~12日, 北海道大学

J. Imae, R. Ueda, T. Kobayashi, Optimal Control Design for Nonlinear Descriptor Systems via Computational Techniques, Proceedings of SICE Annual Conference 2013, 2013年9月14日~17日, 名古屋大学

小林友明, 曾田明秀, 井前讓, 拡張 SDRE 法に基づく実用的な非線形制御系設計, 日本機械学会関西支部 第88期定時総会講演会, 2013年3月16日~17日, 大阪工業大学

## 6. 研究組織

(1)研究代表者

井前 讓 ( IMAE, Joe )  
大阪府立大学・工学研究科・教授  
研究者番号：3 0 1 8 4 8 0 7