

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 2 日現在

機関番号：33917

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24560558

研究課題名(和文)非線形系・大規模系の制御のための組合せ的構造の設計：凸最適化と感度解析の利用

研究課題名(英文) Design of Combinatorial Structure for Nonlinear and/or Large-Scale Systems: Use of Convex Optimization and Sensitivity Analysis

研究代表者

大石 泰章(OISHI, Yasuaki)

南山大学・理工学部・教授

研究者番号：80272392

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,100,000円

研究成果の概要(和文)：2乗和多項式や制御系の構造設計を通して、非線形系や大規模系の制御における新しい方法を開拓した。すなわち、区分多項式を使ってモデル予測制御器を設計する方法を開発し、問題に内在する区分構造を求めなくてもよいようにしたり、安定度や行列不等式を使った非線形系のパラメータ調節法を開発して、望ましくない分岐やカオスが生じないようにした。また、制御入力に離散値に限定されるような制御や制御入力に離散時間に加わるような制御を非線形な制御対象に対して行うために、2乗和多項式や擬似線形表現、Picard反復や縮小写像の定理などを使った新しい方法を提案した。

研究成果の概要(英文)：For control of nonlinear and/or large-scale systems, new approaches are explored through structure design of sum-of-squares polynomials and control systems. In particular, a new method based on a piecewise polynomial is investigated for design of a model predictive controller in order to avoid computation of a piecewise structure involved in the problem. Parameter control for a nonlinear dynamical system is considered with a stability index and a matrix inequality in order to suppress undesirable bifurcation and chaos. Moreover, in order to control a nonlinear system with a quantized input or a discrete-time input, new methodology is proposed using sum-of-squares polynomials, linear-like representation, the Picard iteration, and the contraction mapping theorem.

研究分野：工学

キーワード：制御理論 非線形制御 2乗和多項式 モデル予測制御 量子化制御 サンプル値制御 区分構造 分岐

1. 研究開始当初の背景

2000 年以降急速に研究が進んだ 2 乗和多項式は非線形構造を持つ最適化問題において有用であり、制御分野に数多くの応用を持つ。しかし 2 乗和多項式法は近似解法であり、近似精度を上げるためには用いる 2 乗和多項式の次数を上げる必要がある。このとき計算量が指数関数的に増えるために、比較的簡単な問題にしか適用できないという障害があった。

本研究の研究代表者は、科学研究費補助金基盤研究(C)(一般)「非線形構造を考慮したロバスト最適化法とその非線形制御への応用」(平成 18~20 年度)および「非線形構造を持つロバスト/非線形制御問題のためのロバスト最適化法」(平成 21~23 年度)の補助を受けて、非線形構造を持つ最適化問題および制御問題の研究を行なっている。その中で、2 乗和多項式法の実用上の障害を取り除くために、用いる多項式や制御系の代数的または組合せ的な構造の設計を行い、最適化の方法論に基づいて適応的方法を開発することが有効ではないかとのアイデアを得た。また、同種の方法は大規模系の制御にも有用ではないかと考え、本研究課題を申請するに至った。

2. 研究の目的

本研究の目的は、最適化の方法論を駆使して 2 乗和多項式や制御系の構造設計を行う方法を開発し、これに基づいてモデル予測制御や分岐解析など非線形系や大規模系の制御における新しい方法を開拓することである。

3. 研究の方法

研究は以下の 3 分野で行う：

- (1) 組合せ的構造の適応的設計、
 - (2) 組合せ的構造を使った制御、
 - (3) 実システムへの適用。
- 以下分野ごとに研究方法を説明する。

(1) 組合せ的構造の適応的設計

非線形系および大規模系の制御における組合せ的構造の設計法を、凸最適化の枠組みで開発する。非線形系の制御で有用な 2 乗和多項式法では、次数の高い 2 乗和多項式を仮定すれば近似精度が上がるが、一方で計算量も大きくなる。そこで簡単な構造の 2 乗和多項式から出発し、構造変化に対する最適値の感度に基づいて適応的に複雑な構造の 2 乗和多項式に移行することを考える。また大規模系の制御における制御器の構造設計において同種の方法を考える。

(2) 組合せ的構造を使った制御

(1)で設計した構造を使った制御法を開発する。具体的には、モデル予測制御において、最適解を現在の状態の区分線形関数ではなく、多項式として表現する方法を考える。こ

れにより解の区分構造の計算を回避することができる。また、不確かな力学系における分岐現象の解析について制御理論の立場から考察し、力学系の構造を利用した新しい方法論を開発する。

(3) 実システムへの適用

(1)、(2)で得た方法論を使って現実的な制御系の設計を行う。現実的な問題に内在する様々な困難の解決を通じて、方法論の有用性を試験するとともにフィードバックを得る。

4. 研究成果

本研究の成果は以下の 4 つである：

- (1) 区分多項式を使ったモデル予測制御器の設計；
 - (2) 安定度と行列不等式を使った分岐現象の回避；
 - (3) 非線形システムの量子化制御；
 - (4) 非線形システムの離散化と誤差評価。
- 以下順に説明する。

(1) 区分多項式を使ったモデル予測制御器の設計

本研究成果は「(1) 組合せ的構造の適応的設計」および「(2) 組合せ的構造を使った制御」に関係する。

最適なモデル予測制御器は状態変数の区分アフィン関数になることが知られているが、区分の数が予測時間が長くなるにつれて指数関数的に増える上に、区分構造は不規則で退化に近い状況になることもあるので、その計算は簡単でない。

本研究では、規則的な区分構造の上で定義された区分多項式を使って最適なモデル予測制御器を近似することを考え、特に最適なモデル予測制御器を求めずに直接近似制御器を求める方法を提案した。具体的には、モデル予測制御器の計算を状態変数をパラメータとするロバスト最適化問題に定式化し、2 乗和多項式を使って解く。特に双対ギャップを最小化する形で定式化すれば、最適なモデル予測制御器との差を陽に求めることができ、近似度の評価が可能である。また、計算量を小さくするには、目的関数を状態空間中の積分(すなわち平均)に選ぶことが有効であるとわかった。

モデル予測制御器を計算するには、一定領域内のすべての状態に対して最適化問題を解く必要があるが、本研究ではこれをロバスト最適化問題と見なすことで解決できることを示した。さらに 2 次計画問題の双対性を使うことで近似度の評価が可能であることを示し、ロバスト最適化の新しい応用法を提示できた。

(2) 安定度と行列不等式を使った分岐現象の回避

本研究成果は「(1) 組合せ的構造の適応的設計」および「(2) 組合せ的構造を使った制

御」に係る。

非線形系がパラメータの変化によって大きくその振る舞いを変えるとき、分岐が起こったという。分岐現象は非線形力学系の分野における重要な研究対象であるが、工学的には分岐が起こらないようパラメータを調節すべきことが多いと考えられる。Kitajima-Yoshinaga-Imura-Aihara は以上に動機を得て、不動点の安定度を最小化するようにパラメータを調節する方法を提案したが、安定度は一般にパラメータの微分不可能な関数になるので、その最小化は困難であった。

本研究では、この問題を解決するため補助変数を導入し、行列不等式の形に定式化することで最適化問題の構造を変え、微分可能にするアプローチを提案した。得られる最適化問題は設計変数に関して非線形であるが、ペナルティ法を使うことで解くことができ、所望のパラメータ調節法を得ることができる。さらに、非線形系を時間発展させながらパラメータ調節ができるように、有限時間 Lyapunov 指数を最小化することを考え、先の方法と同様にしてパラメータ調節法を得た。この方法を適用すると非線形系におけるカオスの発生を抑制が可能になる。

非線形力学系の分野と制御理論の分野は互いに関連していながら、連携が十分でなかった。本研究はこの2つの分野を結びつける研究としても有意義だったと思われる。

(3) 非線形システムの量子化制御

本研究成果は「(3) 実システムへの適用」に係る。

on-off 型のアクチュエータやデジタル制御器を使う場合、制御入力に離散値に限定されることがある。このような制御系を設計する方法が量子化制御である。本研究では、疑似線形表現と2乗和多項式を使い、制御系の構造を工夫することで、非線形システムの量子化制御ができることを示した。

疑似線形表現とは、状態空間表現の係数行列が状態変数に多項式的に依存するようなものであり、非線形システムが疑似線形表現されていれば、線形システムと同様にして制御器が設計できる。本研究では、東・杉江や澤田・新と同様に理想的な連続値入力の制御系を考え、離散値入力の制御系の状態がこれと近くなるように補助入力を加えることを考える。もとの非線形システムが疑似線形表現されていれば、補助入力の生成器の設計問題はロバスト最適化問題に定式化され、2乗和多項式を使って解くことができる。入力に制限がある場合も、線形システムと同様にして扱うことができる。

本研究により、連続値入力の制御系に状態が近くなるように補助入力を加えるという量子化制御の構造が、非線形システムに対しても有効であることがわかった。定式化では不変集合に基づく方法を使ったが、これはこ

の方法と疑似線形表現との親和性が高いためである。

(4) 非線形システムの離散化と誤差評価

本研究成果は「(3) 実システムへの適用」に係る。

連続時間で動作する制御対象を離散時間で動作する制御器で制御することを、サンプル値制御という。制御対象が線形の場合のサンプル値制御には確立した方法論があるが、制御対象が非線形の場合のサンプル値制御は未だに成熟していない。

本研究では、非線形な制御対象のサンプル値制御を行う準備として、非線形システムの離散化と誤差評価について研究した。非線形システムを離散化するには、非線形微分方程式の初期値問題の解を陽に求める必要があるため厳密に行うことは難しい。ここでは、Picard 反復を使って近似的な離散化を行うことを考え、さらに縮小写像の定理を使って厳密な離散化との誤差を陽に評価することを考えた。以上を実行するには、Lipschitz 定数の評価や Picard 反復の精度の評価など多項式の上界の評価が必要になるが、大まかな評価でよい場合は多項式の係数を使えばよいし、精密な評価が必要な場合は2乗和多項式を使えばよい。

以上のように多くの成果を得た。特に「(4) 非線形システムの離散化と誤差評価」は、非線形システムのサンプル値制御というインパクトの大きい研究につながると考えられ、継続して取り組む必要がある。これについては科学研究費助成事業基盤研究(C)(一般)「非線形制御の誤差評価と性能保証：精度保証つき数値計算と2乗和多項式の適用」で研究を続ける予定である。

引用文献

H. Kitajima, T. Yoshinaga, J. Imura, and K. Aihara, "Robust bifurcation analysis based on degree of stability," *Analysis and Control of Complex Dynamical Systems: Robust Bifurcation, Dynamic Attractors, and Network Complexity*, K. Aihara, J. Imura, and T. Ueta, Eds., pp. 21-31, 2015.

東俊一・杉江俊治, "離散値入力型制御における最適動的量子化器," システム制御情報学会論文誌, Vol. 20, No. 3, pp. 122-129, 2007.

澤田賢治・新誠一, "離散値入力型 SISO システムに対する不変集合解析に基づく動的量子化器設計," システム制御情報学会論文誌, Vol. 23, No. 11, pp. 249-256, 2010.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線)

〔雑誌論文〕(計 8 件)

Y. Oishi, M. Kobayashi, and T. Yoshinaga, "Robustification of a nonlinear dynamical system with a stability index and a matrix inequality," *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 8, No. 3, pp. 209-213, 2015, DOI: 10.9746/jcmsi.8.209, 査読あり .

荒川 紘次・大石 泰章, "不変集合解析に基づく非線形システムの動的量子化器設計," 第 2 回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム予稿集, CDROM, 2015, 査読なし .

大石 泰章, "2 乗和多項式とその非線形制御への応用," システム / 制御 / 情報, Vol. 58, No. 11, pp. 449-455, 2014, 査読なし .

Y. Oishi, "Discretizing a polynomial nonlinear system with an error bound," *Proceedings of the 2014 SICE Annual Conference*, pp. 412-415, 2014, 査読あり .

Y. Oishi, "Direct design of a suboptimal model predictive controller with a positive polynomial technique," *International Journal of Computational Intelligence in Control*, Vol. 5, No. 2, pp. 83-92, 2013, 査読あり .

Y. Oishi, "Polynomial design of model predictive controllers: simplified approaches," *Proceedings of the 2013 SICE Annual Conference*, pp. 235-240, 2013, 査読あり .

Y. Oishi, "Simplified approaches to polynomial design of model predictive controllers," *Proceedings of the 2013 IEEE Multi-conference on Systems and Control*, pp. 960-965, 2013, 査読あり .

Y. Oishi, "Direct design of a polynomial model predictive controller," *Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Robust Control Design*, pp. 621-626, 2012, 査読あり .

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.seto.nanzan-u.ac.jp/~oishi/papers-j.html>

6 . 研究組織

(1)研究代表者

大石 泰章 (OISHI, Yasuaki)

南山大学・理工学部・教授

研究者番号 : 8 0 2 7 2 3 9 2

(2)連携研究者

陳 幹 (CHEN, Gan)

南山大学・理工学部・准教授

研究者番号 : 0 0 2 9 5 7 1 8

奥村 康行 (OKUMURA, Yasuyuki)

南山大学・理工学部・教授

研究者番号 : 9 0 4 3 4 6 0 4