

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 8 日現在

機関番号：51101

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24560590

研究課題名(和文) NURBS基底関数を用いた特性ガラキン法による高精度流体解析手法の開発

研究課題名(英文) Development of high accurate characteristic Galerkin scheme on CFD using NURBS basis functions

研究代表者

丸岡 晃 (MARUOKA, Akira)

八戸工業高等専門学校・建設環境工学科・准教授

研究者番号：30310973

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,200,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、非圧縮性流れ場を高精度に解析することを目的として、CADの形状表現に用いられるNURBS(非一様有理Bスプライン)基底関数を流体解析における境界・領域の形状表現および流速、圧力等の未知関数近似に適用し、移流の卓越する流れに対して特性曲線法に基づく特性ガラキン法を適用した新たな流体解析手法を開発した。

さらに、流れ場の中に置かれた任意の境界形状を有する物体まわりの流れ場を解析することを目的として、必要な解析対象を覆うバックグラウンドメッシュに対して流れ場の中に置かれた物体をNURBSによって表現し、物体境界上の流速を拘束条件として扱った境界組み込み型手法を開発した。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this study is to develop a new CFD (computational fluid dynamics) scheme with high accuracy to compute incompressible flow fields. We have focused on the NURBS (non-uniform rational basis spline) basis functions, which are commonly used in the CAD (computer aided design) to represent geometry. In the present scheme, we have used the NURBS not only to represent domain and boundary for the CFD but also to approximate unknown functions such as velocity and pressure, and have applied the characteristic Galerkin scheme based on the characteristic curve method to compute advection dominated flow fields accurately. Furthermore, in order to solve a problem of incompressible flow in a domain which includes an internal boundary on which a Dirichlet boundary condition is imposed, we have employed the Lagrange multiplier method integrated with the Nitsche's method on a treatment of the internal boundary.

研究分野：工学

キーワード：数値流体力学 NURBS Bスプライン アイソジオメトリック解析 特性ガラキン法 ラグランジュ未定乗数法 ニツェの方法

1. 研究開始当初の背景

(1) 一般的な有限要素法では、ラグランジュ補間多項式に基づく要素（ラグランジュ要素）が用いられ、高次の補間次数を用いることによって高精度化を図ることができる。しかしながら、近年、波動方程式や移流拡散方程式ではラグランジュ要素の高次化が必ずしも高精度化につながらないことが指摘されている。この要因の一つには、高次ラグランジュ要素を用いても要素境界での導関数が連続にならないことが挙げられる。これに対し、要素境界で1階導関数が連続になる3次エルミート要素、また、 p 次の区分多項式により構成され、 $p-1$ 階導関数まで連続にできる B スプラインや NURBS (Non-Uniform Rational B-spline) の基底関数を用いた手法が提案され、高次ラグランジュ要素に対する優位性が示されている。さらに、Hughes らによって提案されたアイソジオメトリック解析は、CAD の形状表現によく用いられる NURBS を数値解析に直接適用するという点において CAD との融合を目指した手法としても注目されている。

(2) 移流の卓越するような流れに対する解析手法は、大きく風上法と特性法に分けられ、導関数が連続となる基底関数を用いた手法として、これまで両方に基づく手法が提案されている。風上法に基づく手法では、NURBS を用いた Hughes らによる研究がある。最初の論文で SUPG 法による定常移流拡散問題の解析例が紹介され、さらに、安定化法、VMS 法による乱流解析、流体・構造連成解析等、多数の応用的な研究が行われている。一方で、特性法に基づく手法の研究例は少ないが、我々は3次エルミート型要素や B スプライン基底関数を用いた特性ガラーキン法を提案してきた。特性ガラーキン法は、安定化のための人工的なパラメータを必要としないことや連立一次方程式の係数行列が対称になるという特徴がある。我々は、移流拡散問題によって B スプライン基底関数を用いた特性ガラーキン法を提案し、増幅誤差および位相誤差に関する数値特性の評価、および、厳密解の明らかな非定常移流拡散問題による計算精度の評価によってガラーキン法の枠組みで高精度な上流化手法を構築できることを明らかにした。

2. 研究の目的

(1) 以上のような背景からこれまで我々が検討してきた方法を基盤として、NURBS 基底関数を用いた特性ガラーキン法による高精度流体解析手法の開発を第一の目的とする。

(2) 実用的な流れ問題に対応できるように、流れ場の中に置かれた任意の境界形状を有する物体まわりの流れ場に対する(1)の展開を第二の目的とする。

3. 研究の方法

(1) 研究の目的(1)に対して、これまでに検討を行ってきた移流拡散問題に対する B スプライン基底関数を用いた特性ガラーキン法を NURBS 基底関数に拡張し、より汎用的な問題を解けるようにした。また、移流の卓越する高いレイノルズ数の非圧縮性流れを高精度に解くことを目的として、NURBS 基底関数を用いた特性ガラーキン法を非圧縮性流れへ展開した。このとき、流れ場の非圧縮性条件に伴う解析上の問題として、流速と圧力に対して下限上限条件を満たすような混合型近似を行うか、その条件を必要としない安定化手法を用いる必要がある。ストークス問題における混合型近似の場合、前述の特性ガラーキン法の特徴と同様に安定化のための人工的なパラメータを必要とせず、連立一次方程式の係数行列が対称になる。従って、特性ガラーキン法を用いた場合には、混合型近似の方が特性ガラーキン法の特徴をそのまま生かすことができるため、本研究では混合型近似を用いた。

(2) (1)の開発手法では、単変量の NURBS 基底関数のテンソル積により多変量の基底関数が構成される。このとき、パラメトリック空間においてメッシュは直交格子となる。このような手法における物体形状を表すためのメッシュは、矩形のパラメトリック領域（パッチ）から物理領域への NURBS 基底関数によるジオメトリマッピングによって得られる。しかしながら、単一のパッチで表現できる領域形状には制限があり、複雑な境界をもつ領域形状を扱うためには複数のパッチ（マルチパッチ）が必要である（図1左）。当然、解析もパッチ間の接続を考慮しなければならず、このことは必ずしも容易ではない。これに対し、有限要素法や有限差分法では、必要な解析対象を覆うバックグラウンドメッシュを作成し、領域内において何らかの方法によって境界を表現する、というような境界非適合メッシュによる方法も提案されている（図1右）。

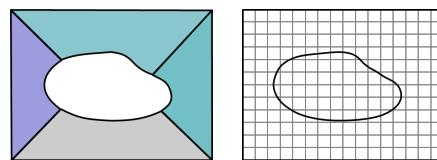


図1 マルチパッチと境界非適合メッシュ

我々の提案するような NURBS 基底関数による解析手法においても、この方法の適用が可能である。また、この領域内の境界にも、NURBS 曲線・曲面を用いて表現すれば、CAD と CAE の融合性を備えたアイソジオメトリック解析と同様の特徴を持つ手法の構築が可能になる。そこで本研究では、研究の目的(2)に対して、領域内の境界の組み込み手法

を構築した。領域内の境界上の流速は、拘束条件として取り扱い、流体構造連成問題への拡張を想定し、ラグランジュ未定乗数法を適用した。境界の表現および Lagrange 乗数の近似には、ラグランジュ補間多項式に基づく通常の有限要素または NURBS 基底関数によって近似関数空間を構築した。さらに、ラグランジュ未定乗数法を導入した場合に生ずる不安定性に対しては、ニッチェの方法によって安定化を図った。

4. 研究成果

(1) 研究の目的(1)に対する研究成果として、純移流問題及び非圧縮性粘性流れ問題における研究成果の一例を示す。

純移流問題における NURBS 基底関数を用いた SUPG 法と特性ガラキン法による解析結果を図 1 に示す。特性ガラキン法の適用により、SUPG 法と比べ位相誤差の小さい解が得られていることがわかる。本手法によれば、多項式次数の増加によって収束精度が向上し、CFL 数が大きくても精度が高い。

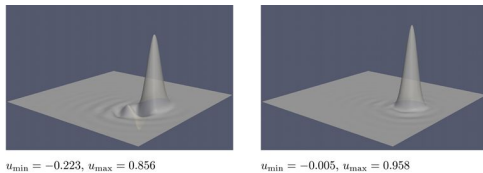


図 2 3次 NURBS を用いた SUPG 法と特性 Galerkin 法

図 3 は流速 3 次、圧力 2 次の NURBS 基底関数を用いた混合型近似による特性ガラキン法による $Re=1000$ のキャビティ内流れの流速プロファイルと一辺 20 分割および 40 分割の圧力分コンターである。本手法による結果は、20 分割であっても、より細かい格子を用いた Ghia et al., Erturk et al. による参照解とほぼ一致している。すなわち、本手法は、高次の基底関数を用いているため比較的粗い均一要素長のメッシュでも高い精度の解が得られる。

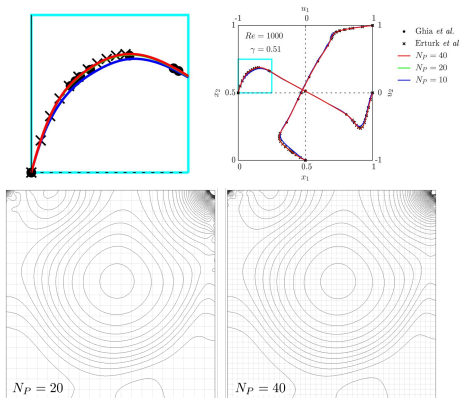


図 3 $Re=1000$ のキャビティ内流れの流速プロファイルと一辺 20 分割および 40 分割の圧力分コンター (流速 3 次・圧力 2 次 NURBS)

(2) 研究の目的(2)に対する研究成果として、NUBRS 基底関数を用いた特性ガラキン法に基づく境界の組み込み手法による円柱まわりの流れの結果を示す。

図 4 は検討に用いたメッシュと $Re=100$ の圧力コンターである。円柱形状は、2 次 NURBS による幾何学的に厳密な円として表現し、同様の NURBS 基底関数によってラグランジュ乗数を近似している。圧力コンターからカルマン渦の生成を捉えていることがわかる。なお、ラグランジュ未定乗数法においては、流速場の近似とラグランジュ乗数の近似の組み合わせによって、安定性の条件を満足する必要があるが、問題ごとにこの安定性の条件を満足させることは容易ではない。本研究では、この問題に対してニッチェの方法によって安定化を図っている。本検討では、ニッチェの方法の有無による解の精度を比較することによって、ニッチェの方法の導入によるラグランジュ乗数の安定化の寄与を確認している。

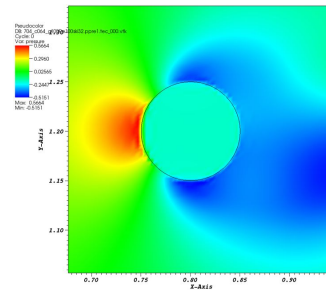
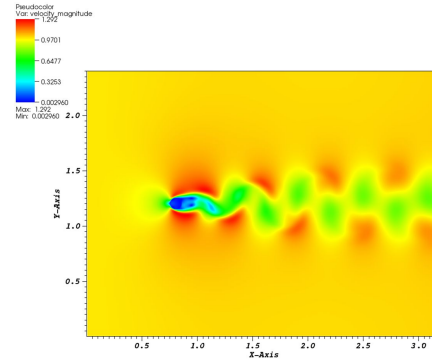
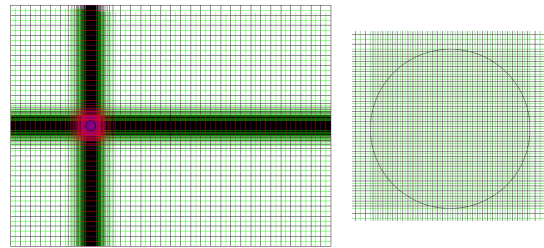


図 4 円柱まわりの流れの境界非適合メッシュと $Re=100$ の圧力コンター

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計2件)

木村 達也, 丸岡 晃, 山田 貴博, 松井 和己, スプラインによる特性 Galerkin 法における Nitsche の方法に基づく境界組み込み手法, 土木学会論文集 A2(応用力学), 査読有, Vol.69, No.2, 2013, pp.1_87-1_94,
http://doi.org/10.2208/jscejam.69.1_87

丸岡 晃, 山田 貴博, 非圧縮性流れにおける混合型 B スプライン近似に基づく特性ガラーキン法, 土木学会論文集 A2(応用力学), 査読有, Vol.68, No.2, 2012, pp.1_149-1_160,
http://doi.org/10.2208/jscejam.68.1_149

〔学会発表〕(計5件)

木村 達也, 丸岡 晃, 山田 貴博, 松井 和己, スプラインによる特性 Galerkin 法における Nitsche の方法に基づく境界組み込み手法, 第 16 回応用力学シンポジウム, 2013 年 9 月 3 日, 東京大学柏キャンパス(千葉県柏市)

木村 達也, 丸岡 晃, 山田 貴博, 松井 和己, Nitsche の方法を用いたスプライン基底による特性ガラーキン法, 第 18 回計算工学講演会, 2013 年 6 月 20 日, 東京大学生産技術研究所(東京都目黒区)

丸岡 晃, 山田 貴博, 非圧縮性流れにおける発散フリーを保证する混合型 B スプライン近似に基づく特性 Galerkin 法, 第 67 回土木学会年次学術講演会, 2012 年 9 月 5 日, 名古屋大学(愛知県名古屋市)

丸岡 晃, 山田 貴博, 非圧縮性流れにおける混合型 B スプライン近似に基づく特性ガラーキン法, 第 15 回応用力学シンポジウム, 2012 年 9 月 4 日, 名古屋大学(愛知県名古屋市)

丸岡 晃, 山田 貴博, 非圧縮性流れにおける発散フリーな B スプラインを用いた特性ガラーキン法, 第 17 回計算工学講演会, 2012 年 5 月 31 日, 京都教育文化センター(京都府京都市)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

丸岡 晃 (MARUOKA, Akira)

八戸工業高等専門学校・建設環境工学科・准教授

研究者番号: 30310973