

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 27 年 6 月 24 日現在

機関番号：32702

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24560699

研究課題名(和文) 高次モーメントによる最大地震応答分布の推定

研究課題名(英文) Distribution estimation of maximum earthquake response using high order moments

研究代表者

趙 衍剛 (Zhao, Yan-Gang)

神奈川大学・工学部・教授

研究者番号：50283479

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)： 最大地震応答の分布形を同定することは不規則振動理論及び構造耐震信頼性評価の基本的な問題であり、既往研究では確率過程の交叉の問題から理論的に導かれることがほとんどである。これまでの誘導は理論的で厳密であるが、地震動を定常ガウス過程などとして厳しく仮定しなければならず、現実と掛け離れることが多い。そこで本研究では最大地震応答の統計特性である平均値、標準偏差、歪度及び尖度などのモーメントを求める方法を構築し、分布形的位置、肥満度、非対称性及び頂点の鋭さの4つの特徴を表すこれらのモーメントによる最大地震応答の確率密度近似を行い、これまでの厳しい仮定に依存しない耐震信頼性評価法を提案した。

研究成果の概要(英文)： The identification of the probabilistic distribution of the maximum earthquake response is essential for random vibration and dynamic structural reliability analysis. Since very strict assumptions have to be used in previous studies, in the present study, the distribution estimation of maximum earthquake response using high order moments is proposed, in which distribution is expressed directly by the mean, standard deviation, the skewness and the kurtosis of the maximum response easily obtained from statistical data. Based on the proposed distribution estimation method, a frame work of earthquake reliability analysis of structures with inclusion of random variables with unknown distribution is established.

研究分野：建築構造

キーワード：確率分布形 耐震信頼性評価 モーメント 最大応答分布

## 1. 研究開始当初の背景

近年、建築物の安全性・使用性の限界状態を明確にし、それに対する構造信頼性に基づく限界状態設計法が国際的に構造設計法の主流になっており、日本建築学会でも、建築物の限界状態設計指針が示されるに至っている。構造物の最大地震応答は、地震入力や抵抗に含まれている不確定性によってばらつきがあり、信頼性の考え方に立脚した構造耐震設計を目指すためにはその不確定性を把握しておくことが肝要である。最大地震応答は、基本的に地震入力や抵抗に含まれている不確定性を表す確率変数の関数として表され、その不確定性を全体的に把握することが、根本的には確率変数の関数の分布の形を表す複数の確率密度関数を求める問題に帰着することになる。

複数の確率変数の関数の確率密度関数は構造信頼性理論の基本的な問題の一つであり、原理的に確率密度関数の定義に基づいてその関数の逆関数から微分積分を通して求めるとされているが、最大地震応答の逆関数及びその導関数を求めなければならず、多重積分を行う必要もある。最大地震応答の逆関数は多くの工学分野に存在する工学的逆問題に属しており、基本的に未解決の問題の一つとして知られている。最大地震応答は動的解析のプロセスや応答最大値問題を含んでおり、不連続の場合もあり、その導関数を求めることが難しいことも周知の事実である。また、多重積分は工学的に労力がかかることは言うまでもなく、確率変数の数が多い場合あるいは最大地震応答の計算に時間がかかる場合はほぼ不可能である。

上述のように最大地震応答を確率変数の関数として確率密度関数の形を求めることは極めて困難であるため、既往研究では確率過程の交叉の問題から理論的に導かれる最大応答分布に基づいて耐震信頼性評価を行うことがほとんどである。しかし、既存の最大応答分布が定常ガウス過程、ホワイトノイズなどのかなり厳しい仮定に基づいて誘導されており、現実にこれらの仮定を満足することは極稀であり、設計者にとっても難解である。また、

既存の最大応答分布は基本的に弾性応答の場合しか適用できず、入力プロセスのみの不確定性をしか考慮していない。現実に最大地震応答の不確定性に影響する要因は地震入力のみではなく、力学モデルのパラメータはもとより、動的解析に関わる減衰常数、荷重プロセスの周波数スペクトル、継続時間なども無視できない。弾塑性構造解析技術が発達している今日、前述のような厳しい仮定に基づいて誘導された最大地震応答の分布が耐震信頼性評価の普及と発展のネックになっていると痛感している。

## 2. 研究の目的

上述の問題点を背景に最大地震応答の確率密度関数を簡単な方法で精度よく近似的に求めることは重要な課題となる。そこで本研究では最大地震応答の統計特性である平均値、標準偏差、歪度及び尖度などモーメントを求める手法を構築し、さらにこれらのモーメントによる最大応答の確率密度近似を行い、これまでの厳しい仮定に依存せずに、弾塑性応答も考慮できる耐震信頼性評価法を提案することを目的とする。平均値と標準偏差がそれぞれ確率密度関数の位置及び肥満度を表しており、確率変数の3、4次モーメントである歪度と尖度がそれぞれ確率密度関数の非対称性及び頂点の鋭さを表している。このように最大地震応答の4次までのモーメントが分かれば、その分布形の位置、肥満度、非対称性及び頂点の鋭さの4つの特徴が明確になり、確率密度関数も近似的に推定できると考えられる。

## 3. 研究の方法

先ず数多くの地震波を収集し、弾性1自由度系を対象とし、基準化した地表面加速度で大量の地震応答解析により、最大地震応答のデータベースを構築する。収集したデータの統計処理を行い、それらのヒストグラムを描き、平均値、標準偏差、歪度及び尖度などのモーメントを求め、最大地震応答のヒストグラムとモーメントの関係を考察する。さらに、数多くの地震記録を収集して、同様に地震応答解析を行い、得られた最大地震応答のヒス

トグラムと比較し、前述の関係を検証する。

前項の3、4次モーメントに基づく標準正規変換を十分検証した上、その逆関数を導き、3、4次モーメントに基づく逆標準正規変換が得られる。標準正規変換および逆標準正規変換より最大地震応答のヒストグラムとモーメントの関係を明確にする上、確率密度関数の近似式を導出する。グラフ化した最大地震応答の確率密度関数とそのヒストグラムと比較検討して、確率密度関数の近似式を修正していく。結果として得られた最大地震応答分布は平均値、標準偏差、歪度及び尖度の四つのモーメントで陽的式で決められ、より柔軟性を有する同時に、実際のヒストグラムを精度よくフィットすることができる。

### (1) 基本的な統計値の数式

本研究では、次の基本的統計値を用いている。

平均値

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

標準偏差

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 \quad (2)$$

変動係数

$$V = \frac{s}{m} \quad (3)$$

歪度

$$a_3 = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^3 \right] / s^3 \quad (4)$$

尖度

$$a_4 = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^4 \right] / s^4 \quad (5)$$

ただし、 $\mu, \sigma, \alpha_3, \alpha_4$ はそれぞれ平均値、標準偏差、歪度、尖度を表す。

### (2) 三つの確率分布形

加速度応答スペクトルのデータから最大地震応答の大きさを頻度で表すヒストグラムを作成し、正規分布、対数正規分布、既往研究より提案された三つのパラメータを含む確立分布形(3p分布)の三つの確率密度関数と比較した。正規分布、対数正規分布、3p分布の確率密度関数については以下に示す。

正規分布

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (6)$$

対数正規分布

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\xi}\right)^2\right] \quad (7)$$

ただし、 $\lambda$  と  $\xi$  は以下のように示す

$$\xi^2 = \ln\left(1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2}\right) \quad (8)$$

$$\lambda = \ln \mu - \frac{1}{2}\xi^2 \quad (9)$$

3p 分布

$$f(x) = \frac{3\phi\left[\frac{1}{\alpha_3}\left(\sqrt{9 + \frac{1}{2}\alpha_3} + 6\alpha_3^2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) - \sqrt{9 - \frac{1}{2}\alpha_3}\right)\right]}{\sigma\sqrt{9 + \frac{1}{2}\alpha_3 + 6\alpha_3\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)}} \quad (10)$$

$$\phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \quad (11)$$

ただし、 $\phi(u)$  は標準正規分布  $N(0,1)$ の確率密度関数である。

## 4. 研究成果

### (1) 最大地震応答のヒストグラム

本研究では2001年芸予地震、2007年新潟中越地震、及び2011年東北地方太平洋沖地震の地震記録を用いて最大地震応答のヒストグラムを統計した。ここでは、図1に2001年芸予地震のI種地盤で得られた地震記録の応答スペクトルを統計して得られた最大地震応答のヒストグラムと3つの確率分布形を示す。図中、すべてのヒストグラムと確率分布形はすべて固有周期3.0秒のときを表している。

図1において3つの確率分布形とヒストグラムを比較すると、Goodness of Fitより対数正規分布が最もヒストグラムの形状にフィットしているものといえる。

### (2) 最大地震応答分布

図1において3つの確率分布形とヒストグラ

ムを比較し、Goodness of Fitより対数正規分布が最もヒストグラムの形状にフィットしているものと分かる。そこで、最大地震応答の確率分布を対数正規分布を用いて表す。2001年芸予地震のI種地盤で得られた地震記録の応答スペクトルを統計して得られた固有周期をパラメータとした三次元グラフとして最大地震応答を図2に表す。図2により、最大応答分布が固有周期に従い変化する様子を視覚的に確認できる。

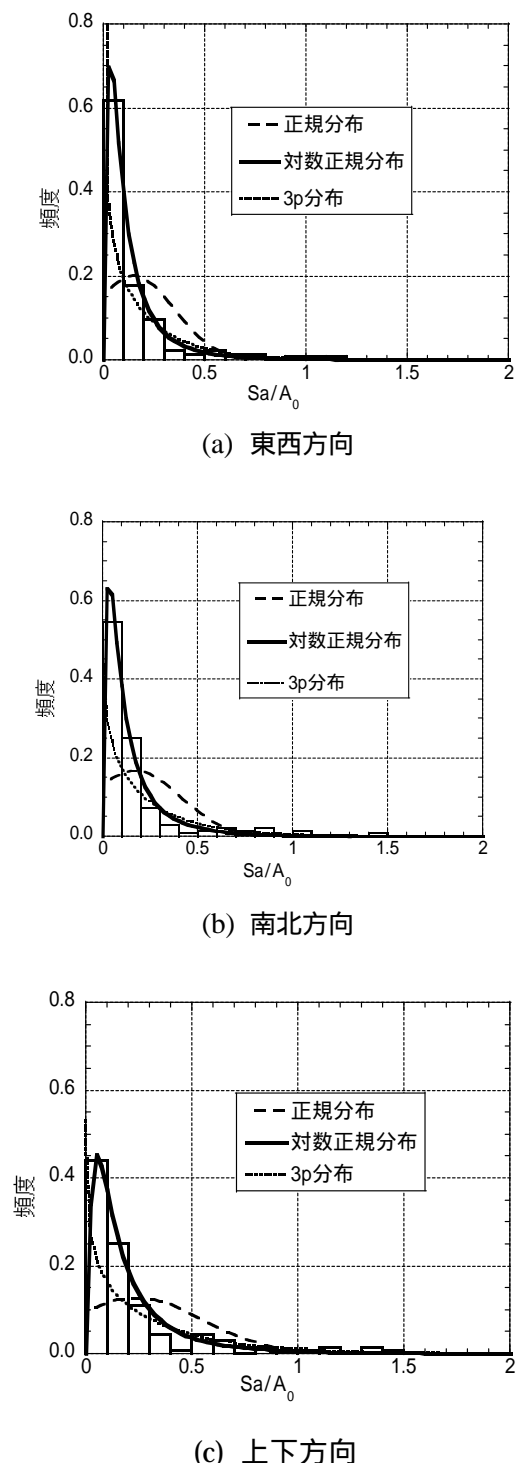
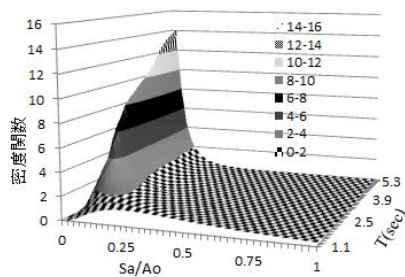
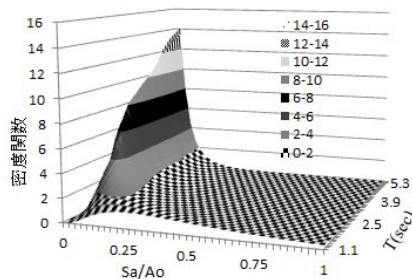


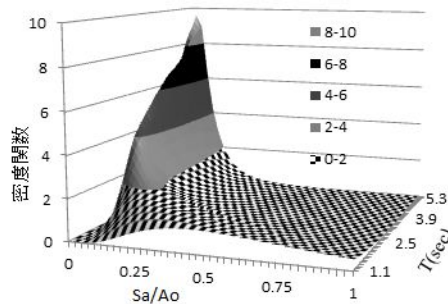
図1 最大地震応答のヒストグラムと分布形



(a) 東西方向



(b) 南北方向



(c) 上下方向

図2 最大地震応答分布

### (3) 最大地震応答平均値の定式化

2001年芸予地震、2007年新潟中越地震、及び2011年東北地方太平洋沖地震の地震記録を用いて応答スペクトルを計算し、最大地震応答の平均値を統計した。

三つの地震の記録で得られたI種地盤、II種地盤、III種地盤における最大地震応答の平均値を図3~5に示す。図3~5の結果を用いて試行錯誤により、I種地盤、II種地盤、III種地盤における最大地震応答の平均値の計算式をそれぞれ(12)式、(13)式、(14)式のように提示する。提案式による計算結果と統計値の比較も図3~5に示す。

I種地盤:

$$\mu_{Rm} = 1 - \frac{2}{(T+1)^{0.35}} + \frac{1}{[0.25(T+1)]^2 + 0.25} \quad (12)$$

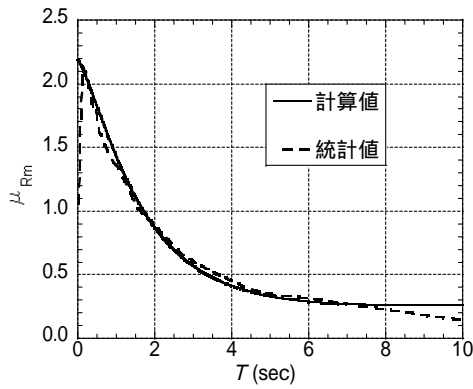


図3 種地盤地震最大応答の平均値

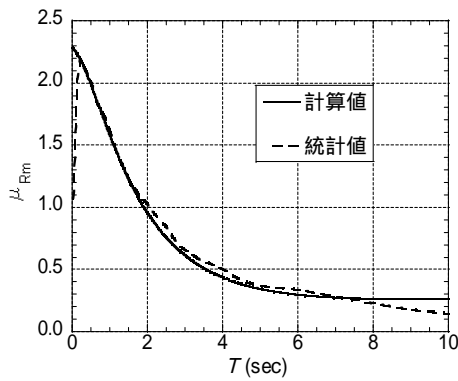


図4 種地盤地震最大応答の平均値

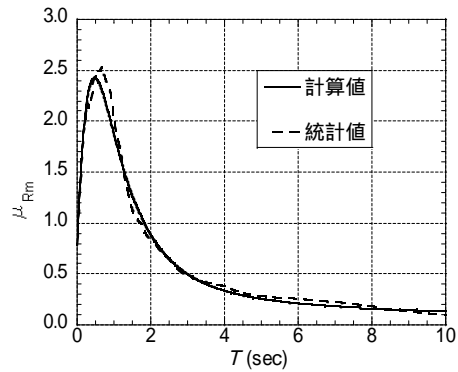


図5 種地盤地震最大応答の平均値

II 種地盤:

$$\mu_{Rm} = 1 - \frac{2}{(T+0.8)^{0.35}} + \frac{1}{[0.25(T+0.8)]^2 + 0.25} \quad (13)$$

III 種地盤:

$$\mu_{Rm} = 0.1 + \frac{1}{(0.5T)^2 + 0.25} - \frac{3.4}{15^T} \quad (14)$$

ただし、 $\mu_{Rm}$  は地震最大応答の平均値で、 $T$  は固有周期である。

図3~5により、種、種地盤に関する提

案式の結果は、0秒から0.3秒までの範囲を除いて、精度良く統計結果に追従していることがわかる。種地盤に関しては、すべての範囲で精度よく追従していることがわかる。

#### (4) 最大地震応答の変動係数の定式化

最大地震応答分布の基本パラメータである変動係数の定式化を行う。種、種、種地盤ごとの加速度応答スペクトルを東西方向と南北方向を足し合わせる。それを、地震ごとに求め固有周期に伴う変化を求め、さらに、2001年芸予地震、2007年新潟中越地震、及び2011年東北地方太平洋沖地震の地震記録を用いて応答スペクトルを計算し、最大地震応答の統計し、I種地盤、II種地盤、III種地盤における最大地震応答の変動係数を図6~8に示す。図6~8の結果を用いて試行錯誤により、I種地盤、II種地盤、III種地盤における最大地震応答の平均値の計算式をそれぞれ(15)式、(16)式、(17)式のように提示する。提案式による計算結果と統計値の比較を図6~8に示す。

I 種地盤:

$$V = -0.8 + \sqrt{T+2} - \frac{(T+2)^{1.15}}{10} \quad (15)$$

II 種地盤:

$$V = -0.6 + \sqrt{T+0.8} - \frac{(T+0.8)^{1.2}}{10} \quad (16)$$

III 種地盤:

$$V = -0.8 + \sqrt{T+2} - \frac{(T+2)^{1.165}}{10} \quad (17)$$

ただし、 $T$ は固有周期とする。

図6~8により、どの地盤に関しても地震最大応答の変動係数の提案式は概ね良い精度があるとわかる。

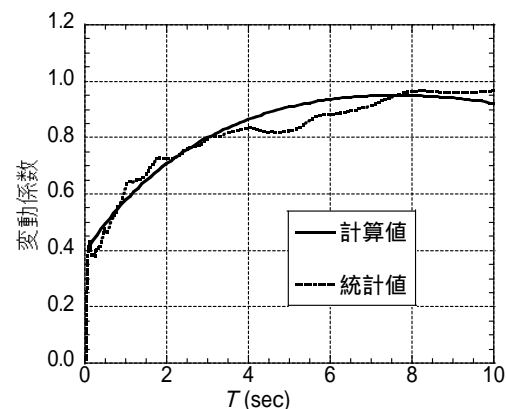


図6 種地盤地震最大応答の変動係数

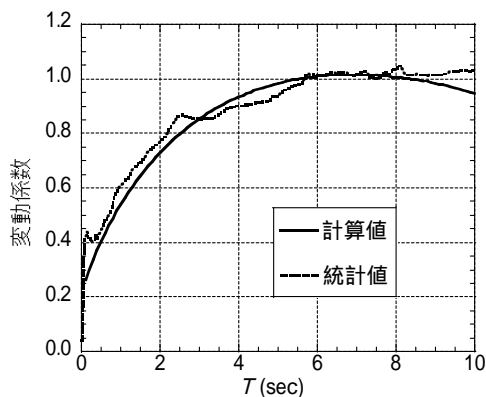


図7 種地盤地震最大応答の変動係数

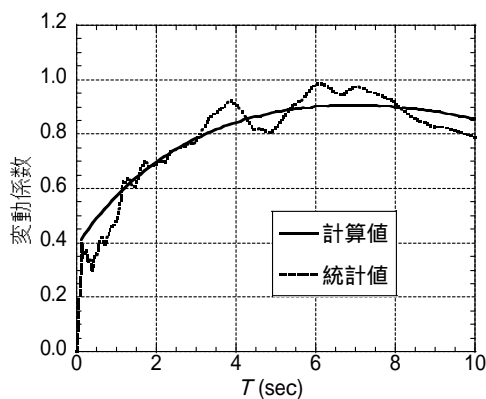


図8 種地盤地震最大応答の変動係数

(5) まとめ

本研究は、建築構造物の耐震安全性評価に必要な最大地震応答を高精度・簡便に推察するために確率分布を統計的に考察した。また、最大地震応答の確率分布の基本パラメータである平均値と変動係数を定式化し、そこから簡略な最大応答分布を提案した。得られた結果を以下に示す。

- 1) 東北地方太平洋沖地震、新潟県中越沖地震の二つの地震において3p分布は最も最大地震応答のヒストグラムにフィットしていたが、今回の芸予地震においては対数正規分布が最も地震最大応答のヒストグラムにフィットしていた。このことから、最大地震応答の推察には3p分布を用いることが、これまで一般的に使われてきた確率分布形に対してより有効であるとは言い切れない。また、更なる研究が必要である。また、これを三次元で表すことにより固有周期の変化に伴う最大地震応答の分布を視覚的な表現として得られた。これにより設計者が容易に判断し、耐震安全性を新たな視点から評価する可能性を示した。
- 2) 地震最大応答平均値と変動係数の提案式

に関して、今回は3つの地震で統計をとって、その中では十分な精度が得られた。しかし、地震の数が増えるにつれて統計値のグラフが変わっていくと思われるので更なる研究が必要である。

上述の地震最大応答の平均値及び変動係数の提案式を用いて任意の固有周期における地震最大応答の分布が決めることができ、新しい構造物の安全性評価手法の提案につながる。これらの手法よりこれまで厳しい仮定で制限されている構造耐震信頼性評価の適用範囲を一層広げると期待される。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計2件)

- (1) Zhao Y.G., Lu Z.H., Zhong W.Q., Time variant reliability analysis with consideration of parameter uncertainties, Structure and Infrastructure Engineering, Vol. 10, No. 10, 1276-1284, 2014. (査読有)
- (2) Zhao Y.G., Jin D.Y., Saito T., and Lu Z.H., System Reliability Assessment Using Dimension Reduction Integration, Journal of Japan Industrial Management Association, Vol. 64, No. 4E, 562-569, 2014.1. (査読有)

〔学会発表〕(計3件)

- (1) 田川栄理, 齊藤隆典, 趙衍剛: 高次モーメントによる地震最大応答分布の確率密度近似 その2 異なる固有周期間における地震最大応答の相関性に関する一考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集(近畿), 構造, pp.23-24, 2014.9.13, 神戸大学。
- (2) 趙衍剛, 齊藤隆典: 高次モーメントによる地震最大応答分布の確率密度近似 その1 2011年東日本大震災における地震応答スペクトルの確率分布特性に関する一考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集(北海道), 査読無 構造, pp.39-40, 2013.8.30, 北海道大学。
- (3) Zhao Y.G. and Lu Z.H., Point estimate of dynamic reliability considering parameter uncertainties, European Safety and Reliability Conference (ESREL 2014), Sept. 14-18, 2014, Wroclaw, Poland

6. 研究組織

(1) 研究代表者

趙 衍剛 (Yan-Gang Zhao )  
 神奈川大学・工学部・教授  
 研究者番号: 50283479