

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 9 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24561019

研究課題名(和文)非軸対称核融合プラズマの周辺磁場領域境界形状診断手法の確立と実用化

研究課題名(英文) Establishment and practical use of the diagnosis technique to identify the non-axisymmetric fusion plasma boundary shape in the peripheral magnetic field region

研究代表者

板垣 正文 (Itagaki, Masafumi)

北海道大学・工学(系)研究科(研究院)・特任教授

研究者番号：30281786

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：磁気センサー信号からプラズマ境界形状を同定するコーシー条件面(CCS)法を軸対称トカマクのみならずLHD装置の非軸対称プラズマにも適用した。ひねりCCSにより、磁場の同定精度を向上させた。解析で得た行列方程式を特異値分解法で解く際に特異値の並びに段差の出現を発見し、段差よりも小さな特異値を打ち切れば、精度を損なわずに必要なセンサー数を大幅に削減できた。

CCS法解析で真空容器壁を流れる渦電流の寄与を無視できない場合がある。CCS法の定式化に渦電流に関わる境界積分項を加えた。逆磁場ピンチ型装置RELAXに対するテスト計算結果は良好だった。種々の核融合実験装置への本研究成果の応用が期待される。

研究成果の概要(英文)：The Cauchy condition surface (CCS) method, which identifies the plasma boundary shape using external magnetic sensor signals, has been applied not only to axisymmetric tokamaks but also to the LHD, a non-axisymmetric helical device. Using the twisted CCS, the numerical accuracy in the reconstructed field has been improved. In the singular value (SV) decomposition process employed in the CCS method, a gap is found in the SVs. If all the SVs smaller than the gap threshold are eliminated, the required number of sensors can be significantly reduced without losing the solution accuracy.

For some cases in the CCS analyses the effect of eddy current on the vacuum vessel (VV) cannot be neglected. To overcome this difficulty, boundary integrals of the eddy current along the VV are added to the CCS method formulation. The capability of the method is demonstrated for the RELAX device. The above techniques developed in the present series of works are applicable to many fusion devices.

研究分野：核融合

キーワード：核融合プラズマ 周辺磁場構造 最外殻磁気面 磁気センサー コーシー条件面 非軸対称 渦電流 特異値分解

1. 研究開始当初の背景

核融合装置内部のプラズマ境界または最外殻磁気面(LCMS)形状を Real-time に知ることは、プラズマの MHD 平衡に関わる情報を引き出すために極めて有用であると同時に運転制御上も重要である。JT-60 等のトカマク型のように軸対称 2 次元プラズマに対しては、磁気センサー信号からプラズマ境界形状を同定するコーシー条件面法が確立されている。ここに、コーシー条件面(CCS)とは、プラズマ領域内にプラズマ電流の代わりに仮想的に置かれる Dirichlet 条件と Neumann 条件が共に未知な面であり、解析は真空磁場を仮定してなされる。

核融合科学研究所の大型ヘリカル装置(LHD)のような非軸対称 3 次元プラズマに CCS 法を拡張適用することは種々の理由から困難が予想されたが、研究代表者は(H20~H22)「基盤研究(C)(一般)核融合プラズマの 3 次元境界形状同定解析の実現可能性評価」と題した feasibility study を行い、ある程度の成果を収めていた。しかし、磁場分布の逆解析精度には改善の余地があった。また、逆解析に必要なとされる磁気センサーの数が膨大なため、解析精度を損なうことなくセンサー数を削減する方策が求められていた。

2. 研究の目的

核融合科学研究所の大型ヘリカル装置(LHD)など、非軸対称プラズマの周辺磁場領域(最外殻磁気面(LCMS)の外側から所謂 stochastic 領域の外縁部に至る領域)における特異な境界形状を外部磁気センサー信号のみから診断するシステムを完成させ、MHD 平衡に関わる有用な情報を得ることを目的とする。この診断システムは「3 次元コーシー条件面法」により逆推定される磁場分布に基づいて磁力線追跡を行い、周辺磁場領域形状を同定するものである。申請者によるこれまでの研究では、逆推定磁場分布の精度、LCMS の判別精度、必要とされるセンサー信号の数などに難点があるため、種々の改善策を講じて実用化に至らしめることが本研究の狙いである。

3. 研究の方法

3 次元 CCS 法では、CCS 上のベクトル・ポテンシャルの 3 成分(A_x, A_y, A_z)およびそれらの法線方向微分値を未知数とする 3 次元ラプラス方程式を境界要素法で解く。具体的には、磁場センサー位置、磁束ループおよび CCS 上の点を特異点とする 3 種類の境界積分方程式の組を連立して解く。得られる 3 次元磁場分布に基づいて磁力線追跡を行い、ポアンカレ・プロットから最外殻磁気面を推定するという 2 段階の解析をする。

3 次元磁場逆解析では当然、未知数の数が膨大となり、これを十分に上回る数の磁気センサー信号の確保が不可欠となる。また、連立 1 次方程式を形成する全体行列は極めて悪

条件となるため、打ち切り特異値分解法(TSVD 法)などの線形代数学の知見の導入が重要となる。

(1) ひねり型コーシー条件面の採用

センサー信号を有効にとらえるには CCS のサイズは大きいほど(センサーが CCS に近いほど)よいが、CCS 外側の解の乱れが LCMS 同定に及ぼす悪影響を減じるには CCS のサイズは小さい方がよい。

ヘリカル型装置ではプラズマのポロイダル断面形状がトロイダル方向に大きく変化するため、図 1 に示すように楕円状の断面が真空容器形状のトロイダル方向変化に同期させて回転する「ひねり CCS」を採用した。この CCS を適当な数のアイソパラメトリック 2 次元非適合境界要素に分割する。個々の境界要素は 1 要素あたり 9 個の節点を持つ。

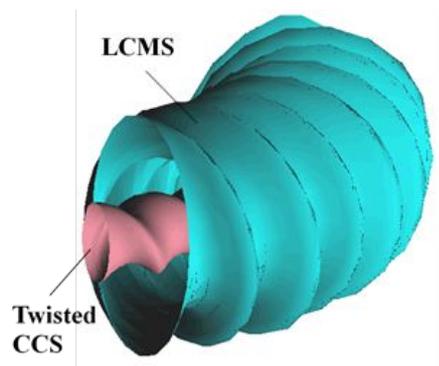


図 1 ひねり CCS のイメージ

(2) LCMS 判別のための数値技法の開発

得られた磁場分布に基づき磁力線追跡を行ってそのポアンカレ・プロットから LCMS を判定することになるが、逆解析では図 2 に示すように LCMS がシャープな閉曲面を描くとは限らない。

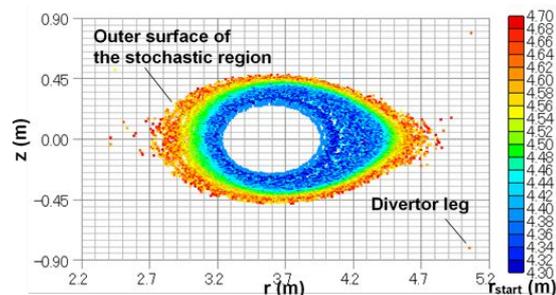


図 2 ポアンカレ・プロットの例

このため、ポアンカレ・プロット(点の集合)を Radial basis function による展開を用いて平滑化処理し、図 3 のように疑似的な磁気面の等高線に変換する。この場合、LCMS の外側にも疑似磁気面が現れてしまうため、個々の疑似磁気面に対応する元のプロット点のばらつきに基づいて LCMS を抽出する統計的技法を開発した。

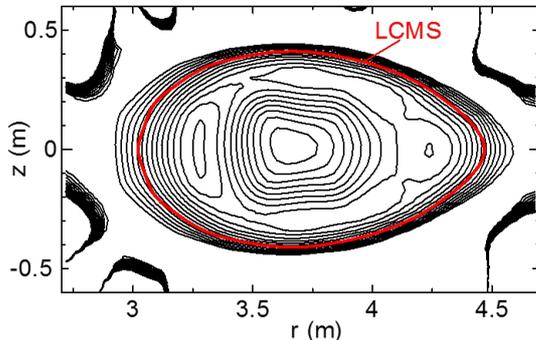


図3 疑似磁気面の例

図4はこのようにして得たLCMSの逆解析結果と基準解を比較している。

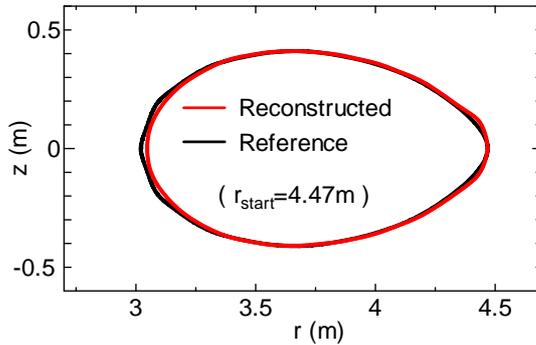


図4 LCMSの逆解析結果と基準解

(3) 打ち切り特異値分解法(TSVD法)

CCS法では、境界積分方程式の組は離散化されて結局、

$$Dp = g \quad (1)$$

の形式の行列方程式に帰着する。行列Dは

$$D = UAV^T \quad (2)$$

のように分解できる。UとVはそれぞれ、転置行列がそのまま逆行列となる正方行列であり、直交行列と呼ばれる。Λは特異値と呼ばれる非負の対角要素からなる。特異値分解を用いると式(1)の解として、

$$p = V\Lambda^{-1}U^T g \quad (3)$$

を与えることができる。ここで、Λ⁻¹は特異値を全てその逆数に置き換えた行列である。Λ⁻¹中の微小な特異値の逆数は式(3)のベクトルg中のセンサー信号の誤差を増幅するように働くため、何も処置をしないと解の暴れをひきおこす。これを避けるために打ち切り特異値分解(TSVD)法を用いた。これは、式(3)に対して「正則な解」を

$$p = V\Lambda_k^{-1}U^T g \quad (4)$$

で与えるものである。ここでΛ_kはΛの中で着目する特異値λ_kより小さな特異値を割愛したことを示す

本研究においては、図5にみられるようにCCSの境界要素分割数によらず、特異値の並びに特徴的な段差が出現することを発見した。その段差よりも小さな特異値を打ち切れば、

CCS上の節点数に依らずLCMSを最も高い精度で推定でき、かつ、磁場センサー58個および磁束ループ13個まで削減できた。これはLHD実機に実装されているセンサー数と同程度である。

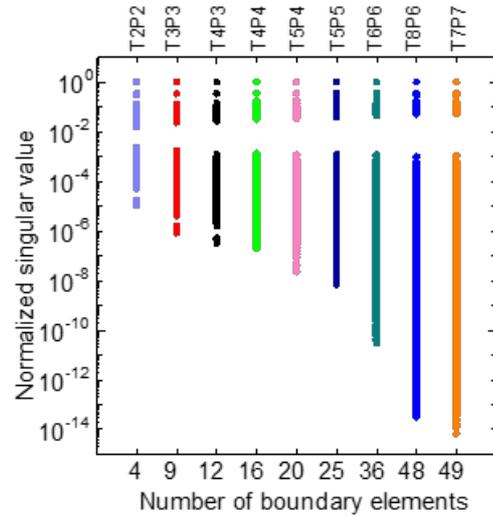


図5 特異値分解における特異値の振る舞い

(4) センサー信号のノイズが解に与える影響の評価

磁気センサーの信号ノイズが磁場分布の逆解析精度に及ぼす影響も調べた。解析上、ノイズは正規乱数によって発生させ、磁場センサーおよび磁束ループの信号に加えた。ノイズを加えた信号をb_j、元の正しい信号をb_jとすると、

$$\tilde{b}_j = b_j(1 + \sigma \cdot G) \quad (5)$$

で与えられる。ここに、Gは正規乱数の値、σは正規乱数の標準偏差である。

セクション(3)で記した段差より小さな特異値を打ち切る手法は、センサーノイズ耐性にも極めて優れていることを明らかにした。

(5) 真空容器を流れる渦電流の評価

真空容器中を流れる渦電流の強度が無視できないとき、従来のCCS法では磁場分布やLCMSの逆推定が正しくなされない。このことから、この渦電流が顕著とされる京都工芸繊維大学の逆磁場ピンチ型装置RELAXに対して渦電流分布を考慮に入れた改良CCS法を開発した。そこでは、真空容器のポロイダル方向に渦電流密度を積分した項を従来のCCS法の定式化(上述の3種類の境界積分方程式)に追加している。

この場合、渦電流に関わる境界積分では強い特異性が問題となる。磁気センサーの位置が導体に近すぎるためである。センサー位置を(a,b)、導体上の任意の積分点を(r,z)とすると、2点間の距離

$$\varepsilon = \sqrt{(r-a)^2 + (z-b)^2} \quad (6)$$

がε→0ならば境界積分方程式中の基本解とその微分は

$$\psi^* \rightarrow -\frac{a}{2\pi} \log \varepsilon, \quad (7a)$$

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial a} \rightarrow -\frac{1}{4\pi} \log \varepsilon + \frac{a(r-a)}{2\pi} \cdot \frac{1}{\varepsilon^2}, \quad (7b)$$

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial b} \rightarrow \frac{a(z-b)}{2\pi} \cdot \frac{1}{\varepsilon^2}, \quad (7c)$$

のような特異性を呈する。

真空容器に沿った任意の境界要素においてヤコビアンと内挿関数を各々 $G(\xi)$ および $\phi(\xi)$ と記す。 $B^*(\xi)$ を基本解またはその微分とし、 $F_s(\xi)$ を式(7a), (7b) または (7c) でかいた漸近解とする。この境界要素に沿った積分の一般形は

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^1 \phi(\xi) G(\xi) B^*(\xi) d\xi \\ &= \int_{-1}^1 \left\{ \phi(\xi) G(\xi) B^*(\xi) - \phi_0 G_0 F_s(\xi) \right\} d\xi, \quad (8) \\ &+ \phi_0 G_0 \int_{-1}^1 F_s(\xi) d\xi \end{aligned}$$

のように変形でき、 G_0 と ϕ_0 は境界要素上で着目センサー位置 i に最も近い点 $\xi = \xi_0$ における $G(\xi)$ と $\phi(\xi)$ の値である。式(8)の右辺第1項の積分では元の積分核から漸近解を差引いており、この差引き分を右辺第2項の解析積分で補償する。こうすると第1項の積分から特異性は消失し、ガウス積分公式による通常の数値積分で評価可能となる。

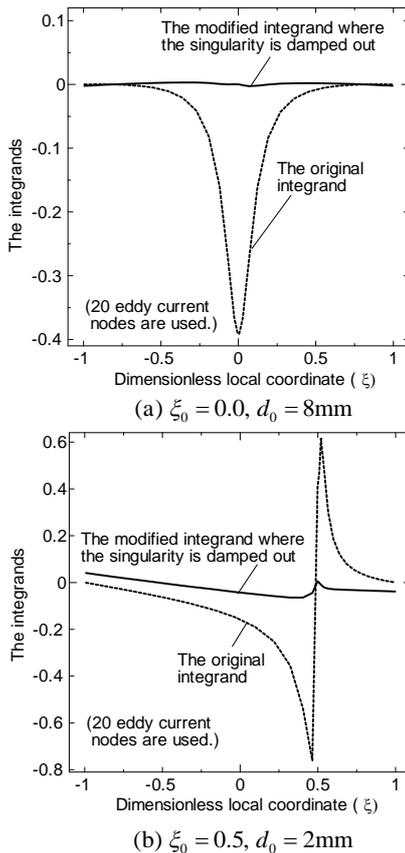


図6 特異性除去前後の積分核

図6(a)(b)は、真空容器に沿って10個の境界要素を設けた際、 $\partial \psi^* / \partial b$ と内挿関数からなる積分核を特異性除去の前後についてプロットしている。強い特異性が効果的に除去されている。

加えて、得られる行列方程式が極めて悪条件となり解が数値振動する場合があるため、その緩和に線形代数学の最新の知見を導入した。図7は行列 \mathbf{D} の特異値の並びを真空容器上に設定した渦電流節点数ごとに示している。渦電流節点数が40個を超えると節点数に依らず、最大値を1.0に規格化した特異値が 10^{-3} 付近に特異値の段差が見られる。

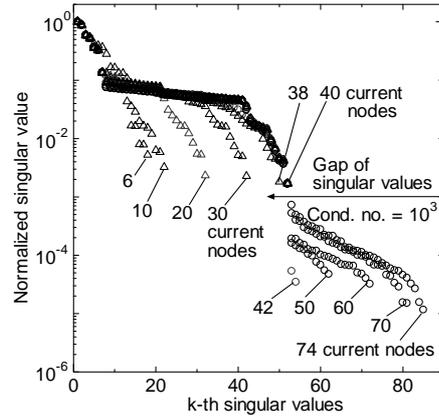


図7 渦電流節点数ごとの特異値の振る舞い

渦電流密度も未知量とする逆解析において段差より小さな特異値がある場合、TSVD法に依ってもなお解の数値振動が観測される。そこで、新たな拘束条件として、微分作用素 \mathbf{L} を使った $\min \|\mathbf{Lp}\|$ を導入する。この発想に基づき、Hansenらは修正TSVD (MTSVD) 法による解

$$\mathbf{p}_{L,k} = \mathbf{p}_k - \mathbf{V}_k \mathbf{z}_k \quad (9)$$

を提案している。ここで \mathbf{p}_k はTSVD法による解である。特異値分解 $\mathbf{D} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T$ に対して、 $\mathbf{V}_k = [\mathbf{V}_{k+1}, \dots, \mathbf{V}_n]$ であり、 \mathbf{z}_k は

$$(\mathbf{L} \mathbf{V}_k) \mathbf{z}_k = \mathbf{L} \mathbf{p}_k \quad (10)$$

の解である。ここでは、行列

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}^{(N)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}^{(D)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{L}^{(E)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

を用いる。式(11)で $\mathbf{L}^{(N)}$ 、 $\mathbf{L}^{(D)}$ および $\mathbf{L}^{(E)}$ はそれぞれCCS上のNeumann、Dirichlet条件および真空容器上の渦電流密度値の2階微分を表し、これによって解の平滑化を図っている。

図8は、60個の渦電流節点を設定した場合のMTSVD法の有効性を示している。高周波振動している灰色の実線は通常のTSVD法による解 (\mathbf{p}_k) である。点線は式(9)中の $\mathbf{V}_k \mathbf{z}_k$ で与えられる補正ベクトルである。式(9)にしたがって点線を灰色の曲線から差し引くと、黒

い実曲線($p_{L,k}$)が得られ、数値振動は効果的に除去されている。

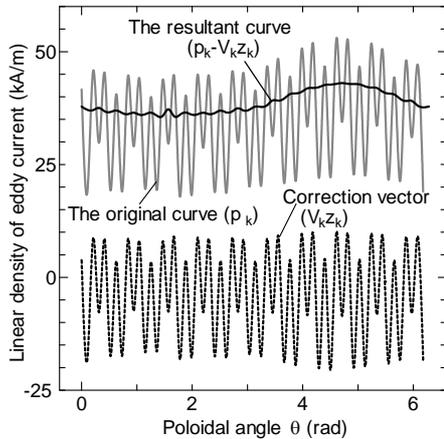
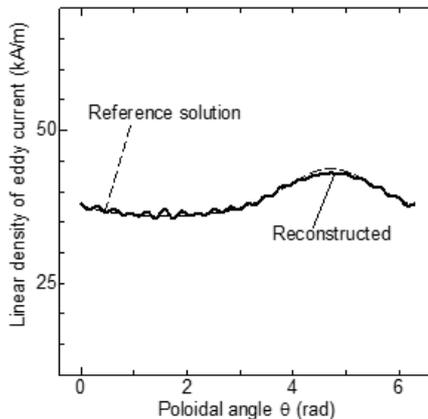
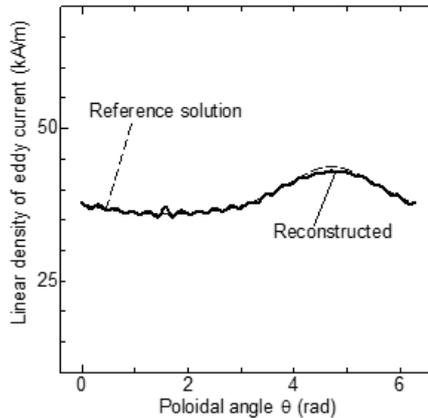


図8 解の数値振動の除去

図9(a),(b)は各々、40個と60個の渦電流節点を仮定した場合の渦電流密度分布の逆解析結果である。いずれの図も縦軸は渦電流密度、横軸は真空容器上を時計回りに定義したポロイダル角 θ を表し、真空容器の頭頂部(r, z)=(0.51m, 0.76m)を出発点($\theta = 0$)とする。



(a) 40 current nodes



(b) 60 current nodes

図9 渦電流分布の逆解析結果

破線と実線は各々、渦電流密度の基準解と逆解を示す。解の高周波振動を抑えるMTSVD法は図7で示した段差よりも小さな

特異値がある場合、すなわち渦電流節点数が40個を超える時にのみ適用している。図9(b)はMTSVD法による結果である。

図10は、渦電流節点数が40個の場合の磁束分布を示す。破線と実線の等高線はそれぞれ基準解と逆解を表す。

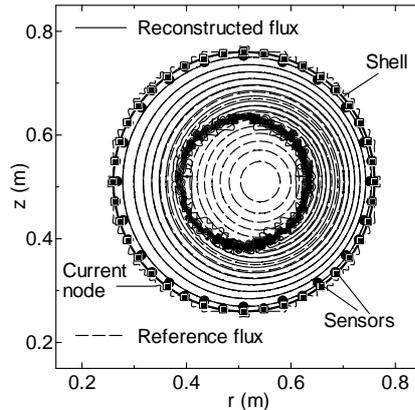


図10 磁束分布の逆解析結果

4. 研究成果

H24年度、CCS形状を真空容器形状に同期させた「ひねりCCS」を考案し、磁力線追跡で磁気島を再現する等、周辺磁場構造の同定精度を向上させた。しかし、3次元解析に要する未知数の数が膨大なため、多数のセンサー配置を仮定せざるを得なかった。

H25年度は、解の精度を損なうことなく必要センサー数を削減する方策を示した。センサー位置を特異点とする境界積分方程式の組を離散化して得る連立1次方程式を特異値分解法で解く際に、特異値の並びに特徴的な段差が出現することを発見し、その段差よりも小さな特異値を打ち切れば、CCS上の節点数に依らずLCMSを最も高い精度で推定でき、かつ、磁場センサー58個および磁束ループ13個まで削減できた。これはLHD実機に実装されているセンサー数と同程度である。さらに、この手法はセンサーノイズ耐性にも極めて優れていることを明らかにした。

H26年度は、磁場構造および最外殻磁気面(LCMS)形状の推定において、真空容器壁を流れる渦電流の寄与を無視できない場合があることに鑑み、本研究で培った数理技法をさらに発展させて、真空容器壁の渦電流分布そのものを逆推定する手法を開発した。CCS法で組み立てる境界積分方程式の各々に渦電流に関わる境界積分項を加えた。真空容器壁渦電流が顕著とされる京都工芸繊維大学の逆磁場ピンチ型装置RELAXに対してテスト計算を行い、手法の検証を進めた。

H26年度までの研究進捗は予定を遥かに上回り、達成度は満足すべきものである。一連の研究成果はプラズマ・核融合学会誌で小特集として紹介された。今後、種々の型式の核融合実験装置への応用が期待される。

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 4 件)

栗原研一, 板垣正文, 宮田良明, 中村一男, 浦野創, 「(小特集) コーシー条件面(CCS)法によるプラズマ位置形状再構築」, プラズマ・核融合学会誌, 査読有, 91[1], 10 (2015)

M. Itagaki, A. Sanpei, S. Masamune and K. Watanabe, “Reconstruction of the eddy current distribution on the vacuum vessel in a reversed field pinch device based on the external magnetic sensor signals,” *Plasma Fusion Res.*, 査読有, 9, 1402046 (2014).

M. Itagaki, K. Ishimaru, Y. Matsumoto, K. Watanabe, R. Seki and Y. Suzuki, “Improved three-dimensional CCS method analysis for the reconstruction of the peripheral magnetic field structure in a finite beta helical plasma,” *Plasma Fusion Res.*, 査読有, 8, 1402134 (2013).

M. Itagaki, G. Okubo, M. Akazawa, Y. Matsumoto, K. Watanabe, R. Seki and Y. Suzuki, “Use of a twisted 3D Cauchy condition surface to reconstruct the last closed magnetic surface in a non-axisymmetric fusion plasma,” *Plasma Phys. Control. Fusion*, 査読有, 54, 125003 (2012). (I.F.=2.731)

[学会発表](計 7 件)

板垣正文, 三瓶明希夫, 政宗貞男, 渡邊清政, PLASMA2014 (プラズマ・核融合学会第 31 回年会), 21PA-026, 朱鷺メッセ(新潟市) (2014 年 11 月 21 日)

M. Itagaki, A. Sanpei, S. Masamune, K. Watanabe, “Reconstruction of the eddy current profile on the vacuum vessel in a nuclear fusion device using only external magnetic sensor signals” in BEM/MRM XXXVII, pp.149-161, Proc. the 37th International Conf. on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods, New Forest, 2014, WIT Press, Southampton, UK, (2014 年 9 月 9 日).

板垣正文, 三瓶明希夫, 政宗貞男, 渡邊清政, プラズマ・核融合学会第 30 回年会, 03aE35P, 東工大(東京都), (2013 年 12 月 3 日)

石丸謙造, 松本裕, 板垣正文, 關良輔, 鈴木康浩, 渡邊清政, プラズマ・核融合学会第 30 回年会, 03aE34P, 東工大(東京都), (2013 年 12 月 3 日)

M. Itagaki, K. Watanabe, “Three-dimensional Cauchy-condition surface method to reconstruct the last closed magnetic surface in non-axisymmetric fusion plasma” in BEM/MRM XXXV, pp.113-122, Proc. the 35th

International Conf. on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods, New Forest, UK, (2013 年 6 月 11 日).

佐々木壮一郎, 赤澤眞之, 松本裕, 板垣正文, 關良輔, 鈴木康浩, 渡邊清政, プラズマ・核融合学会第 290 回年会, 27D24P, クローバープラザ(福岡県春日市), (2012 年 11 月 27 日)

赤澤眞之, 佐々木壮一郎, 松本裕, 板垣正文, 關良輔, 鈴木康浩, 渡邊清政, プラズマ・核融合学会第 290 回年会, 27D21P, クローバープラザ(福岡県春日市), (2012 年 11 月 27 日)

[図書](計 件)

[産業財産権]

○出願状況(計 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

○取得状況(計 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]

ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究代表者

板垣正文 (ITAGAKI, Masafumi)
北海道大学・大学院工学研究院・特任教授
研究者番号: 30281786

(2)研究分担者

松本裕 (MATSUMOTO, Yutaka)
北海道大学・大学院工学研究院・助教
研究者番号: 40360929

(3)連携研究者

()

研究者番号: