

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 1 日現在

機関番号：12612

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2012～2015

課題番号：24650006

研究課題名(和文) ゲーム解析の新パラダイム

研究課題名(英文) A new paradigm of game analyses

研究代表者

伊藤 大雄 (Ito, Hiro)

電気通信大学・情報理工学(系)研究科・教授

研究者番号：50283487

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,900,000円

研究成果の概要(和文)：ゲーム・パズルに関する劣線形時間アルゴリズムを中心に、これまでに無い枠組みという視点から研究を推進し、以下の結果を得た。(I) ケーキ分割問題に対し、劣線形時間アルゴリズムの枠組みを与え、具体的なアルゴリズムを提案した。(II) 一般化将棋問題に対し、定数時間アルゴリズムを提案した。(III) 川渡り問題に対し、「禁止状態」を入力とした問題を提案し、グラフのエクスパンダーを利用した新しい多項式時間アルゴリズムを提案した。(IV) n 手からなる一般化ジャンケンについて、異なる手の間に引分けを考慮した問題に対し、引分けの総数の厳密な上下限を導くなどの諸性質を得た。

研究成果の概要(英文)：We considered new frameworks on algorithms mainly on puzzles and games, and have obtained the following results: (I) For the cake-cutting problem, we presented a framework on sublinear-time algorithms and gave some algorithms in the framework. (II) For the generalized shogi problem, we presented a constant-time algorithm, i.e., we showed that it is constant-time solvable. (III) For river crossing problems, we presented a new formulation that requires prohibited states for inputs and gave a polynomial-time algorithms by using expanders. (IV) For generalized shogi with n signs, we considered jankens in which draws between different signs are allowed, and found some properties, e.g., tight upper and lower bounds of the number of draws.

研究分野：理論計算機科学

キーワード：組合せゲーム・パズル 劣線形時間アルゴリズム 離散アルゴリズム グラフ理論

1. 研究開始当初の背景

本研究でいう「ゲーム」とは交互計算機などで数学的に厳密に定式化されるもの、典型的には「組合せゲーム」一般を対象とするが、これはクラスNPを含む広いクラスであり、応用対象は、一般にゲームと呼ばれているボードゲームやネットワークゲームのみならず、経済活動や企業間の取引、国家間の戦略など、非常に広い。しかしゲームを解析する際に問題となるのは、一般にゲームはクラスNPにすら入らない(と予測されている)ことである。問題の解析には、多項式時間アルゴリズムの存在が大変重要であるが、P NP予想のために、それが絶望的な状況である。そのため、解きやすい条件を設定したり、ナッシュ均衡解からのずれを解析したり(Price of Anarchy 等)などのアプローチが試みられている。一方、アルゴリズム研究の領域では近年、定数・劣線形時間アルゴリズムというパラダイムが生まれ、最重要研究テーマの一つとなっている。ゲームに限らず、問題を解く場合には、入力として与えられた対象物の情報をすべて見る必要があると考えるのが自然であるため、アルゴリズムの計算時間の下界値は (n) 時間とされてきた(ただし n は問題の記述に必要なデータ量)。これは厳密解を求めるだけでなく、近似アルゴリズムとしても同様である。しかしこれを、入力 n の大きさに依らない定数あるいは $o(n)$ 個の情報を見るだけで近似的に解こうというのが「定数・劣線形時間アルゴリズム」という概念であり、多くの問題で成功し、アルゴリズム分野での重要なパラダイムとなりつつある。申請者はこれまでこの分野で重要な成果を出している。

2. 研究の目的

本研究の目的は、ゲームアルゴリズム解析に対する、新パラダイムを提案し、その有効性を明らかにすることである。そしてその中で

最も重要なテーマとして「組合せゲームに対する、定数・劣線形時間解析の提案」がある。ゲームは利害が反する複数の人やグループ間の戦略の定式化であり、クラスNPを含んだ応用上非常に重要な概念である。しかし一般にその解析は非常に難しく、多くの問題について指数時間の計算が必要であると予測されている。その一方で、いくつかのNP完全問題が、定数あるいは劣線形時間で近似的に解けることが分かって来ている。この技法は現時点では基本的にNP問題を対象とするものであるが、これを組合せゲームの解析に拡張することを試みる。またその他にも従来技法には無い新たな枠組みをゲーム・パズル研究に提案し、その有効性を確認することを試みる。

3. 研究の方法

本研究において、以下のアプローチを行った

- (I) ケーキ分割問題 (n 人のプレイヤー間で、一つのケーキを公平に分割する問題) に対し、劣線形時間アルゴリズムの枠組みを与え、具体的なアルゴリズムを提案した。
- (II) 一般化将棋問題 (盤面を $n \times n$ に拡張し、王将を除く駒の数を $O(n)$ 個にした上で、与えられた任意の局面が先手必勝であるか否かを問う問題) に対し、定数時間アルゴリズムを与えた。
- (III) 川渡り問題 (川の左岸に居る与えられた集団が、与えられたサイズのボートを使って、与えられた制約を満たしながら右岸に渡ることができるか否かを問う問題) に対し、「禁止状態」を入力とした問題を提案し、グラフのエクスパンダーを利用した新しい多項式時間アルゴリズムを提案した。
- (IV) 一般化ジャンケン (手の数を一般の n に拡張したジャンケン) について、異なる手の間に引分けを考慮した問題に対し、引分けの総数の厳密な上下限を導くなどの諸性質を得た。
- (V) その他にも、一般化三並べ、折り紙、ワードサーチ、ボタン&シザーズなどの問題に取組んだ。

4. 研究成果

(1) ケーキ分割問題 [1]

ケーキ分割問題は n 人にケーキを分け与えるという問題設定から、そのアルゴリズムは必然的に (n) 時間必要となる。しかしこれを劣線形時間で解くために、以下の枠組みを与えた。まず第一ステップで劣線形 ($r=O(n)$)

人のプレイヤーに劣線形 ($o(n)$) 時間で全員が満足するようにケーキを分け与える。そして第二ステップで残りの $n-r$ 人に多項式時間でケーキを分け与え、しかも n 人を除いて全員が満足しなければならないとする。(これを n 犠牲と呼ぶ。)この枠組みの中で以下のアルゴリズムを与えた。

- (a) $r = n/127$ に対して第一ステップが $O(r^2)$ 時間のアルゴリズムを与えた。ただし、このアルゴリズムはこの r 人を指定することはできない。
- (b) $r = \frac{1}{e} n$, $r = \exp(-(\ln n)/7)$ に対し、第一ステップが $O(r^2)$ 時間のアルゴリズムを与えた。このアルゴリズムは r 人を指定することができる。

(II) 一般化将棋問題 [2]

劣線形時間で扱うために、まず一般化将棋問題の入力の与え方(オラクル)を定義し、さらに局面間の距離を $[0, 1]$ に正規化された編集距離で定義した。そして、局面 S と任意の先手必勝局面の距離が $\frac{1}{3}$ 以上であるときに、 S は先手必勝から遠隔であると定義した。与えられた局面の情報をオラクルによって得て、それが「先手必勝」であるか「先手必勝から遠隔」であるかを確率 $2/3$ 以上で定数時間で正答するアルゴリズムが目的のアルゴリズムである。

我々は $O(n^2)$ 時間の片方向誤りの(先手必勝ならば確率 1 で受理し、先手必勝から遠隔ならば確率 $2/3$ 以上で拒否する)アルゴリズムを与えた。すなわち、一般化将棋問題は片方向誤りで検査可能であることを証明した。

さらにこの考え方を一般化チェスに適用することで、 $O(n^2)$ 時間の無誤り(先手必勝ならば確率 1 で受理し、先手必勝から遠隔ならば確率 1 で拒否する)アルゴリズムを与えた。すなわち、一般化チェス問題は無誤りで検査可能であることを証明した。

(III) 川渡り問題 [3]

一般化川渡り問題には下記のような古典的な解法がある。すなわち、すべての可能な状態を列挙しそれらを頂点とし、遷移可能な状態(頂点)間に辺を付与したグラフを作成し、開始状態に対応する頂点から目標状態に対応する頂点へのパスが存在するかを調べる方法である。しかしこの方法だと、多くの場合、状態数が入力の指数個になるため、多項式時間アルゴリズムとはならない。

そこで我々は、可能な状態ではなく、禁止状態が入力として与えられた場合の川渡り問題を考察した。そして、ボートには「運転手が必要であること」と「定員」以外の制約が無い場合に対する、多項式時間アルゴリズムを与えた。このアルゴリズムは上記の状態遷移を表現するグラフ(遷移状態グラフ)がエキスパンダーになることを利用して、遷移状態グラフのほんの一部を計算するだけで

グラフの連結性を判定することによって実現している。このアルゴリズムの技法は、川渡り問題に限らず、一般の到達可能性問題に適用可能と考えられる。

(IV) 一般化ジャンケン [4,5]

ジャンケン是有向非対称グラフで表現できる。すなわち、手(グー、チョキ、パー)を頂点で表し、勝ち負けを有向辺(例えばグーがチョキに勝つことを有向辺(グー, チョキ))で表すことができる。この方法を用いると n 手のジャンケンを構築できるが、すべての有向非対称グラフが意味のあるジャンケンになるわけでは無い。グラフの構造によっては「ある頂点 x を出すよりも他の頂点 y を出した方が常に良いか同等である」という場合があり、この場合は x は使用されなくなり、これを「無駄手」と呼ぶ。無駄手の無いジャンケンを効率的なジャンケンと呼ぶ。代表者は以前、トーナメント(完全有向非対称グラフ)に限定して、効率的なジャンケンに関して諸性質を見つけたが、今回は、一般の有向非対称グラフ、すなわち異なる手の間に引き分けが存在することを認める場合について考察した。(実際にそのようなジャンケンが世界の一部の地域に存在する。)

そして、引き分けの数の厳密な上下限を求め、しかもその上下限の間には効率的なジャンケンが連続的に存在することを示した。さらに不敗手(どの手にも負け無い手)が存在可能であることを示し、しかもほとんどすべての手が不敗手であるような効率的なジャンケンが存在することを示した。

(V) その他

一般化三並べで新しいタイプの問題を提案し、諸性質を示した[6,7]。折り紙[8,9,10,11]、ワードサーチ[12]、ボタン&シザーズ[13]などに関し、いくつかの問題の計算複雑さを明らかにした。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 13 件)

ケーキ分割問題:

[1] ITO Hiro and UEDA Takahiro, How to solve the cake-cutting problem in sublinear time, Proceedings of the 8th International Conference on Fun with Algorithms (FUN2016), 2016.(to appear)

一般化将棋:

[2] ITO Hiro, NAGAO Atsuki, and PARK Teagan, Generalized shogi and chess are

constant-time testable, Proceedings of the 12th International Symposium on Operations Research & Its Applications (ISORA 2015), IET Digital Library, 2015, pp. 1--6. (招待講演)

川渡り問題：

[3] ITO Hiro, Stefan LANGERMAN, and YOSHIDA Yuichi, Generalized river crossing problems, Theory of Computing Systems, Vol. 56, Issue 2, 2015, pp. 418--435.

ジャンケン：

[4] ITO Hiro, How to generalize janken --- rock-paper-scissors-king-flea, Proceedings of TJCCGG 2012, LNCS #8296, pp. 85--94, 2013.

[5] ITO Hiro and SHIONO Yoshinao, Number of ties and undefeated signs on a generalized janken, Proceedings of the 18th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs (JCDCG² 2015), LNCS, Springer, 2016. (to appear)

一般化三並べ：

[6] Jean CARDINAL, Sebastien COLETTE, ITO Hiro, Matias KORMAN, Stefan LANGERMAN, SAKIDANI Hikaru, Perouz TASLAKIAN, Cannibal animal games: a new variant of tic-tac-toe, Journal of Information Processing, Vol. 23, No. 3, 2015, pp. 418--435. (JIP Specially Selected Paper Award)

[7] Jean CARDINAL, ITO Hiro, Matias KORMAN, Stefan LANGERMAN, Helly numbers of polyominoes, Graphs and Combinatorics, Vol. 29, No. 5, 2013, pp. 1221--1234.
YOSHIDA Yuichi and ITO Hiro, Testing

outerplanarity of bounded degree graphs, Algorithmica, Vol. 73, No. 1, 2015, pp. 1--20.

折り紙：

[8] Erik D Demaine, David Eppstein, Adam Hesterberg, Hiro Ito, Anna Lubiw, Ryuhei Uehara, Yushi Uno, Folding a Paper Strip to Minimize Thickness, Journal of Discrete Algorithms, Vol. 36, Jan. 2016, pp. 18--26.

[9] Erik D. DEMAINE, David EPPSTEIN, Adam HESTERBERG, ITO Hiro, Anna LUBIW, UEHARA Ryuhei, UNO Yushi, Folding a Paper Strip to Minimizing Thickness, Proceeding of Workshop on Algorithms and Computation 2015 (WALCOM 2015), 2015, pp. 113--124.

[10] Zachary ABEL, Erik D. DEMAINE, Martin DEMAINE, ITO Hiro, Jack SNOEYINK and UEHARA Ryuhei, Bumpy Pyramid Folding, The 26th Canadian Conference on Computational Geometry (CCCG 2014), Halifax, Nova Scotia, Canada, Aug. 11-13, 2014.

[11] UMESATO Takuya, SAITOH Toshiki, UEHARA Ryuhei, ITO Hiro, and OKAMOTO Yoshio, Complexity of the stamp folding problem, Theoretical Computer Science, Elsevier, Vol. 497, No. 29. 2013, pp. 13--19.

ワードサーチ：

[12] ITO Hiro and SEKI Shinnosuke, Computational complexity of inverse word search problem, Proceedings of the 12th International Symposium on Operations Research & Its Applications (ISORA 2015), IET Digital Library, 2015, pp. 41--44.

ボタン&シザーズ：

[13] Kyle Burke, Erik D. Demaine, Harrison

Gregg, Robert A. Hearn, Adam Hesterberg,
Michael Hoffman, Hiro Ito, Irina
Kostitsyna, Jody Leonard, Maarten Loffler,
Christiane Schmidt, Ryuhei Uehara, Yushi
Uno and Aaron Williams, Single-Player and
Two-Player Buttons & Scissors Games,
Proceedings of the 18th Japan Conference
on Discrete and Computational Geometry and
Graphs (JCDCG² 2015), LNCS, Springer,
2016. (to appear)

〔その他〕

ホームページ等:

<http://www.alg.cei.uec.ac.jp/itohiro/index-j.html>

6 . 研究組織

(1)研究代表者

伊藤 大雄 (ITO, Hiro)

電気通信大学・大学院情報理工学研究科・
教授

研究者番号 : 50283487