

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 22 日現在

機関番号：32682

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2012～2014

課題番号：24650015

研究課題名(和文) ロバスト幾何計算のための次元移動法の開発

研究課題名(英文) Dimension-Change Principle for Robust Geometric Computation

研究代表者

杉原 厚吉 (Sugihara, Kokichi)

明治大学・研究・知財戦略機構・教授

研究者番号：40144117

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的である次元移動による幾何計算の効率化およびロバスト化を，次の諸計算法の開発を通して推進した。

次元を下げることによる効率化では，立体構造を収納するポップアップカードの設計法，望みの図形をモアレ縞として実現する方法，見る方向によって高さが反転して見える立体を設計する方法，ボケによって図形の骨格線が歪む性質に着目した錯視の数理モデルの構成などの成果を上げた。

次元を上げることによる効率化では，多角形の重みつき直線骨格線の計算を壁に屋根を張る計算に帰着させる方法，不可能立体の絵を立体へ持ち上げることによる図形の実現可能性判定法などを通して，次元移動法の有効性を確かめることができた。

研究成果の概要(英文)：We developed a principle for designing geometric algorithms by changing the spatial dimensions of the problems through many examples in the areas of shape design and shape analysis. This principle can be classified into two groups, one is to raise the dimension and the other is to decrease the dimension.

As for the dimension-decreasing principle, we constructed algorithms for pop-up card design, for moire pattern design, and for constructing mathematical model to explain classic geometric optical illusions including Muller-Lyer illusion and Poggendorf illusion in a unifying manner.

As for the dimension-raising principle, we constructed algorithms for realizing solids from "pictures of impossible objects" and their dynamic version, for designing pictures that appear to be mutually height reversing structures when they are seen from two special viewpoints, and for constructing straight skeletons of polygons and their weighted version efficiently and stably.

研究分野：数理工学

キーワード：ロバスト計算 不可能立体 走査法 直線骨格線 位相優先法 モアレ縞 立体錯視 高さ反転立体

1. 研究開始当初の背景

(1) 困難に見える幾何問題が、次元を変更して見直すことによって、効率よく解ける場面があることが、計算幾何学の分野では古くから知られていた。たとえば、 n 次元ポロノイ図の構成問題が $n+1$ 次元凸包の構成問題に帰着されるなどである。しかし、このような事例は、幾何アルゴリズムの中に散見されるだけで、それを集めて体系化し、統一的に眺める視点は存在しなかった。

(2) もう一方で、コンピュータビジョン、コンピュータグラフィックスの分野では、2次元画像から立体を認識したり、逆に立体を2次元平面で表わしたりする技術が開拓され、そこでは次元の移動は当然のデータ変換である。これらの技術の背景にある考え方は、次元移動に基づいたアルゴリズムを作る上でたいへん参考になるものであった。

(3) 次元の移動によって問題が効率よく解ける例について観察すると、効率のよさ、計算のロバスト性、計算法自体の理解の容易さが同時に向上する場合が多いという印象があり、これが偶然なのか必然なのかについても解明する必要があるという認識を申請者ももっていた。

2. 研究の目的

(1) 次元の移動を手段に用いて幾何問題を効率よくかつロバストに解くアルゴリズムを、実用的諸問題に対して構築し、計算幾何のアルゴリズムメニューの蓄積に貢献する。

(2) 次元を移動することによって幾何的諸問題を解く計算技術の開発を通して「次元移動法」というロバストで効率のよい幾何アルゴリズムの新しい設計原理を体系化する。

(3) 次元移動によって問題を効率よくロバストに解く方法が、同時に解法をわかりやすく理解することにもつながる場合が多いという経験に、数理的な根拠を与えることができるか否かについても解答する。

3. 研究の方法

(1) 次元移動によって問題を解く幾何アルゴリズムを形状設計、パターン解析、立体認識などの分野の実用的諸問題に対して設計し、蓄積する。それらは、次元を上げる操作と次元を下げる操作に分類できるが、その両方に対して利点と適用可能条件を整理し、アルゴリズム設計原理の形にまとめる。

(2) 次元を上げる操作では、画像からそこに写っている立体の情報を取り出すコンピュータビジョンの分野での技術を中心に、アルゴリズムを蓄積する。

(3) 次元を下げる操作では、立体の状況を

2次元画像として表現するコンピュータグラフィックスの分野での技術を中心にアルゴリズムを蓄積する。

(4) コンピュータグラフィックス、コンピュータビジョンのように次元の移動が自然な手段である幾何問題として、さらに折りたたんだり開いたりすることによって2次元平面と3次元構造とを行き来できるポップアップカードの数理構造の解明とカード設計法も取り上げる。

(5) 次元の移動が自明ではない幾何問題として、多角形の直線骨格線および重みつき直線骨格線の構成算法を取り上げる。

(6) 次元移動法によって構成したアルゴリズムの応用として、人の視覚特性とそれに起因する視知覚現象の数理モデル化にも挑戦する。

4. 研究成果

(1) 不可能立体・不可能モーションの錯視立体の設計法は以前から開発してきたが、これは立体の存在する3次元空間を、その網膜像である2次元空間へ下げることによって特徴づけ、錯視の起こる立体のすべての可能性を列挙するものである。これにダミーの立体部分を配置することによって、今までより直観に合った方法で錯視立体を設計できるようになった。これは次元を下げる操作に属す。

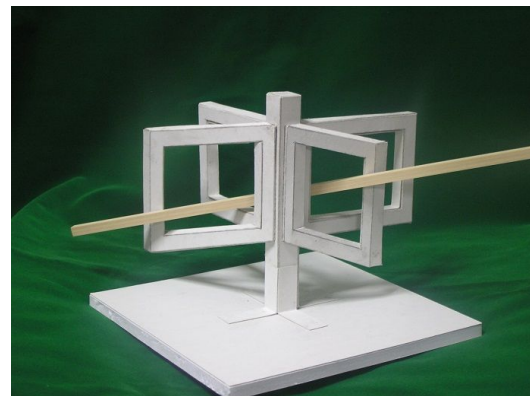


図 1. ダミー立体を利用して作った不可能モーション錯視立体

(2) 2次元の線図形パターンを1次元の緩やかにカーブする2組の曲線群の重ね合わせとして表現する方法を開発した。これは、モアレ縞の生成過程をヒントにしたもので、それぞれの曲線群はほぼ平行等間隔の縞模様に見えるが、重ね合わせるとモアレ縞効果によってもとの線図形に近い図形が復元される。図形の復元が、重ね合わせの位置ずれに対してロバストであることも実験的に確認できた。これは次元を下げる操作に属す。

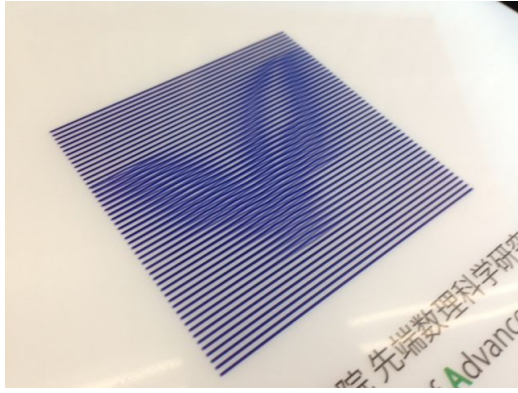


図2．モアレ縞を利用したロゴマークの生成（クリアファイルの表と裏の縞を重ねると現れる）

(3) 多角形の直線骨格線および重みつき直線骨格線を計算するロバストなアルゴリズムを構成した。このアルゴリズムでは、直線骨格線を、多角形を壁の平面図とする家の屋根の構造と解釈することにより3次元へ移動し、次にこの屋根構造を水平な走査平面で切断してできる断面構造へ次元を再度下げて追跡する。直線骨格線の場合はすべての屋根の傾きを任意の同じ角度に定める。重みつき直線骨格線の場合は、辺ごとに重みに対応する異なる傾斜に対応する屋根に与える。これは走査法とよばれる幾何アルゴリズム設計原理を位相優先法と組み合わせた新しいアルゴリズムである。この処理は、次元を上げる操作と次元を下げる操作の両方を含んでいる。

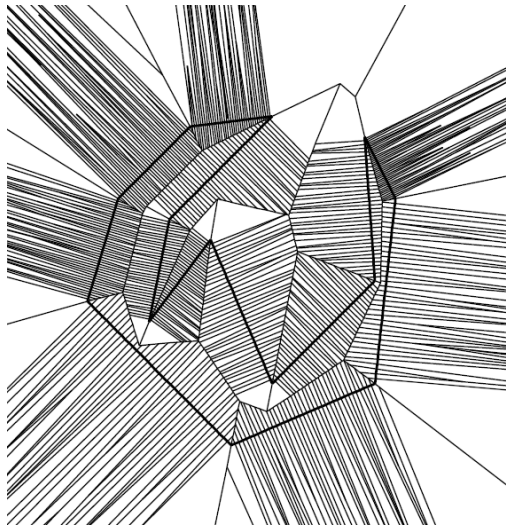


図3．直線骨格線のロバストな計算結果の例

(4) 2次元平面へ折りたたんだカードを開くと3次元空間構造が浮かび上がるポップアップカードの新しい設計法を構成した。これは、直線骨格線とよばれる一般ポロノイ図をさらに重みつき版に拡張した幾何構造を応用した方法である。浮かび上がらせたい形のスケッチから直線骨格線を作り、それを手

掛かりに切り込みと折れ線のトポロジー構造を定め、重みの調整によってポップアップ構造の条件を満たすように幾何構造を決定する。これによりポップアップカードを見通しよく設計できる形になった。これは次元を下げる操作に属す。

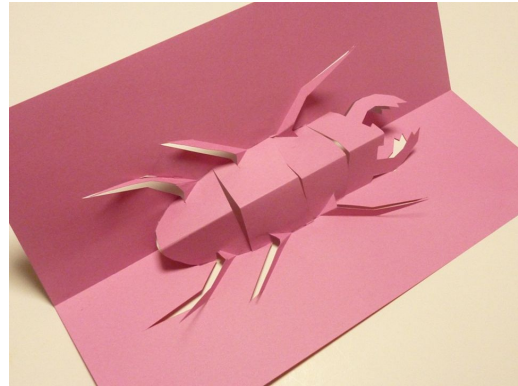


図4．ポップアップカードの作成例

(5) 直線骨格線アルゴリズムを応用して、一般の古典的な幾何学錯視の数理モデルを構成した。図形を見たとき、私たちの脳ではそれぞれの網膜の領域を受け持つ細胞での処理に加えて、図形の全体をぼかして大まかに見る処理も組み込まれていると仮定する。この仮定のもとで、図形が実際とは異なって見える現象を説明した。これは、2次元図形をぼかすと骨格線の位置と形がはずむという性質に着目したもので、ミュラー・リヤー錯視、ポグENDORF錯視、ポンゾ錯視、ツェルナー錯視などを統一的に説明できた。これは2次元の図形を1次元の骨格線へ移す次元移動法である。

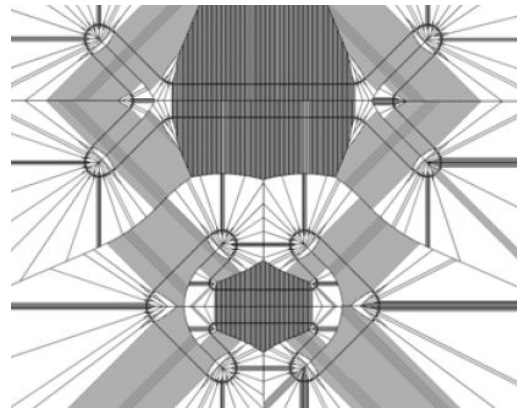


図5．錯視数理モデルが予測したミュラー・リヤー錯視図形の骨格線歪み

(6) 立体を斜めに見下ろして水平面上に投影した像は、その立体の高さを反転させたものを反対側の視点から見降ろした投影像に一致するという幾何学的定理を発見した。そして、これを利用して、高さ反転錯視を生じる立体の設計法を構成した。これは、3次元の構造を2次元へ下げる次元移動法に属す。



図6 . 高さ反転錯視立体の例

(7)以上の幾何的諸問題に対するアルゴリズムの設計を通して、次元を上げる場合と下げる場合の両方に対して、次元移動の有効性を確認できた。特に、次元の移動が必要となるコンピュータビジョンとコンピュータグラフィックスの分野における各種のアルゴリズムが、次元移動原理の基礎的部分を構成するものであるという認識に至ることができた。本研究をスタートする前には、次元移動によって効率よく解けるアルゴリズムは、その構造が直観的にわかりやすいという印象を持っていたが、このわかりやすさは、コンピュータビジョンとコンピュータグラフィックスの技術が必要とされる。目でものを見て理解するという私たちの日常生活における基本的認識行動に関係するものであることもはっきり自覚できた。

5 . 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 6 件)

K. Sugihara: Design of solids for antigravity motion illusion. Computational Geometry: Theory and Applications, 査読有, vol. 47 (2014), pp. 675-682.

(<http://dx.doi.org/10.1016/j.comgeo.2013.12.007>).

K. Sugihara: A single solid that can generate two impossible motion illusions. Perception, 査読有, vol. 43 (2014), pp.1001-1005. (doi:10.1068/p7700)

J.-K. Kim, Y.Cho, R. a. Laskowski, S. e. Ryu, K. Sugihara and D.-S. Kim: BetaVoid: Molecular Voids via Beta-complexes and Voronoi diagrams. Proteins: Structure, Functions, and Bioinformatics, 査読有, vo. 82 (2014), pp. 1829-1849.

K. Sugihara: Computational geometry in

the human brain. J. Akiyama et al. (eds.): Discrete and Computational Geometry and Graphics (LNCS 8845), 査読有, Springer, 2014, pp. 145-160. doi: 10.1007/978-3-319-13287-7_13

杉原厚吉: 投影の幾何学と立体錯視. 心理学評論, 査読有, vol. 55, no. 3 (2012), pp. 296-306.

K. Sugihara: Rescue-boat Voronoi diagrams in a time-varying environment. Journal of Information and Computational Science, 査読有, vol. 9 (2012), pp. 2685-2695.

[学会発表](計 10 件)

K. Sugihara: Right-angle preference in impossible objects and impossible motions. Proceedings of Bridges 2014: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture, pp. 449-452. 2014年8月14日~19日, Seoul (Korea).

K. Sugihara: Principle of independence for robust geometric software learned by the human visual computation. Invited talk, 4th International Congress on Mathematical Software (ICMA 2014), 2014年7月5日~9日, Seoul (Korea).

K. Sugihara: Design of pop-up cards based on weighted straight skeletons. Proceedings of the Tenth International Symposium on Voronoi Diagrams in Science and Engineering, Saint Petersburg (Russia), July 8-10, 2013, pp. 23-28. (DOI 10.1109/ISVD.2013.9)

K. Sugihara: View point tricks for visual distortion of photographs. 36th European Conference on Visual Perception, Bremen (Germany), August 25-29, 2013.

友枝明保, 小野隼, 杉原厚吉: 「はぐれ矢印: 錯視立体と陰影計算」, 日本応用数理学会平成25年度年会, 2013年9月11日, 福岡.

杉原厚吉: 「視点位置が誘発する画像知覚錯視の危険性」. 日本応用数理学会平成25年度年会, 2013年9月10日, 福岡.

D.-S. Kim and K. Sugihara: Tunnels and voids in molecules via Voronoi diagram. 9th International Symposium on Voronoi Diagrams in Science and Engineering (ISVD 2012), (Piscataway, USA), June 27-29, 2012.

A. Tomoeda and K. Sugihara:

Computational creation of a new illusionary solid sign. 9th International Symposium on Voronoi Diagrams in Science and Engineering (ISVD 2012), (Piscataway, USA), June 27-29, 2012.

K. Sugihara: Impossible motions --- A new type of visual illusion generated by shape-from-image equations. European Conference on Visual Perception, Alghero (Italy), September 2-6, 2012.

友枝明保, 杉原厚吉: 「Hollow Mask 錯視と同じ効果を持つ新しい立体の数理設計法」, 日本応用数学会年会, 稚内, 2012年8月29日.

〔図書〕(計 7 件)

杉原厚吉: 「立体トリックアート工作キットブック 3」, 16pp. 金の星社, 2016年7月.

杉原厚吉: 「計算幾何学」, 朝倉書店, 2013年6月.

杉原厚吉: 「トリックアート工作キットブック 2」, 金の星社, 2013年6月.

杉原厚吉: 「トリック立体キット BOOK」, 永岡書店, 2013年7月.

杉原厚吉: 「だまし絵と線形代数」, 共立出版, 東京, 2012.

杉原厚吉: 「超ふしぎ体験! 立体トリックアート工作キットブック」, 金の星社, 東京, 2012.

A. Okabe and K. Sugihara: Spatial Analysis along Networks: Statistical and Computational Methods. John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, UK, 2012.

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

特になし

取得状況 (計 0 件)

特になし

〔その他〕

米国のポピュラーサイエンス雑誌 Nautilus の電子版で, 本研究を含む不可能立体のだまし絵が立体を表すか否かを判定し, 表す場合その立体を構成する申請者の研究成果が電話インタビュー記事 “The illusion machine that teaches us how we see” として掲載された. そのページの URL は次のとおりである.

<http://nautil.us/issue/19/illusions/the-illusion-machine-that-teaches-us-how-wee-see>.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

杉原 厚吉 (SUGIHARA, Kokichi)

明治大学・研究・知財戦略機構・特任教授

研究者番号: 40144117