

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 27 年 6 月 8 日現在

機関番号：14602

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2012～2014

課題番号：24650150

研究課題名(和文)固有フィルタ分解として見た「特異スペクトル解析」の新展開と応用

研究課題名(英文)Eigenfilter interpretation of singular spectrum analysis and its application

研究代表者

久米 健次(Kume, Kenji)

奈良女子大学・名誉教授

研究者番号：10107344

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 2,100,000円

研究成果の概要(和文):時系列の分解解析手法である「特異スペクトル解析法(SSA)」は地球科学や工学などの解析に広く活用されている。通常は履歴行列の特異値分解の観点で扱われているが、本研究ではそのアルゴリズムが「完全再構成型の2段階線形フィルタの最適構成とその時系列への適用」と見ることができることを示した。新たな観点でSSAを活用することにより、SSAを最適化することで見通しのよい手法とすることができた。任意次元への多次元化が容易になった、データ列のスペクトル構造分析との関係が明瞭になった、クラスタリング分析を容易に行えるようになった、荷重SSへの拡張が可能となり、時系列予測の改善が可能となった。

研究成果の概要(英文): Singular spectrum analysis (SSA) is an algorithm to analyse the time series or the digital image data. Conventional treatment of SSA is based on the singular value decomposition of the trajectory matrix. In this study, I have shown that the SSA can be interpreted as the adaptive generation of the complete set of linear filters and their two-step point-symmetric operation to the original data. From this interpretation, SSA is reformulated with the filtering interpretation, it becomes to be quite easy to extend the SSA algorithm to higher dimensional data with arbitrary dimension, the relationship between the SSA decomposition and the spectral structure of the original data becomes to be clearer, the clustering analysis of the decomposed time series becomes to be easy, SSA algorithm is extended by introducing the weight factor, and it opens the possibility for the better forecasting algorithm with SSA.

研究分野: データ科学

キーワード: 特異スペクトル解析 線形フィルタ 時系列解析 画像処理

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 「特異スペクトル解析法 (SSA)」は時系列や画像データなどのデータ列を、基底関数を仮定せず、任意の個数に厳密に分解するアルゴリズムである。この分解により、長期的なトレンド成分、振動成分、ノイズ成分の分離を行うことが出来る。およそ 20 年くらい前から関連した種々のアルゴリズムの研究がおこなわれると同時に、地球科学や経済データの分析に広く活用されつつある。このアルゴリズムの基本的な考え方は、時系列データを履歴行列に変換することで多変量解析の主成分分析法を適用する点にある。具体的に言えば、履歴行列の特異値分解を行い、ハンケル行列化を行うことで分解時系列の構成を行う分析手法である。しかし、このような計算手順では、「特異値分解とハンケル行列化」という線形計算がどのような意味のことを行っているかがわかり難く、SSA の高次元への拡張や、より一般化した SSA を構築することが困難であった。

(2) この「特異スペクトル解析法 (SSA)」を別の見方をすると、直列型データから有限インパルスフィルター (FIR) の組を最適条件で構成し、そのフィルターを元時系列に 2 段階で作用させ時系列の分解を行っていることがわかった。時系列にフィルターを作用させ、その分散が最大になる条件下で最適フィルターを構成しており、分散が最大になるベクトルの方向を決めるという意味で、主成分分析の手法を適用した方法になっている。さらに、通常ハンケル行列化と呼ばれている手順は、このようにして生成されたフィルターを 2 段階で時系列に作用させていることに対応していることがわかる。また、このようにして構成されたフィルターの組は共分散行列固有ベクトルの規格完全性を反映して、規格完全条件を満たしている。このような観点で SSA を見ることで、これまでに行われてきた SSA 法の研究のすべてについて、このようなフィルター解釈のもとで新しく見直して書き換えようと考えた。これが本研究の要点である。

## 2. 研究の目的

- (1) 現在一般的に進められている SSA 法の研究対象事項を列挙すると
- 基本的な時系列のアルゴリズム
  - 分解された時系列の類似時系列のグルーピング
  - 時系列の変化点の抽出方法
  - 時系列の将来予測
  - 画像データの分析やノイズ除去への応用
  - 多次元あるいは多チャンネルデータへの拡張

などである。これらのすべてを、「SSA 法のフィルター解釈」で見直し、新たな方法を創り出すことを目指した。

(2) また、新解釈で SSA 法を見直すだけでなく、それによって隣接分野の方法論との融合を行い、新たな展開を図ることを目指した。

## 3. 研究の方法

(1) 時系列分析の SSA 法をフィルター解釈の下で定式化し直し、アルゴリズムの基本的な枠組みを定めるとともに、それらを具体的な例についてコンピューターシミュレーションを行い、アルゴリズムが機能するかどうか、そのメカニズムはどうなっているか、手法に改善の余地はないかなどを検討・確認した。

(2) 上の「2. 研究の目的 (1)」に挙げた、～ の課題のすべてについて、フィルター解釈の SSA 法への適用について新たなアルゴリズムを検討し、これについてコンピューターシミュレーションで具体的なデータの解析を行い、方法論の開発を行った。

## 4. 研究成果

(1) 基本的なアルゴリズムの定式化  
SSA 法をフィルター解釈で見ると、時系列(画像データ等)の分解は

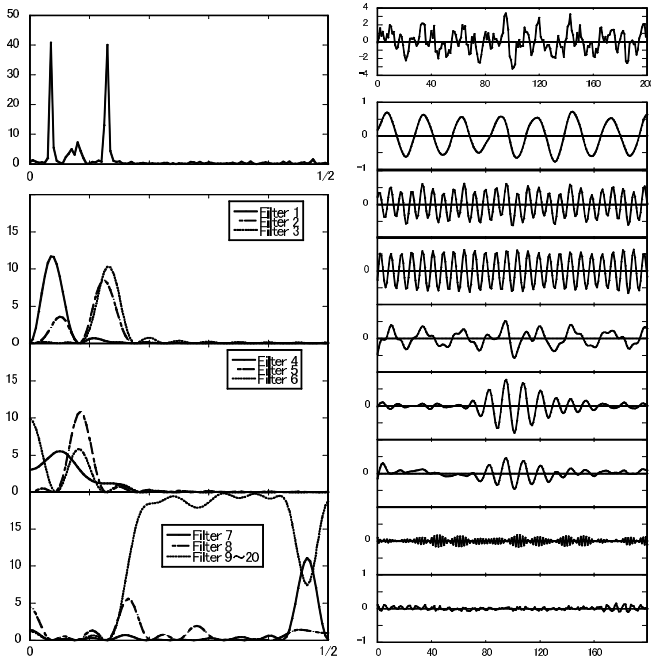
- ・時系列データからの共分散行列の生成とその固有値問題
- ・そこで得られた固有ベクトルから構成されるフィルターを点対称に 2 段階で元時系列に作用させる。

という簡明な二段階操作に還元できること、この際に構成されるフィルターの組は固有ベクトルの規格完全性を反映してフーリエ空間で面積が一定で、かつ完全系をなすことを示した。従来は、履歴行列の特異値分解を行い、分解されたそれぞれの行列をハンケル行列に変換することで、時系列の分解を行っていた。この方法では、後段のハンケル行列化が複雑な操作となり、2次元でさえ複雑な線形計算を必要とし、さらに高次元への拡張は困難であった。ここで示したフィルター解釈によれば、前段階の特異値分解は時系列の前方向への(非因果的)フィルター処理であり、また後段のハンケル行列化は後方への(因果的)なフィルター処理と考えることが出来る。このような見方により、SSA のアルゴリズムは「時系列からのフィルターの最適構成と、そのフィルターの時系列への点対称な 2 段階の作用」との 2 つのステップに明確に分離された。このことで、高次元データへの適用が容易になった、時系列のスペクトル構造と SSA 分解の関係が明瞭にな

り、スペクトル解析と SSA 分解の接点が明らかになり、詳細な解析を可能となった、SSA の拡張（後述の加重 SSA など）や、関連する手法との融合を図ることが容易になった。

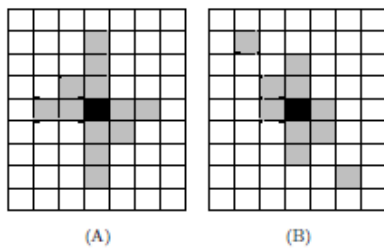
具体的な結果を示す。下図の左は、時系列のパワースペクトル（左上）とフィルタ（左下）、右図は元時系列（右上）とそのフィルタによる分解結果（右下）である。

この成果は発表論文の [1] である。



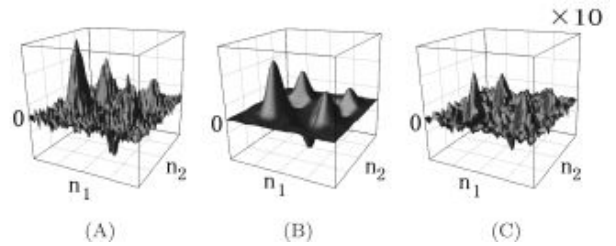
### (2) SSA の多次元化。

従来からいくつかの試みがあるが、特異値分解に依拠する方法では、そのアルゴリズムは極めて複雑であり、せいぜい 2 次元までの適用に限られていた。一方、「SSA のフィルタ解釈による分解」という観点に立てば、任意次元の分解アルゴリズムが極めて容易に構成できる。次図に示したように、参照点（黒色）に関しての、点対称な 2 段階フィルタリング（灰色）と考えることが出来る。



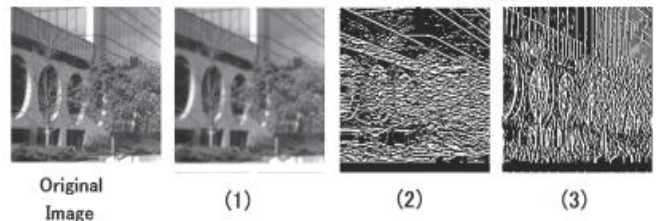
このことを用いて SSA が高次元データあるいは多チャンネルデータに容易に適用可能であることを具体的に示すため、画像データの分解を行い、かつさらに高次元の 3 次元データ列の分解も容易に実行できることを示した。下図は、3 次元データの分解例である。

3 次元データの表示は困難なので、ここではその 2 次元断面を示している。この成果は発表論文の [2] である。



### (3) SSA の画像データへの適用とノイズ除去への応用。

フィルタ解釈により、多次元化が容易になり、画像分解への適用が容易になった。またこれと同時に、個々の画像データから構成されたフィルタの画像への作用に関する特性を調べることで画像分解の詳細の検討が可能になった。フィルタの作用を、高階の微分作用と見ることで、それぞれのフィルタの特性を抽出した。このことから、通常の画像処理における微分フィルタとの関係が明らかとなり、ノイズ除去などへの応用の可能性を示した。下図は、このような画像の SSA 分解の一例である。



この結果は、発表論文の [3] である。なお、この論文は Advances in Adaptive Data Analysis 誌に平成 26 年 4 月に投稿したが、Editorial system の不具合で査読が大幅に遅延している。

### (4) SSA による分解時系列のグルーピング。

SSA では、パラメータとして与えることができるのは、フィルタ長だけであり、一旦分解されたデータ列は類似の分解列を重ね合わせるグルーピングが必要になる。グルーピングは重要な計算ステップであるが、系統的にこれを進めるアルゴリズムはほとんど研究されていない。フィルタ解釈をすることで、フィルタ間に非類似度を定義する、あるいは時系列のパワースペクトルにフィルタを作用させるなどによって生成された分解列に対して、クラスター分析の手法を用いることが出来る。フィルタは面積が一定

なので、これを確率分布と解釈し、確率分布間の距離としてバチャタリア距離を用いる場合、パワースペクトルの距離を用いる場合、w-相関を用いる場合などのそれぞれについて非類似度を定義し、クラスター分析を行うことで分解時系列のグルーピングの自動化がどこまで可能になるかを調べた。この際に、スペクトル分解とフィルター長との関係などについても詳細な検討を行った。

研究成果は、現在「Cluster analysis of singular spectrum decomposition of time series」として論文を執筆中である。

#### (5) SSA の加重を入れた拡張

SSA 法では、時系列からフィルターを構成するときに、第一段階目のフィルタリングを施した時系列の「分散が最大」になる基準を用いている。分散を計算する際の二乗和の計算に荷重を導入することで SSA の自由度を拡張できることを示した。実空間での荷重、あるいはフーリエ空間での荷重を入れることのいずれもが可能であり、フーリエ空間での荷重の導入により SSA 分解では分離が困難であったスペクトルの隣接ピーク成分を容易に分離できる。また、このようにして決定したフィルターの完全な組で時系列を分解するので、通常の SSA のフィルターが満たしていた「規格性と完全性」はそのまま保持することが出来る。このような荷重の導入は、近い過去に重みをつけたり、あるいはスペクトルピークの特定の成分を抜き出すなどを通じて、SSA による「時系列の変化点抽出」や、「将来予測」への応用が期待される。この結果については「Optimal filter construction with weighted singular spectrum analysis」として論文を執筆中である。

#### (6) SSA による変化点抽出

通常の SSA による変化点抽出法は、共分散行列の主要な固有ベクトルの張る部分空間と「遅延ベクトル」の間の距離を測定することで行われてきた。この距離が急激に大きくなるところが時系列の変化点として認識される。しかし、このやり方では「遅延ベクトル」に元々の時系列に含まれていたノイズ成分が残ってしまう。共分散行列の主要な固有ベクトルの張る部分空間の時々刻々の時間変化を捉え、その部分空間の間の距離の変化から変化点を検出すればこの欠点は改善される。このような観点での研究を進めており、現在結果を整理中である。

#### (7) SSA による時系列の線形将来予測

SSA による将来予測は Golyandina 達による定式化があり (R-予測)、変化点抽出の場合と同様、「共分散行列の主要な固有ベクトルに遅延ベクトルが最近接になる」条件から線形予測を行っている。本研究では共分散行列の「主要な固有値の部分空間の変化」に着目し

てそれらの部分空間の間の距離を定義することで最適な線形予測が出来るのではないかと期待している。現在従来の方法との比較を含めて、実際の為替の日変化データ等について、新しい手法の有効性の検証を進めている。

#### (8) SSA の実時間処理に向けた検討

SSA では、時刻の推移とともに、その都度、固有値問題を解かなければいけないことから、オフライン処理のアルゴリズムであり、オンライン処理には向かない手法である。しかし、実時間的に発生するデータ処理に対してこれを処理する必要性が生じている。根本的に実時間処理のアルゴリズムに改変する事は難しいので、共分散行列の固有値問題を、時間の推移とともに摂動論的に追いかけることを試みている。短時間であれば1次の摂動でかなりの精度が出ること、また派生的に変化点抽出にも利用可能であることなどが明らかになりつつある。

#### まとめと今後の課題

以上、SSA のフィルター解釈により、SSA の基本的なアルゴリズムを新たな解釈に従って見通しの良い手法に書き換えることが出来ることを示した。さらに、重要なことは、このことで多次元への拡張や、新たな手法への拡張が容易になったことである。また、スペクトル解析との関係を付けることが容易になり、これまでグルーピングなどについて系統的な研究はなされてこなかったが、フィルター解釈によって新しい観点からの研究が進むと期待している。

今後の大きな問題点としては SSA の非線形化がある。SSA は時系列を「遅れベクトル」の導入によって多次元データに変換し、多変量解析の主成分分析を適用している。その意味では、SSA はフーリエ解析に強くリンクした線形の手法になっている。一方で、カオス系などのように線形ではない相関が強い場合があり、そのような場合には SSA はその有効性に限界があるのではないかと考えている。

一方、主成分分析ではカーネル法などの導入により、多変量データを高次元空間に写像することで非線形版への拡張が行われている。多変量解析の場合とは完全に同じではないので、SSA に対して主成分分析の非線形版が導入できるかどうかは明らかではない。従って、SSA について非線形のカーネル版のようなものが可能かどうかは検討する必要がある。これは今後の大きな課題の一つと考えている。

5. 主な発表論文等  
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 3 件)

K. Kume and Naoko Nose-Togawa  
Filter characteristics in image  
decomposition with singular spectrum  
analysis (査読無)  
arXiv:1505.01599 (May 8, 2015)1-16

K.Kume and Naoko Nose-Togawa  
Multidimensional extension of singular  
spectrum analysis based on filtering  
interpretation,  
Advances in adaptive data analysis  
(査読有) Vol.6, No.1 (2014) 1450005 1-17  
DOI:10.1142/S1793536914500058

K.Kume  
Interpretation of singular spectrum  
analysis as complete eigenfilter  
decomposition,  
Advances in adaptive data analysis  
(査読有) Vol.4, No.4 (2012) 1250023 1-18  
DOI:10.1142/S1793536912500239

〔学会発表〕(計 0 件)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕  
出願状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：

番号：

出願年月日：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究代表者

久米 健次(KUME Kenji)  
奈良女子大学・・名誉教授  
研究者番号：10107344