

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 20 日現在

機関番号：33302

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2012～2013

課題番号：24653089

研究課題名(和文) イジングモデルを拡張した、ネットワークの外部性の効果に関する定量的研究

研究課題名(英文) Quantitative Investigation of Network Externalities Based on Extended Ising Model

研究代表者

石井 充 (Mitsuru, Ishii)

金沢工業大学・工学部・講師

研究者番号：10350753

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,000,000円、(間接経費) 300,000円

研究成果の概要(和文)： ネットワークの外部性が発現している実例として、主として1990年代の移動体電話市場と、2010年前後のFacebookの利用者数の変化を調べた。その結果、いずれも母集団の20%程度の利用者を獲得するまでは指数関数的な増加を示すが、それ以降は線形に移行することが判明した。

拡張されたイジングモデルを用いて、移動体電話やFacebookの利用者数変化を定量的に再現できるかを調査した。その結果、モデルが現象を正しく説明できると同時に、モデル内に現れるパラメータは、利用者増加が線形に移行するまでの時間スケールを定めるだけで、20%程度で線形に移行するという事実はパラメータに依存しないことが判明した。

研究成果の概要(英文)： As examples with strong effect of network externality, we studied the growth of the mobile phone market in 1990's and recent facebook. It was found that the number of the users grow exponentially if it is less than 20% of all the possible users. It moves to linear growth if it is above 20%.

We investigated if it is possible to explain these phenomena based on Ising model. It was found that the growth curve obtained by numerical calculation shows a qualitative change from exponential growth to linear one at the threshold of 20%. Although there are two parameters within the model, it was found that they give the time scale to reach 20% but do not change the threshold of 20%.

研究分野：経営学

科研費の分科・細目：経営学

キーワード：ネットワーク外部性 イジングモデル 統計力学

## 1. 研究開始当初の背景

情報産業において、独占や寡占が生じやすいことは以前から知られていた。事実、最近の SNS 等においては寡占が進行している。このことの背景には、情報産業においてはネットワークの外部性が働きやすいことがあるとされている。定性的な理解としては、ネットワークの外部性が働くと、大きなシェアを得ているサービスのみが、他のサービスと比べて高い効用を有する状況が実現し、結果として独占・寡占の状況になっていくものとされている。

しかしながら、この独占・寡占の形成過程を定量的に理解する既存の研究は十分にはなされてきていない。古くから、家電等の普及を論じた Bass Model などを用いた研究は存在し、おおむね S 字型のカーブを描くということは知られていた。しかしながら、これはあくまでも耐久消費財の普及過程を論じるために作成されたモデルであり、ある財の社会全体としての普及状況が効用を決定する形態となっている。これは、既存の人間関係をベースとして、その結果としてネットワークの外部性が発生する SNS などの寡占を論じるのに十分に適しているとは言えない。

既存の研究では、おおざっぱに言えば、サービス開始当初はあまり利用者が増えず、ある段階で急速に利用者が増加し、最終的に飽和状態に達することが知られている。しかしながら、開始当初の、あまり利用者がいない状況と、それ以降の急速に利用者が増加する状況との間に、定性的に何らかの差異が存在するのかが判然とはしていない。さらに、仮にそのような差異がある場合に、その境界が、経済を規定するパラメータからどのように決められるのかも、よくわかってはいない。

このような状況を踏まえ、定量的な説明の可能な理論が必要とされている。

## 2. 研究の目的

上述のように、既存の研究に存在した問題を解決するには、ネットワークの外部性が大きな効果を有する状況において、財やサービスの利用者の数がどのように増加していくかを定量的に得る必要がある。利用者の数とは、基本的には、個々人が財を購入したりサービスに加入したりすることの集積として得られるものである。そして、個々人がある財を購入したりあるサービスに加入したりする決定は、その周囲の人たちが、どれだけ同じ財を購入しているかあるいは同じサービスに加入しているかに大きく左右される。

本研究では、このような状況を適切に

表現し、定量的な結果を得られるモデルとして、イジング型のエージェントモデルを用いる。このモデルに基づいて数値シミュレーションを行うことより、ネットワークの外部性が重要である財やサービスの成長過程を時間とともに定量的に追いかけることができるようになる。本研究では、このような手法により、財やサービスの成長過程において、以下の内容を調べることを目的とする。

- ・ 現実の利用者数変化を定量的に説明できるか
- ・ 当初のあまり利用者がいない状況と、その後、利用者が急増する段階とで何らかの定性的な変化が見られるか
- ・ これらは、モデル内に現れるパラメータにどのように依存するか

## 3. 研究の方法

上述のように、本研究においては、イジング型のエージェントモデルを用いる。これは、一種の近接相互作用型のエージェントモデルであり、各エージェントは隣接するエージェントのみと相互作用ができるようになっている。隣接しないエージェントとも、間接的には影響を及ぼしあうが、直接に相互作用できるのはあくまでも隣接するエージェントのみというモデルである。これは、身近な人の影響力が非常に大きい経済システムを表しているものととらえることができ、ネットワークの外部性の効果を調べるのに適したモデルといえる。

イジングモデルにおいては、任意のエージェントは、隣接するエージェントと同じ状態をとると効用が高くなる。その結果として、全体に同種の財を購入する、あるいは、同じサービスに加入する状態が最も効用の高い状態であると期待され、独占や寡占が生じる状況をモデル化できるものと単純には考えられる。しかしながら、周囲が財を購入していない、あるいは、サービスに加入していない状態である場合には、全エージェントがその状態に一致しようとするため、財を購入しない、あるいは、サービスに加入しない状態が安定状態になってしまうという問題がある。

この問題を解消するため、イジングモデルでは、エージェント間の相互作用に加えて、周囲の状態と無関係に財やサービスの効用を与えるパラメータを導入する。この効果があるために、初期状態として、誰も財を購入していない、あるいは、サービスに加入していない状態をとっても、時間とともに購入者や加入者が増えていくものと期待できる。誰も財を購入していない、あるいは、サービスに加入していない状態は準安定状態で

はあるが、ある種のゆらぎを考慮すれば、この準安定状態を破ることができ、時間とともに、財の購入者、あるいは、サービスの加入者が増加するプロセスをシミュレートできると期待できる。

#### 4. 研究成果

##### (1) 既存のデータの調査

エージェントモデルを用いて現実を正しく説明できるかどうかを知るためには、現実にはネットワークの外部性が働きやすいと考えられるサービスにおいて、利用者数がどのように変化したかを知る必要がある。

そこで、ネットワークの外部性が強く働くと思われる、携帯電話の契約者数推移と Facebook の利用者数推移を調べた。携帯電話の契約者数推移が図 1 であり、Facebook の利用者数推移が図 2 である。

いずれにおいても、サービス開始からしばらくは非線形な増加を示し、その後ほぼ線形な増加に移行することがわかる。線形な増加の段階では、急激に利用者が増えていることもわかる。非線形な増加部分を片対数でプロットしてみるとほぼ直線となり、増加が指数関数的であることがわかった。そこで、指数関数と直線を用いてこれらの曲線をフィットしたところ、シェアが 20%程度で指数関数的な増加から線形な増加へと変化することがわかった。

他の SNS やブログの書き込み件数などの推移も調べたが、おおむね結果は同様であった。これらの性質をモデルが適切に再現できるかどうかを調査することが、本研究の主要目的となった。

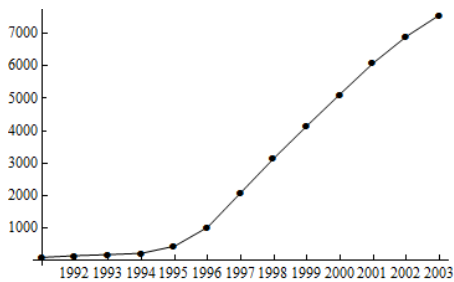


図 1. 携帯電話の契約者数推移 (縦軸単位: 万件)

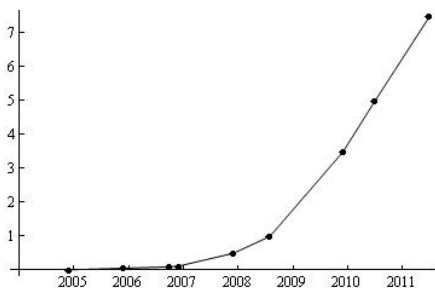


図 2. Facebook のアカウント数推移 (縦軸単位: 億)

##### (2) モデルの確立

本来のイジングモデルにおいては効用の代わりにエネルギーが定義されている。エネルギー  $E$  は、エージェントを識別するインデックス  $i$  と、各エージェントの状態を表す変数  $S_i$  を用いて、

$$E = - \sum_i (h \cdot S_i + J \cdot S_i \cdot S_{i+1})$$

で与えられる。ここで  $h$  は単体での位置エネルギーを与えるパラメータであり、 $J$  は隣接するエージェント間での相互作用を与えるパラメータである。

$S_i$  は +1 か -1 かをとる変数であり、+1 はサービスに加入している状態とし、-1 はサービスに加入していない状態とする。初期状態として、全ての  $S_i$  が -1 の状態、すなわち誰もサービスに加入していない状態をとる。エネルギーは低い状態が安定であるから、 $h > 0$  であれば、最終的には  $S_i = 1$  の状態が選好される。

$S_i = -1$  の状態を下向き矢印で表し、 $S_i = +1$  の状態を上向き矢印で表すと、初期状態は図 3 のように表される。

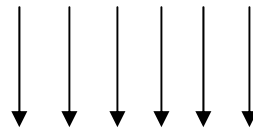


図 3. 初期状態

$J > h$  であれば、エージェント間の相互作用の効果がサービス単体での効用よりも大きく、一部のエージェントのみがサービスに加入した図 4 のような状態はエネルギーが上昇し、エネルギー的に損となる。このため、図 4 の状態よりも初期状態のほうがエネルギーが低く、初期状態が長時間持続することになる。しかしながら、何らかの理由で図 5 のように隣接する複数のエージェントが同時にサービスに加入すれば安定状態となり、これを核としてさらに隣接するエージェントも加入することが予測される。

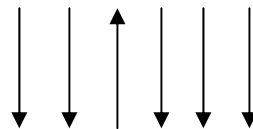


図 4. 一部だけが加入した状態

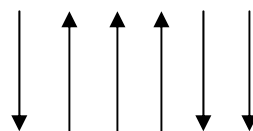


図 5. 複数がまとまって加入した状態

統計力学によると、エネルギー的に損な状態であっても一定の確率で実現される。このことを利用して、サービスの加入者が増加するプロセスを記述できると考えられる。

統計力学では、エネルギー $E$ が与えられたときに、その状態をとる確率は

$$\exp(-E)$$

に比例することが知られている。実際には熱ゆらぎを与えるパラメータ $T$ が存在するが、 $h/T$ ,  $J/T$  の形でモデル内に現れるため、これらを改めて $h, J$ と定義している。

このことを用いて、サービスの加入者が増加していく過程を以下のように計算できる。

1. あるエージェントに隣接する他のエージェントの状態を固定し、上記の表式によって、 $S_i=+1$  の状態をとる確率と  $S_i=-1$  をとる確率をそれぞれ計算する
2. 0.0 から 1.0 までの値の乱数を発生させる
3.  $S_i=-1$ をとる確率よりも乱数の値が小さい場合には、 $S_i=-1$ とし、それ以外の場合には  $S_i=+1$  とする
4. 1 から 3 までのステップを繰り返す

このようにしてステップを繰り返していくと、ステップが進むにつれて、つまり、時間が経過するにつれて、 $S_i=+1$  の状態が増加していく様子が実現できる。

### (3) 計算結果

まず、エージェントが直線状に並んだ1次元の場合に計算してみた。その結果、確かにS字型のカーブは得られるものの、非線形部分は2次関数的であり、指数関数的な増加を示さなかった。これは、パラメータを変えたり、相互作用できるエージェントを増加させて、隣接しないエージェントとの間の相互作用を取り入れたりしても改善しなかった。イジングモデルの特徴として、1次元の場合には相転移現象が存在せず、変化が連続的であることが知られている。このような特徴を踏まえるならば、1次元において、加入者の増加のペースに質的变化が存在しないことはある程度予測しえた。

そこで、次に、格子状にエージェントを配置した2次元のモデルを用いて計算を行った。その結果、非線形部分は指数関数的な増加を示すようになった。

このようにして、さまざまなパラメータに対して、サービスのシェアの増加の様子を計算することができた。図6・図

7にそのうちの2例を示す。

これらの計算結果から以下のことが判明した。

- ・非線形な増加から線形な増加への変化は、シェアが20%程度のときに生じている
- ・20%程度という閾地は、モデル内に現れるパラメータにあまり依存しない。
- ・モデル内のパラメータは、20%程度の閾地に到達する時間スケールを決める。

これらの特徴は、現実の市場においてネットワークの外部性が重要な役割を持つ事例の調査結果と合致している。

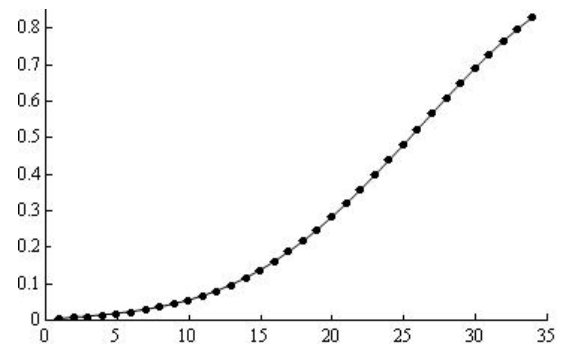


図6.  $h=1.0$ ,  $J=1.8$ の時のシェア推移

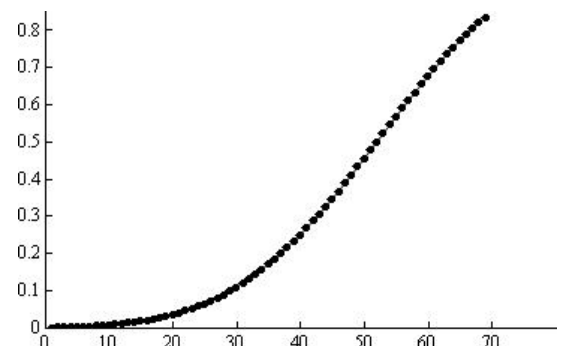


図7.  $h=1.5$ ,  $J=2.0$ の時のシェア推移

ここまでの結果は、サービス提供企業が1社である場合、あるいは、同種のサービスを提供する企業のシェアの合計を見た場合である。サービスを提供する企業が複数あり、それらが競合関係にある場合には、シェアは提供企業ごとに異なり、そのシェアに応じてネットワークの外部性の働き方が異なる可能性がある。また、サービス提供企業は、自社のシェアを増加させるためにさまざまなプロモーションを行っており、それがシェアの変化に影響を及ぼす可能性がある。

このような状況をシミュレートさせるため、上記のイジングモデルを拡張し、

サービス提供企業が2社存在し、そのうちの1社が大きなシェアを有する状況を実現できるようにした。そして、サービス提供企業が一定期間だけ $h$ すなわちサービスの効用を増加させたときに、その効果がシェアにどのような影響を及ぼすかを調べた。

その結果、以下のことが判明した。

- ・シェアの大きい企業が行うプロモーションは、シェアの相対的な増加にそれほど貢献しないが、シェアの小さい企業の持つシェアを効果的に低下させる。
- ・シェアの小さい企業が行うプロモーションは、シェアが大きい企業の持つシェアに与える影響は小さいが、自身のシェアを短期間で増加させる。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計1件)

石井充、統計力学的手法によるネットワーク外部性の発現メカニズムに関する定量的解明とIT企業経営における投資効率化手法、経営情報学会誌、査読あり、Vol.23、2104、pp1-15

〔学会発表〕(計3件)

石井充、近接相互作用エージェントモデルを用いた独占形成過程におけるプロモーション効果の最適化戦略、経営情報学会 2014年春季全国研究発表大会、2014年6月1日、青山学院大学

石井充、近接相互作用エージェントモデルを用いた独占形成過程におけるプロモーション効果の時間依存性、経営情報学会 2013年秋季全国研究発表大会、2013年10月27日、流通科学大学

石井充、磁性体における非平衡過程との類似性に着目したネットワーク外部性発現メカニズムの定量的解明、経営情報学会 2013年春季全国研究発表大会、2013年6月30日、慶應義塾大学

## 6. 研究組織

(1)研究代表者

石井 充 (Ishii, Mitsuru)

金沢工業大学 工学部 講師

研究者番号：10350753