

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 4 日現在

機関番号：10101

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2012～2014

課題番号：24654008

研究課題名(和文) 高次元時空内の事象の地平線とラグランジュ・ルジャンドル特異点論

研究課題名(英文) Event horizons of higher dimensional space-time and the theory of Lagrange/Legendrian singularities

研究代表者

泉屋 周一 (Izumiya, Shyuichi)

北海道大学・理学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：80127422

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：ミンコフスキー時空内の世界面に付随する焦点集合の特異点を記述する為の幾何学的枠組みを構成し、3次元ミンコフスキー時空の場合にその特異点の分類を実行した。その結果、従来から知られているユークリッド空間内の曲面の焦点集合の特異点の分類結果とは異なることが解った。この世界面に付随する焦点集合は理論物理における「多元宇宙」モデルの境界と考えることが出来る。

研究成果の概要(英文)：We constructed a geometric framework for describing the caustics of world sheets in the Minkowski space-time and gave a classification of the singularities of the caustics in the 3-dimensional Minkowski space-time. The caustics of world sheets are considered to be boundaries of one of the "multiverse" models in theoretical Physics.

研究分野：微分位相幾何学

キーワード：ルジャンドル特異点 ラグランジュ特異点 ブレーン宇宙論 微分幾何学 焦点集合 波面

1. 研究開始当初の背景

ブレーン宇宙論は素粒子物理学から派生して現れた理論物理学の分野で、最近非常に活発に研究されている。それはバルク空間と呼ばれる高次元のローレンツ空間内にあるブレーンと呼ばれるローレンツ部分多様体の様々な性質を研究する分野であると言える。我々の宇宙をこの4次元ブレーンと考え、基本粒子はすべてブレーン内に存在し、重力のみバルク空間内を移動出来るというモデルである。現代物理学では重力は光速で伝播すると考えられるので、ブレーンから発せられる重力が光的超曲面を構成し、そこからバルク空間内に事象の地平線が現れ、その地平線を境として、異なる宇宙が存在するという多元宇宙理論のモデルともなっている。しかし、このブレーンの幾何学的性質や事象の特異点の定性的、定量的性質の研究は当時ほとんど存在しないと思われた。

2. 研究の目的

本研究ではブレーン宇宙論や素粒子物理学に現れる高次元ローレンツ多様体(バルク空間と呼ばれる)におけるブレーンと呼ばれる時間的部分多様体の微分幾何学的性質・位相幾何学的性質、特に高次元ブラックホールの形状などのいわゆる事象の地平線の特異点に関連した性質に対して、以前に開発したルジャンドル・ラグランジュ特異点論を応用する方法を用いることによって研究することが主要な目的である。特に、超弦理論に付随して知られているブレーン宇宙論のモデルや AdS/CFT 対応として知られている予想に付随して、高次元宇宙論が物理学では盛んに研究されているが、そこに現れる「土星型」や「トーラス型」のブラックホールが現れる数学的な理由について特異点論の観点から研究し、これらの特異点と理解される現象に対する新たな幾何学的不変量を発見することが目的である。

3. 研究の方法

ルジャンドル・ラグランジュ特異点論をバルク空間内のブレーンの微分幾何学に応用するためには、基本的には2つの方法が考えられる。一つはローレンツ変換(もしくはその部分群の作用)で不変な関数の族を定めそれに対して関数族の開折理論を適用し、ルジャンドル・ラグランジュ部分多様体を具体的に構成しその特異点を直接研究する方法である。もう一つはバルク空間のローレンツ計量から自然に定まるアイコナル方程式のコーシー問題として定式化することにより、特性曲線の方法を用いて解き、対応するルジャンドル・ラグランジュ多様体を構成し、その特異点を研究する方法である。本研究では、これら有力な2つの方法を並行して用いることにより研究が推進される計画であったが、主として前半部分の方法が用いられた。そのために、主に、特異点論やローレンツ微

分幾何学に興味を持つ専門家との研究打ち合わせや関連する研究集会への参加及び成果発表などを通して、研究が推進された。

4. 研究成果

平成24年度の成果としては、素粒子物理学やブレーン宇宙論における反ドジッタ空間内の一般余次元の空間的部分多様体に沿った光的超曲面の特異点の特徴付けと対応する部分多様体の幾何学的性質についての性質に関する研究を推進し、対応する焦点集合の特徴づけや一般余次元の空間的部分多様体に沿った光的超曲面の特異点の特徴づけを与えることに成功した。

平成25年度には、前年度からの継続として反ドジッタ空間内の世界面から出る焦点集合を記述するための、幾何学的枠組みの構成を行った。世界面はブレーン宇宙論において、我々の属している宇宙そのものと考えられ、余次元1の空間的部分多様体の1径数族として与えられるものである。このモデルでは、基本粒子はすべて世界面上に存在し、重力のみが世界面から飛び出してバルク空間(この場合の反ドジッタ空間)内を自由に動き回る事が可能であると考えられている。現代物理学では、重力は光速で伝播すると考えられるので、世界面における各空間的部分多様体から発せられる光的超曲面の特異点の軌跡がこの高次元宇宙の境界を与えると考えられる。このモデルはいわゆる「多元宇宙」のモデルのひとつと考えられている。本研究ではこのモデルを純粋に数学的に扱い前年度の研究成果としては空間的部分多様体から発せられる光的超曲面がルジャンドル多様体の波面として記述されることを示したが、世界面はそのような空間的部分多様体の1径数族なので、波面の伝播理論が応用可能であることに気がつきその幾何学的枠組みの構成を行った。

平成26年度では、反ドジッタ空間では分かりにくい部分が多いので、より簡単なモデルである、ミンコフスキー時空内における超世界面に対して前年度以前と同様な幾何学的枠組みを構成し、特に3次元ミンコフスキー時空の場合に世界面に付随する焦点集合の特異点のジェネリックな分類を与えた。その結果、通常のユークリッド空間内の曲面に対して定まる焦点集合の特異点の分類とは異なることが分かった。この研究成果は、ミンコフスキー時空という無重力状態の場合にあげられた成果ではあるが、一般の重力をもつ時空内の場合の単純なモデルとしての意味がある。同様な方法は、反ドジッタ空間やドジッタ空間の場合にも適用可能であると思われる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 8 件)

Shyuichi Izumiya, The theory of graph-like Legendrian unfoldings and its applications, Journal of Singularities, 査読有, 12 2015 53-79 DOI: 10.5427/jsing.2015.12d
Shyuichi Izumiya and Masaki Kasedou, Lightlike flat geometry of spacelike submanifolds in Lorentz-Minkowski space, International Journal of Geometric Methods in Modern Physics, 査読有, 11 2014 1450049 DOI: 10.1142/S0219887814500492

Shyuichi Izumiya and Takami Sato, Lightlike hypersurfaces along spacelike submanifolds in de Sitter space, Journal of Singularities, 査読有, 10 2014 157-173

DOI: 10.5427/jsing.2014.10j
Shyuichi Izumiya, Total lightcone curvatures of spacelike submanifolds in Lorentz-Minkowski space, Differential Geometry and its Applications, 査読有, 34 2014, 103-127

DOI: 10.1016/j.difgeo.2014.03.012
Shyuichi Izumiya, Yang Jiang and Donghe Pei, Lightcone dualities for hypersurfaces in the sphere, Math. Nachr., 査読有, 287 2014, 1687-1700

DOI: 10.1002/mana.201200308
Shyuichi Izumiya and Takami Sato, Lightlike hypersurfaces along spacelike submanifolds in Minkowski space-time, Journal of Geometry and Physics, 査読有, 71 2013, 30-52
DOI: 10.1016/j.geomphys.2013.03.005

Shyuichi Izumiya, Yang Jiang and Takami Sato, Lightcone dualities for curves in the lightcone unit 3-sphere, Journal of Mathematical Physics, 査読有, 54, 2013, 063511
DOI: 10.1063/1.4811451

Shyuichi Izumiya and Masatomo Takahashi, Pedal foliations and Gauss maps of hypersurfaces in Euclidean space, Journal of Singularities, 査読有, 6, 2012, 84-97, DOI: 10.5427/jsing.2012.6g

[学会発表](計 5 件)

Shyuichi Izumiya, The theory of wave front propagations and its applications (overview), 13th International Workshop on Real and Complex Singularities University of Sao Paulo-Sao Carlos, (Brazil), 31, July, 2014

Shyuichi Izumiya, Caustics of world sheets in anti-de Sitter space, Singularities in geometry and applications III ICMS-Edinburgh (Scotland), 2, September 2013

Shyuichi Izumiya, Total lightcone curvatures of spacelike submanifolds in Lorentz-Minkowski space, The International Conference of Differential Geometry and Dynamical Systems Balkan Society of Geometers, Mangalia (Romania) 29, August 2012

Shyuichi Izumiya, The lightlike geometry of spacelike submanifolds in Lorentz-Minkowski space, Bruce 60 & Wall 75, Workshop in Singularity Theory, its Applications and Future Prospects, Liverpool University (England) 28, June 2012

泉屋周一, ローレンツ・ミンコフスキー空間内の空間的部分多様体の光的幾何学, 特異点論と幾何構造 信州大学(長野市) 2012年5月30日

[図書](計 0 件)

[産業財産権]

出願状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等

<http://researchmap.jp/izumiya/>

<http://www.math.sci.hokudai.ac.jp>

6．研究組織

(1)研究代表者

泉屋 周一 (IZUMIYA Shyuichi)

北海道大学・大学院理学研究院・教授

研究者番号：80127422

(2)研究分担者

(3)連携研究者