

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 13 日現在

機関番号：32682

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2012～2013

課題番号：24654027

研究課題名(和文) ランダム運動による集合形成に対する特異極限解析

研究課題名(英文) Singular limit analysis for aggregation generated by random motion

研究代表者

三村 昌泰 (Mimura, Masayasu)

明治大学・先端数理科学研究科・教授

研究者番号：50068128

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,400,000円、(間接経費) 420,000円

研究成果の概要(和文)：自己組織化機能によって現れる生物集団の集合を理解するため、これまでマクロモデルは偏微分方程式の分野で、ミクロモデルは物理学、数理生物学の分野でそれぞれ独立に提案されている。だが、集合を促進する自己組織化機能を明らかにするためにはその間の関係を理解する必要がある。

今回は、自ら分泌する集合フェロモンによって能動的集合する生物集団に注目し、それに対してすでに提案されている走化性拡散モデル(マクロモデル)と個体ベースモデル(ミクロモデル)を取り上げ、それらの間の関係を特異極限法と流体力学極限法という異なる分野で開発された2つの極限法を相補的に用いることから、両モデル間の関係を明らかにした。

研究成果の概要(英文)：For understanding of active aggregation of biological populations which are formed in a self-organized way, two different types of models have been proposed in different fields; One is macroscopic models in the field of PDEs and the other is microscopic models in the fields of physics and mathematical biology. However, In order to reveal the mechanism of self-organization arising in aggregation, we need to understand the relation between these two models.

In this proposal, we focus on active aggregation of biological populations which secrete aggregating pheromone by themselves. For the formation of aggregation, there are already a chemotaxis-diffusion model (macroscopic model) and independently an individual-based model (microscopic model). For a link of these models, we develop two limiting procedures, that is, a singular limit and a hydrodynamic limit and by complementarily using them, we succeed in revealing the relation between these two models.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般

キーワード：能動的集合 走化性 individual-based model 特異極限 流体力学極限 自己組織化

1. 研究開始当初の背景

生物、物理、化学系において細胞、粒子、分子が多数集まることから、自己組織化機能による相互作用のもとで集合するとき、複雑だが、あたかも誰かが指令しているかのような秩序をもった形態を示している場合がある。その特徴は、個々の個体の機能は(マイクロレベルで)単純であっても、それらが多数集まることからマクロレベルで新しい形態を自律的に作り出すことである。形態の多様性やその仕組みを理解するために、いくつかのモデルが様々な分野で現れている。マクロモデルは偏微分方程式の分野で、マイクロモデルは物理学、数理生物学の分野で独立に提案されている。しかしながら、集合を促進する自己組織化機能を明らかにすることはマイクロとマクロの関係を理解することであり、それに答える研究が進められている。

2. 研究の目的

本研究では、自己組織化機構の解明に向けて、その機構によって生じる集合を取り上げる。その例として、自ら分泌する集合フェロモンによって能動的集合(active aggregation)を形成する生物として、自ら化学物質であるフェロモンを分泌することから集合する性質を持つチャバネゴキブリを取り上げることにした。まず、マイクロレベルで各個体が集合フェロモンを感知してどのように運動するかを記述するために個体ベースモデル(Individual-based model)を出原(宮崎大)や占部(東京大)と共に提案した。このモデルの特徴は、各個体はフェロモンの濃度に依存しているが、運動はランダムウォークだけであるというフェロモン濃度依存型ランダムウォークモデルである。しかしながら、個体数が増えると多数のクラスターが形成されることが数値シミュレーションによって確認された。一方、集合形成を記述するマクロレベルとして走化性-拡散モデルを出原、栄(北海道大)と共に提案した。このモデルの特徴は集合フェロモン濃度に応じて、その濃度が高い方向に移動する(direct movement)という走化性の性質を持っている非線形拡散-移流方程式系である。このモデルの特徴は拡散項だけでなく陽に移流項がモデルに導入されていることである。この結果、個体密度が高くなると、空間一様な定常状態が不安定化し、集合パターンが形成されることが安定性理論とそれを相補する数値シミュレーションから示された。このように、提案された2つのモデルでは共に、個体数、個体密度がそれぞれ高くなると、その結果、集合フェロモンの濃度が高くなることから、空間一様な状態が崩れて、集合形態が現れるという性質が確認された。そこで自然な疑問として、マイクロレベルではランダムウォークの運動しか行わない個体のマクロレベルでは陽的移流で表現できるという関係を如何に理解する

かという自己組織化機構の解明が研究目的となったのである。

3. 研究の方法

ここではマイクロレベル、マクロレベルで提案された2つのモデルの関係をあきらかにする方法を提案することである。結論から言えば、偏微分方程式、確率論という異なる分野で独自に開発されてきた2つの極限解析法:特異極限法とに注目し、それらを相補的に用いることから2つのモデルのつながりが探れないかを考える。まずマクロモデルとして提案した非線形拡散-移流方程式系に対して代表者達が交差拡散-競争方程式系や退化する非線形拡散(porous media型)方程式系を含む非線形拡散方程式に対してこれまで開発してきた特異極限(Singular limit)法を用いることから、その近似系として、変数の数が一つ増えるが、単純拡散で表される通常の反応拡散系を導出することに成功した。次の問題はこの近似反応拡散系とマイクロレベルで提案した集合フェロモン濃度依存ランダムウォークをする個体ベースモデルとの関係を明らかにすることである。図1および2はそれぞれマイクロ個体ベースモデルとマクロ走化性-拡散モデルに現れたクラスターパターンである。その類似性に注目し、その関係を明らかにするために、確率論分野で舟木直久氏(東京大学)等が精力的に研究を進めているマイクロレベルとマクロレベルをつなぐ流体力学極限(Hydrodynamic limit)法に注目し、同氏と共同研究を開始し、2つの極限を相補的に用いることから今回の問題を解決できるという考えに至ったのである。

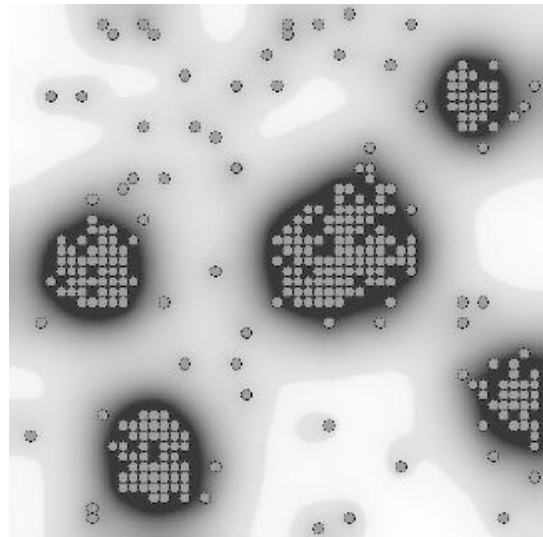


図1 個体ベースモデルに現れるクラスター

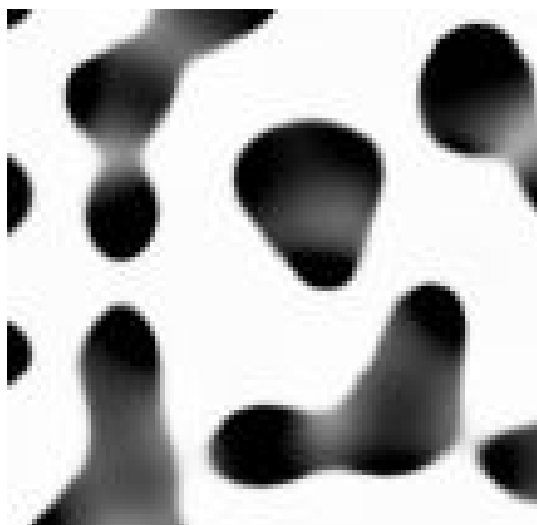


図2 走化性-拡散モデルに現れるクラスター

4. 研究成果

マイクロモデルとしての個体ベースモデルでは、各個体は集合フェロモン濃度に依存するランダムウォーク運動であり、マクロモデルとしての非線形拡散-移流方程式系には陽的に移流効果が入っている。このことは、マイクロレベルからマクロレベルの運動を直接理解することは出来ないことを意味している。そしてそれこそが自己組織化特有の機構であり、今回の研究課題はそれを明らかにすることである。第1段階は、代表者達が非線形拡散方程式系に対してこれまで開発してきた特異極限解析法をマクロレベルとして導出した2変数の走化性-拡散系に用いることである。その結果、変数が一つ増えるが、単純拡散を持つ3変数反応拡散方程式系で近似出来ることが示された。このことから、拡散-移流を伴う運動を記述するマクロモデルが変数を一つ増やすことによって単純拡散による運動で近似できることである。その結果から、非線形偏微分方程式分野と異なる確率解析分野で展開されている流体極限法を導出された3変数反応拡散方程式系に適用することが可能となったのである。このことから、自己組織化による集合形成において導出されているマイクロモデルとマクロモデル間の関係が明らかになったのである。この手法は今回の自己組織化による集合だけでなく、他の自己組織化現象に現れるマイクロマクロレベル間の関係の理解にも応用できる可能性を与える。更に、この成果は、非線形偏微分方程式分野と確率論分野の融合研究に新たな展開が期待されるものである。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計8件)

T. Funaki, H. Izuhara, M. Mimura and C. Urabe: A link between microscopic

and macroscopic models of self-organized aggregation, *Networks and Heterogeneous Media*, 7, 2012, 705-740, 査読あり

K. Ikeda and M. Mimura: Traveling wave solutions of a 3-component reaction-diffusion model in smoldering

combustion, *Communications on Pure and Applied Analysis*, 11, 2012, 275-305, 査読あり

M. Bertsch, D. Hilhorst, H. Izuhara and M. Mimura: A nonlinear parabolic-hyperbolic system for contact inhibition of cell-growth, *Diff. Eqs. Appl.*, 4, 2012, 137-157, 査読あり

D. Hilhorst, S. Martin and M. Mimura: Singular limit of a competition-diffusion system with large interspecific interaction, *J. Math. Anal. Appl.*, 390, 2012, 488-513, 査読あり

S.-I. Ei, H. Izuhara and M. Mimura: Infinite dimensional relaxation oscillation in aggregation-growth systems, *Discrete and Continuous Dynamical Systems- Series B*, 17, 2012, 1859-1887, 査読あり

C.-C. Chen, L.-C. Hung, M. Mimura and D. Ueyama: Exact traveling wave solutions of three species competition-diffusion systems, *Discrete and Continuous Dynamical Systems-Series B*, 17, 2012, 2653-2669, 査読あり

M. Bertsch, M. Mimura and T. Wakasa: Modeling contact inhibition of growth: Traveling waves, *Networks and Heterogeneous Media*, 8, 2013, 131-147, 査読あり

C.-C. Chen, L.-C. Hung, M. Mimura, T. Tohma and D. Ueyama: Semi-exact equilibrium solutions for three-species competition-diffusion systems, *Hiroshima Math. J.* 43, 2013, 179-206, 査読あり

[学会発表](計9件)

Self-organized aggregation: from individuals to collective behaviors, *BIOCOMP2012: Mathematical Modeling and Computational Topics in Biosciences*, Vietri sul Mare, Italy, June 7, 2012

A link between microscopic and macroscopic models of self-organized aggregation, *Mathematics Department Colloquium*, Rome 1 University, Roma, Italy. June 22, 2012

Traveling waves in a tumor growth model with contact inhibition, *Nonlinear PDEs: Theory and*

Applications to Complex Systems, IHES, France, June 25, 2012

自己組織化と反応拡散系 -Alan Turing の貢献-, 2012 年度日本数理生物学会総合講演、岡山大学、2012 年 9 月 19 日
特異極限解析：生物システムに現れるパターンを捉える、シンポジウム「生物学における数学的方法の最前線」、第 50 回日本生物物理学会年会、名古屋大学、2012 年 9 月 22 日

Application of Reaction-Diffusion Systems to Biological and Chemical Systems, 2013 NIMS Winter school on PDE: Regularity Theory and PDEs from Fluid and Biology, KAIST, Daejeon, Korea, January 7 - 11, 2013

Self-organization in bacterial colonies, Conference on Mathematics and Biology, Lorentz Center, Leiden, The Netherlands, April 19, 2013

Model-aided understanding of competitive exclusion and coexistence, International Conference on Models in Population Dynamics and Ecology (MPDE ' 2013), Osnabrueck, Germany, August 27, 2013

Model-aided understanding of self-organization, International Conference on Simulation Technology, Meiji University, Tokyo, September 11, 2013

〔図書〕(計 1 件)

現象数理学入門 (監修) 東大出版会、203 ページ、2013 年

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.mims.meiji.ac.jp/~mimura/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

三村 昌泰 (MIMURA, Masayasu)

明治大学・大学院先端数理科学研究科・教授

研究者番号：50068128