

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 10 日現在

機関番号：34316

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2012～2014

課題番号：24654029

研究課題名(和文)五角対称性をもつ直線構造体の特異な力学的幾何学的性質

研究課題名(英文)Pentagonal symmetry

研究代表者

山岸 義和 (Yamagishi, Yoshikazu)

龍谷大学・理工学部・講師

研究者番号：40247820

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：五角対称性をもつ直線構造体は、黄金比、準周期タイリング、複素共役写像に関連した性質をもつと考えられる。本研究では、とくに葉序の螺旋タイリングについて理論面および実用面での研究成果を得た。相似変換の対称性をもつ三角形螺旋タイリングおよびボロノイ螺旋タイリングのパラメータ空間を記述した。螺旋を細かくするときのタイルの極限形状と、回転パラメータの連分数展開との関連を示した。さらに、葉序の螺旋構造を応用した三次元構造物を提案した。また、複素葉層構造の球面横断性の問題を共役複素力学系として考えることにより接点集合の形状を調べた。

研究成果の概要(英文)：Our main results are on the global structure of spiral tilings with similarity symmetry, and on the transversality of holomorphic foliations with spheres, having the symmetry of complex conjugacy. The parameter space of quadrilateral Voronoi spiral tilings is written as a family of real algebraic curves, which is related to the continued fraction expansion of the divergence angle. The limit set of the shapes of tiles also relates to the continued fraction expansion. As an application of phyllotactic geometry, we propose phyllotactic configurations of seats in a colosseum. The transversality of holomorphic foliations with spheres is studied from the viewpoint of a complex-conjugate dynamical system. In a good condition, the variety of contact is a real two-dimensional manifold.

研究分野：応用幾何学

キーワード：螺旋葉序 連分数 タイリング 複素葉層構造 折り紙 モース指数

1. 研究開始当初の背景

五角対称性をもつ直線構造体は、さまざまな特異な力学的幾何学的性質をもつ。これらは、黄金比やフィボナッチ数の代数的性質、鏡映反転(複素共役写像)の幾何学的性質および準周期タイリングの大域的性質などに深く根ざしたものであると考えられる。このような性質を、主として力学系の技法を用いて解明することにより、工学への応用(新しい立体構造物の創成)や、準結晶の数理(幾何学、代数学、化学)への応用が期待される。

2. 研究の目的

(1) [直線構造体、葉序の螺旋タイリングと折り紙、その他の造形幾何] 直線構造体の無限延長可能性の問題の一部は、切断射影集合上の準同型写像の存在の問題として一般化されており、一種の葉層構造に類似した構造と考えられる。ペンローズスタイルの切断射影構造がもつ鏡映反転(複素共役写像)の対称性に着目して、無限延長可能性の問題に取り組む。

葉序の螺旋タイリングとその折り紙は、黄金比やフィボナッチ数に深く関連し、回転対称ではない相似変換の対称性をもつ。これらの数学的性質を解明する一方、その性質を生かした立体構造物への応用に取り組む。

直線材による6組の五芒星を編んだ構造体(星状籠)は、鏡映反転に関する異性体をもち、折り紙と同様、連続的構造と離散的構造の中間的性質をもつ。これらの基本的性質の抽出に取り組む。

(2) [複素葉層構造] 複素葉層構造の球面横断性の問題は、複素共役写像の対称性をもち、実解析と複素解析の中間的性質をもつ。共役複素力学系の見地から、接点集合の幾何学的構造を調べる。

(3) [力学系の位相的計算] 力学系の応用として、カオスを含む力学系に対する計算機を援用した位相幾何学的方法と、ニュートン法の重根に対する安定多様体の非可算族の問題を考え、力学系の大域的構造の解明に取り組む。

3. 研究の方法

(1) 葉序螺旋の基本的モデルとして、平行移動の対称性をもつ円筒上の螺旋タイリングと、相似変換の対称性をもつ螺旋タイリングがある。本研究では、主として相似変換の対称性をもつ三角形螺旋タイリングとポロノイ螺旋タイリングを考える。これらは複素一次元パラメータで記述され、その分岐構造はパラメータの代数方程式で表されるので、分岐空間を代数曲線によって記述する。また、黄金比は連分数展開と深い関連をもつので、分岐空間と連分数との関連を調べる。さらに、螺旋を増やしたときのタイルの形状の極限と連分数との関連を調べることにより、葉序螺旋の代数的性質を明らかにする。

また、星状籠が豊まれる特異な挙動を構造力学的に分析するため、たわみと反力の測定実験を行う。

(2) 複素葉層構造の球面横断性の問題を、共役複素力学系の問題に翻訳すると、接点は共役複素力学系の不動点として定義できる。この性質を利用して、接点集合を共役力学系の分岐ダイアグラムとして表し、関連する幾何学的性質について調べる。

(3) 位相的・計算的方法によって得られる情報から、もとの力学系の大域的構造や分岐をどのように理解するかについて、とくにソフトウェア cmgraph でバウンダリー・クライシスやインテリア・クライシスなどの分岐がどのように扱われるかを調べる。また、位相的・計算的方法で扱える力学系の範囲を拡大して、遺伝子発現に関する方程式系の時系列データからもとの力学系の大域的情報を取り出すことを試みる。

4. 研究成果

(1) [螺旋タイリングと折り紙] 相似変換の対称性をもつ三角形螺旋タイリングおよびポロノイ螺旋タイリングのパラメータ空間を実代数曲線の可算無限族によって記述した(図1)。相空間をリーマン面に拡張して多重タイリングとして考えることにより、すべてのパラメータが記述できることを示した。三角形螺旋タイリングには、連分数展開に関連する族と関連しない族があること、ポロノイ螺旋タイリングはすべて連分数に関連することを示した。さらに、分岐パラメータの稠密性について調べた。

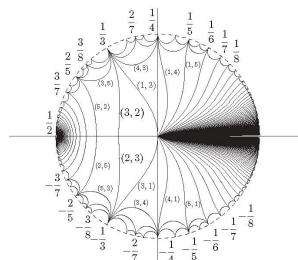


図1. ポロノイ螺旋タイリングのパラメータ空間。

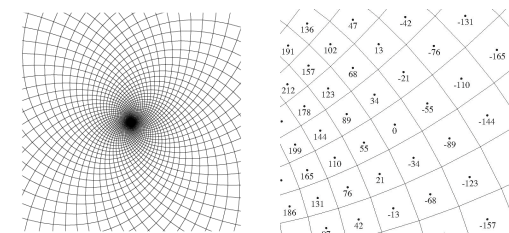


図2. 黄金比を回転パラメータとする四角形ポロノイ螺旋タイリング。左は全体図、右は拡大図。各四角形は相似で、正方形に近いが、正方形ではない。

ポロノイ螺旋タイリングにおいて螺旋の本数を増やすときの、四角形タイルの形状の極限集合を考えると、回転パラメータが循環連分数(二次無理数)で表される場合、極限集合は有限集合であることを示した。とくに回転パラメータが黄金比と同等の場合、四角形タイルの極限形状は正方形となる。このことは、ひまわりの種をポロノイ領域と考えれば、

螺旋の本数を増やしたときにポロノイ領域の形状が安定であることを示している(図 2)。

造形作家日詰明男氏の協力により、葉序の螺旋構造を立体構造物に応用して、座席を葉序螺旋の形に配置することで視界も広く空間効率にも優れた円形劇場(コロシウム)の基本デザインを提案した(図 3)。螺旋葉序の折り紙の自動展開について、幾何ソフトウェア上で再現してその挙動を調べた。

また、竹製および CFRP(炭素繊維強化複合材料)製の星状籠についてたわみと反力の測定実験を行った。部材の剛性や均一性、摩擦特性などによってたわみ挙動が大きく影響を受けることがわかった。

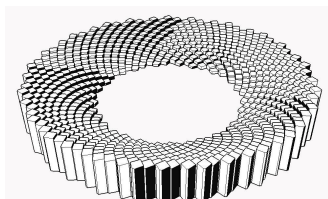


図 3. フィボナッチ・コロシウム(円形劇場)(特願 2014-162851)。

(2) [複素葉層構造] 複素葉層構造と実球面の接点について、非退化な接点は共役複素力学系の双曲点不動点であることを示した。距離関数に関する退化接点のモース指数は不動点の複素不安定次元に等しい。退化した接点の近傍における接点集合は力学系の中立的不動点の分岐ダイアグラムとして表されることを示した。

複素線形 1-形式が与える複素葉層構造の球面横断性の問題は、複素対称行列の対角化の問題として定式化される。本研究では、これを一般化して、一般の複素線形 1-形式が与える分布の球面横断性について、複素行列のある種の線形変換に関するジョルダン標準形の問題として定式化した。また、一定の条件下において、この線形分布の非線形摂動と実球面との接点集合が複素曲線として表されることを示した。

Lie-横断的な複素葉層構造が、対数的葉層構造として特徴づけできることを示した。スタイン曲面上の正則ベクトル場の性質について調べた。

(3) [力学系の位相的計算] 力学系のバウンダリーやインテリア・クライシスが、位相的・計算的方法を実現するソフトウェア cmgraph でどのように扱われるかという問題について、不変集合間の擬軌道の存在という形で理論的に定式化した。また、局所的分岐として重要であるサドル・ノード分岐についても理論的な結果を得ている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 16 件)

Y. Yamagishi, T. Sushida and A. Hizume, Voronoi spiral tilings, Nonlinearity 28 (2015) 1077-1102. 査読有.

DOI:10.1088/0951-7715/28/4/1077.

T. Ito, B. Scardua and Y. Yamagishi, Transversality of complex linear distributions with spheres, contact forms and Morse type foliations, II, Asian Journal of Mathematics 19 (2015) 343-356. 査読有

DOI:10.4310/AJM.2015.v19.n2.a8.

T. Sushida, A. Hizume and Y. Yamagishi, Shape limit in triangular spiral tilings, Acta Physica Polonica A 126 (2014) 633-636. 査読有.

DOI:10.12693/APhysPolA.126.633.

T. Sushida, A. Hizume and Y. Yamagishi, Helical Voronoi tilings on the cylinder, RIMS Kokyuroku Bessatsu B47 (2014) 023-032. 査読有.

A. Hizume, T. Sushida and Y. Yamagishi, Voronoi phyllotaxis tiling on the Fermat spiral, Proceedings of Bridges 2014: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture (2014) 397-400. 査読有.

T. Ito, B. Scardua and Y. Yamagishi, Degeneracy locus of critical points of the distance function on a holomorphic foliation, Journal of Mathematical Society of Japan 66 (2014) 123-137. 査読有. DOI:10.2969/jmsj/06610123

T. Ito, B. Scardua and Y. Yamagishi, Integration of complex polynomial differential equations in higher dimension, a first step: Lie transverse structure, Bulletin of the Brazilian Mathematical Society, New Series 45 (2014) 505-523. 査読有.

DOI:10.1007/s00574-014-0060-z.

T. Ito, B. Scardua and Y. Yamagishi, On holomorphic flows on Stein surfaces: transversality, dicriticalness and stability, International Journal of Mathematics 25 (2014) 1450093. 査読有.

DOI:10.1142/S0129167X14500931.

A. Hizume, Y. Yamagishi and S. Yotsutani, Poly-twistor by 3D printer: classification of 3D tori, Proceedings of the 16th Annual Bridges Conference (2013) 555-558. 査読有.

須志田隆道, 日詰明男, 山岸義和, 三角形の螺旋タイリングと折り紙, 数式処理 20 (2013) 31-40. 査読無.

A. Hizume and Y. Yamagishi, Quasi Periodic Labyrinth based on the golden ratio, The Journal of the International Society for the Interdisciplinary Study of Symmetry

(2013) 140-145. 査読無.
 H. Kokubu and H. Oka, A topological computation approach to the interior crisis bifurcation, *Nonlinear Theory and its Applications IEICE 4* (2013) 97-103. 査読有.
 DOI:0.1588/nolta.4.97
 T. Sushida, A. Hizume and Y. Yamagishi, Triangular Spiral Tilings, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* 45 (2012) 235203. 査読有
 DOI:10.1088/1751-8113/45/23/235203
 Z. Arai, M. Gameiro, T. Gedeon, H. Kokubu, H. Oka and K. Mischaikow, Graph-based topological approximation of saddle-node bifurcation in maps, *RIMS Kokyuroku Bessatsu B31* (2012) 225-241. 査読有.
 T. Sushida, A. Hizume and Y. Yamagishi, Design methods of origami tessellations for triangular spiral multiple tilings, to appear in *Origami6*. 査読有.

[学会発表](計 35 件)

1. 岡宏枝, 遺伝子ネットワーク時系列データによるグローバル・アトラクタのモース分解について, 2015年1月9日-12日, 力学系研究集会, 日本大学軽井沢研修所.
2. 中出賀乃, 山岸義和, ビーズで作る閉曲線, 2014年12月18日-20日, 応用数学合同研究集会, 龍谷大学.
3. 仲野吉徳, 山岸義和, Kolakoski 列と Kolakoski 周期列, 2014年12月18日-20日, 応用数学合同研究集会, 龍谷大学.
4. 須志田隆道, 日詰明男, 山岸義和, 円筒上のポロノイタイリングおよび円板上の三角形螺旋タイリングにおけるタイルの極限形状, 2014年12月18日-20日, 応用数学合同研究集会, 龍谷大学.
5. 山岸義和, One-dimensional transversely Lie foliations with generic singularities in complex projective spaces, 2014年12月12日-14日, 複素ベクトル場・葉層構造とその周辺, 京都教育大学.
6. H. Oka, Detecting Morse decompositions of the global attractor of regulatory networks by time series data, 2014年12月11日-20日, Workshop A1: Computational Dynamics, Foundations of Computational Mathematics(招待講演) Montevideo, Uruguay.
7. 日詰明男, 須志田隆道, 山岸義和, 放物螺旋上での葉序ポロノイ分割, 2014年10月27日-29日, RIMS 共同研究集会「準結晶の数学的モデルとその周辺」京

- 都大学.
8. 須志田隆道, 日詰明男, 山岸義和, Shape limit in Voronoi spiral multiple tilings, 2014年9月25日-28日, 日本数学会, 広島大学.
9. 須志田隆道, 日詰明男, 山岸義和, 螺旋折紙の自動折り畳みモデルについて, 2014年9月3日-5日, 日本応用数理学会, 政策研究大学院大学.
10. 須志田隆道, 日詰明男, 山岸義和, 三角形螺旋タイリングの剛体折紙について, 2014年8月26日-29日, Dynamics and Design Conference 2014, 上智大学.
11. A.Hizume, T. Sushida and Y. Yamagishi, Voronoi phyllotaxis tiling on the Fermat spiral, 2014年8月14日-19日, Bridges Seoul 2014: Mathematics, Art Architecture, Culture. Gwacheon National Science Museum, 韓国.
12. T. Sushida, A. Hizume and Y. Yamagishi, Origami for triangular spiral tilings, 2014年8月10日-13日 60SME(The 6th International Meeting on Origami in Science, Mathematics and Education) 東京大学.
13. 須志田隆道, 日詰明男, 山岸義和, Voronoi spiral tilings, 2014年3月15日-18日, 日本数学会, 学習院大学.
14. 岡宏枝, 遺伝子ネットワークの時系列解析, 2014年3月10日-14日, RIMS 研究集会「力学系理論の諸分野への応用の新展開」京都大学.
15. H. Oka, Detecting Morse decompositions of the global attractor of regulatory networks by time series data, 2014年2月10日-14日 Workshop: algebraic topology in dynamics, differential equations, and experimental data, University of Minnesota, USA.
16. 岡宏枝, 遺伝子ネットワークの時系列解析, 2014年1月10日-13日, 力学系研究集会, 広島大学.
17. 須志田隆道, 日詰明男, 山岸義和, ポロノイ螺旋タイリングにおける生成元の集合とタイルの極限形状, 2013年12月19日-21日, 応用数学合同研究集会, 龍谷大学.
18. T. Sushida, A. Hizume and Y. Yamagishi, Shape convergence in Voronoi spiral tilings, 2013年9月17日-19日 RIMS 研究集会「タイル張り力学系とその周辺」京都大学.
19. A.Hizume and Y. Yamagishi, Quasi periodic labyrinth based on the golden ratio, 2013年9月9日-15日 Symmetry: Art and Science, Crete, Greece.
20. 須志田隆道, 日詰明男, 山岸義和, ポロノイ螺旋タイリングにおけるタイルの形状収束 (ポスター), 2013年9月9

- 日-11日, 日本応用数学会, アクロス福岡.
21. 須志田隆道, 日詰明男, 山岸義和, 葉序の幾何学とボロノイ螺旋タイリング, 2013年9月9日-11日, 日本応用数学会(折紙工学OS) アクロス福岡.
 22. 須志田隆道, 日詰明男, 山岸義和, Spiral model and cylindrical model in phyllotactic Voronoi tilings, 2013年9月2日-4日 RIMS 研究集会「非線形離散可積分系の新展開」京都大学
 23. T. Sushida, A. Hizume and Y. Yamagishi, Triangular spiral tilings, 2013年9月1日-6日 International Conference on Quasicrystals 12, AGH University, Poland.
 24. A.Hizume, Y. Yamagishi and S. Yotsutani, Poly-twistor by 3D printer: classification of 3D tori, 2013年7月27日-31日 Bridges Enschede 2013, Saxion University, Netherlands.
 25. H. Oka, A monodromy example, 2013年2月10日-14日, V Developers Workshop on the Conley-Morse database project, Kyoto.
 26. H. Oka, Bifurcations of Conley-Morse graphs: crisis and monodromy (poster), 2013年3月16日-20日 International Conference on Dynamics of Differential Equations, Georgia Tech, USA.
 27. 山岸義和, 日詰明男, 須志田隆道, 三角形の螺旋タイリングと折り紙, 日本数式処理学会理論分科会&システム分科会合同研究会(招待講演) 2012年12月27日-28日 京都大学.
 28. 須志田隆道, 日詰明男, 山岸義和, Phyllotactic Voronoi spiral tilings, 応用数学合同研究集会 2012年12月20日-22日, 龍谷大学.
 29. 須志田隆道, 日詰明男, 山岸義和, 三角形の螺旋タイリング, RIMS 研究集会「タイリング空間のトポロジーとその周辺」 2012年10月3日-5日, 京都大学.
 30. 伊藤敏和, B. Scardua, 山岸義和, Degeneracy locus of critical points of a distance function on a holomorphic foliation, 日本数学会 2012年9月18日-21日, 九州大学.
 31. 須志田隆道, 日詰明男, 山岸義和, 三角形の螺旋タイリング, 日本数学会 2012年9月18日-21日, 九州大学.
 32. H. Oka, Topological crisis bifurcation, 2012年9月3日-7日 Dynamical Systems: 100 years after Poincare, Gijon, Spain.
 33. 須志田隆道, 日詰明男, 山岸義和, 三角形の螺旋タイリングと折り紙, 日本

応用数学会 2012年8月29日-31日, 稚内全日空ホテル.

34. H. Oka, A topological-computation approach to the crisis bifurcation, 2012年6月24日-30日 Dynamics, Topology and Computations, Bedlewo, Poland.
35. A.Hizume, T. Sushida and Y. Yamagishi, Quasi-crystal bamboo geometry, architecture, and Music, 2012年6月8日-10日, Symmetry: Culture and Science, Hungary.

〔産業財産権〕

出願状況(計 1 件)

名称: 3次元構造物

発明者: 山岸義和、日詰明男、須志田隆道

権利者: 学校法人龍谷大学

種類: 特許

番号: 特願 2014-162851

出願年月日: 平成 26 年 8 月 8 日

国内外の別: 国内

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山岸 義和 (YAMAGISHI, Yoshikazu)

龍谷大学・理工学部・講師

研究者番号: 40247820

(2) 研究分担者

岡(國府) 宏枝 (OKA (KOKUBU), Hiroe)

龍谷大学・理工学部・教授

研究者番号: 20215221

伊藤 敏和 (ITO, Toshikazu)

龍谷大学・経済学部・教授

研究者番号: 60110178

辻上 哲也 (TSUJIKAMI, Tetsuya)

龍谷大学・理工学部・教授

研究者番号: 80243179

(3) 連携研究者

なし

(4) 研究協力者

日詰 明男 (HIZUME, Akio)

須志田 隆道 (SUSHIDA, Takamichi)

研究者番号: 00751158

Bruno Scardua