

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 6 日現在

機関番号：14301

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2012～2014

課題番号：24656263

研究課題名(和文)非線形システムの解析と制御に対する可換環論的アルゴリズム

研究課題名(英文)Commutative Algebraic Algorithms for Analysis and Control of Nonlinear Systems

研究代表者

大塚 敏之(Ohtsuka, Toshiyuki)

京都大学・情報学研究科・教授

研究者番号：40272174

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：主として離散時間の多項式システムや有理式システムを対象として、可換環や代数多様体の理論を応用した解析と制御の理論を構築した。特に、可到達性と安定性に関して、新しい十分条件を得た。また、有限評価区間の最適制御問題に対して、逆時間方向の逐次的な変数消去によって最適状態フィードバック制御の陰関数を導出する新しい解法を得た。さらに、非線形システムの正準形およびフィードバック制御の代数的構成方法についても成果を得た。特に、静的出力フィードバック制御によるモデルマッチング問題の解をすべて求める方法を見出した。これらの成果は、非線形制御理論の新しい発展可能性を切り拓くものである。

研究成果の概要(英文)：Theory of analysis and control for nonlinear systems has been developed by applying commutative algebra and algebraic geometry mainly to discrete-time polynomial systems and rational systems. New sufficient conditions have been obtained for reachability and stability, and new solution methods have been obtained for finite-horizon optimal control problems. The implicit function representation of an optimal state feedback control is derived by recursive elimination of variables in the stationary conditions for an optimal control problem. Moreover, new results have also been obtained about algebraic construction of canonical forms and feedback controllers of nonlinear systems. In particular, a complete parameterization of static output feedback controllers has been obtained for a model matching problem. These results are expected to open new directions of research in nonlinear control theory.

研究分野：制御工学

キーワード：非線形システム 制御理論 可換環論 代数幾何 システム解析 最適制御

1. 研究開始当初の背景

線形システムに対する制御理論はほぼ確立されており、さまざまな問題を行列計算によって解くアルゴリズムが産学に広く普及している。一方、現実の多くのシステムが非線形システムであるにも関わらず、非線形システムに対する制御理論は実際に使える形で整備されていない。このことが、さまざまな分野における制御のさらなる高度化を阻んでいる。

それに対して、研究代表者は、過去の研究において、多項式システムの可観測性解析や無限評価区間最適制御問題に可換環論や代数幾何学を応用することで、解ける場合があることを示した。可換環とは、多項式の集合のように加算と乗算が定義され必ずしも除算は定義されない集合のことであり、代数幾何学は、多項式の集合の共通零点(代数多様体)について調べる数学のことである。代数幾何学では可換環論が基本的な道具として用いられる。多項式システムに関しては過去にもある程度研究されているが、研究代表者は従来以上に踏み込んで可換環論と代数幾何学を利用することで新しい知見を得ている。したがって、今までの制御理論をすべて可換環論や代数幾何学の立場から見直すことには、学術的にも技術的にも挑戦の価値が十分あると考えられる。

2. 研究の目的

上記の背景を踏まえ、本研究では、多項式システムや有理式システムを主な対象とし、可換環論と代数幾何学を応用することでうまく解ける問題設定を探索した。まず、最も基本的な問題として、(1)有限の計算手順による可制御性ないし可到達性の判別法、(2)安定性の判別法、(3)最適制御問題を確実に解くアルゴリズム、の構築を目指した。同時に、(4)数式処理言語による可換環論的アルゴリズムの実装、も目標とした。さらに、これらの成果を基礎として、(5)可制御正準形や可観測正準形が多項式システムへの拡張、(6)安定化状態フィードバック制御の設計方法確立、そして、(7)幅広い分野の実問題への応用も目標とした。

3. 研究の方法

本研究では、代数的な手法を応用するために、主として離散時間の多項式システムないし有理式システムを考えた。まず、可制御性や可到達性に関しては、初期状態や入力系列から状態への多項式写像の性質を代数的に調べるというアプローチをとった。安定性に関しては、多項式リアプノフ関数の存在を代数的に確認する手法のほか、線形システムの固有値による安定判別の非線形システムへの拡張も試みた。最適制御問題に関しては、有限時間の2点境界値問題に変数消去を逐次的に適用し、最適状態フィードバック制御則の陰関数表示を構成する方法を検討した。ア

ルゴリズムの実装については、数式処理言語 Maple や Mathematica によるツールの開発を目指した。正準形に関しては微分幾何的アプローチを代数的な立場から見直すことで、状態フィードバック制御の設計については加群のグレブナー基底を応用することで、それぞれ取り組んだ。

4. 研究成果

離散時間多項式システムの可到達性に関して、多項式写像特有の性質を使うことで簡単な十分条件を得た。しかも、その条件はイデアルの包含関係として数式処理で確実に判別できる。この成果は制御理論のトップジャーナルに掲載された。

安定性の判別に関しては、ベクトル場を状態依存行列と状態ベクトルとの積で表現し、状態依存行列によって生成されるリー環が上三角化可能な場合に、局所漸近安定性と大域漸近安定性の簡潔な十分条件を得た。この成果も、制御理論のトップジャーナルに掲載された。

最適制御問題の解法として、停留条件である2点境界値問題に対して終端条件から逆時間方向に逐次的な変数消去を行って最適制御の陰関数表示を導出する方法を提案し、局所最適性の十分条件も与えた。この成果は制御理論のトップジャーナルに掲載された。さらに、問題設定を少し限定すると、単なる写像の合成によって最適制御の陰関数表示が可能なることも発見した。これらの成果は、最適制御という制御理論の重要課題に新しい方向性を切り拓くものであり、推定問題の解法や陰関数の最良近似問題など、他の問題設定へ今後展開していくことが大いに期待される。最適制御問題の代数的解法は数式処理言語 Mathematica で実現し、自動的に実行できることを確認した。

正準形に関しては、微分作用素の非可換環を使って線形システムに対する伝達関数の概念を非線形システムに拡張し、その因数分解を利用してフィードフォワード形での実現を構成する方法を構築した。これは国際共同研究の成果である。さらに、多項式システムにおいて可識別な初期条件の集合を代数多様体として表現し、その代数多様体を与えるイデアルを利用して、大域的に可観測なサブシステムと不可観測なサブシステムへの分解可能性が特徴付けられることを明らかにした。

状態フィードバック制御の設計方法として、リー微分包含式という一般的な枠組みでさまざまな問題が扱えることを示し、その完全な解法も与えた。たとえば、多項式システムの状態フィードバック制御に対して、ベクトル場のモデルマッチング問題がリー微分包含式に帰着でき、多項式環上の加群のグレブナー基底を用いることで、すべての解をパラメータ表示できることを明らかにした。さらに、一般的に困難な問題として知られてい

る静的出力フィードバック制御に対しても，モデルマッチング問題がリー微分包含式に帰着でき，さらに，部分環上の加群における線形方程式に帰着できることを示した．解を部分環から探すような線形方程式の解法は知られていなかったが，本研究では準同型定理を用いて方程式を変換し，グレブナー基底を用いて確実に解けるイデアル所属問題に帰着できることを示した．このような方法は，フィードバック制御則の構造が制約されたさまざまな設計問題へと拡張できる可能性がある．

5．主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 19 件)

Kawano, Y., and Ohtsuka, T., “Sufficient Condition for Global Observability Decomposition of Polynomial Systems,” *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 8, No. 3, 2015, pp. 228-233, 10.9746/jcmsi.8.228 (査読あり)

Ohtsuka, T., “A Recursive Substitution Method for a Class of Nonlinear Optimal Control Problems,” *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 8, No. 3, 2015, pp. 189-194, 10.9746/jcmsi.8.189 (査読あり)

Yuno, T., and Ohtsuka, T., “Lie Derivative Inclusion with Polynomial Output Feedback,” *システム制御情報学会論文誌*, Vol. 28, No. 1, 2015, pp. 22-31, 10.5687/iscie.28.22 (査読あり)

Yuno, T., and Ohtsuka, T., “Lie Derivative Inclusion for a Class of Polynomial State Feedback Control,” *システム制御情報学会論文誌*, Vol. 27, No. 11, 2014, pp. 423-433, 10.5687/iscie.27.423 (査読あり)

Ohtsuka, T., “A Recursive Elimination Method for Finite-Horizon Optimal Control Problems of Discrete-Time Rational Systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 59, No. 11, 2014, pp. 3081-3086, 10.1109/TAC.2014.2321231 (査読あり)

Halás, M., Kawano, Y., Moog, C. H., and Ohtsuka, T., “Realization of a Nonlinear System in the Feedforward Form: A Polynomial Approach,” *Reprints of the 19th IFAC World Congress*, 2014, pp. 9480-9485 (査読あり)

Yuno, T., and Ohtsuka, T., “Realization of a Vector Field via State Feedback for Polynomial Dynamical Systems,” *Proceedings of the 13th European Control*

Conference, 2014, pp. 2456-2459 (査読あり)

河野佑, 大塚敏之, “離散時間非線形無限評価区間最適制御問題の代数関数解,” *計測自動制御学会論文集*, Vol. 50, No. 7, 2014, pp. 556-558, 10.9746/sicetr.50.556 (査読あり)

Yuno, T., and Ohtsuka, T., “A Sufficient Condition for the Stability of Discrete-Time Systems with State-Dependent Coefficient Matrices,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 59, No. 1, 2014, pp. 243-248, 10.1109/TAC.2013.2270318 (査読あり)

Kawano, Y., and Ohtsuka, T., “Simple Sufficient Conditions for Reachability of Discrete-Time Polynomial Systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 58, No. 12, 2013, pp. 3203-3206, 10.1109/TAC.2013.2261184 (査読あり)

Kawano, Y., and Ohtsuka, T., “Observability Analysis of Nonlinear Systems Using Pseudo-Linear Transformation,” *Proceedings of the 8th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, 2013, pp. 606-611 (査読あり)

Kawano, Y., and Ohtsuka, T., “Sufficiency of a Necessary Condition for Local Observability of Discrete-Time Polynomial Systems,” *Proceedings of the 2013 European Control Conference*, 2013, pp. 1722-1727 (査読あり)

大塚敏之, 河野佑, “代数幾何と可換環論を応用した非線形システムの解析,” *システム/制御/情報*, Vol. 57, No. 6, 2013, pp. 230-235 (査読なし解説)

河野佑, 大塚敏之, “有理型非線形時変システムに対する伝達関数行列の代数的性質,” *システム制御情報学会論文誌*, Vol. 26, No. 6, 2013, pp. 185-192, 10.5687/iscie.26.185 (査読あり)

Kawano, Y., and Ohtsuka, T., “Observability at an Initial State for Polynomial Systems,” *Automatica*, Vol. 49, No. 5, 2013, pp. 1126-1136, 10.1016/j.automatica.2013.01.020 (査読あり)

Kawano, Y., and Ohtsuka, T., “Algebraic Solutions to the Hamilton-Jacobi Equation with the Time-Varying Hamiltonian,” *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 6, No. 1, 2013, pp. 28-37, 10.9746/jcmsi.6.28 (査読あり)

Ohtsuka, T., “A Recursive Elimination Method for Optimal Control of Discrete-Time Polynomial Systems,” *Preprints of 4th IFAC Nonlinear Model Predictive Control Conference*, 2012, pp. 317-322 (査読あり)

Kawano, Y., and Ohtsuka, T., “Necessary Condition for Local Observability of Discrete-Time Polynomial Systems,” *Proceedings of the 2012 American Control Conference*, 2012, pp. 6757-6762 (査読あり)

Kawano, Y., and Ohtsuka, T., “Input-Output Linearization for Transfer Functions of Input-Affine Meromorphic Systems,” *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 5, No. 3, 2012, pp. 133-138, 10.9746/jcmsi.5.133 (査読あり)

〔学会発表〕(計 16 件)

大塚敏之, “非線形最適制御問題の代数的解法,” 第2回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム 木村賞受賞記念講演, 2015年3月7日, 東京電機大学(東京都足立区)

T. Ohtsuka, “Mathematical Tools in Systems and Control Theory,” Keynote Speech, Kobe Computing Week Workshop, The 39th International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation (ISSAC 2014), 2014年7月21日, 神戸大学(兵庫県神戸市)

大塚敏之, “非線形システムの伝達関数表現に対する代数的アプローチ,” 第58回システム制御情報学会研究発表講演会 チュートリアル講演, 2014年5月23日, 京都テルサ(京都府京都市)
河野佑, 大塚敏之, “固有値を用いた非線形システムの可観測性解析,” 第56回自動制御連合講演会, 2013年11月16日, 新潟大学(新潟県新潟市)

大塚敏之, “代数的手法による非線形システムの解析・制御 制御理論から数学への期待,” 計測自動制御学会第13回制御部門大会テーマ企画「制御と数学が織り成す産業数学の展開」, 2013年3月8日, アクロス福岡(福岡県福岡市)

湯野剛史, 大塚敏之, “エネルギー関数を用いた多項式システムの状態フィードバック制御,” 計測自動制御学会第13回制御部門大会, 2013年3月7日, アクロス福岡(福岡県福岡市)

大塚敏之, “再帰的変数消去による離散時間非線形最適制御問題の解法,” 第41回計測自動制御学会制御理論シンポジウム, 2012年9月18日, IPC 生産性国際交流センター(神奈川県葉山町)
河野佑, 大塚敏之, “非線形時変システムの伝達関数: 定義と代数的性質,” 第56回システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集, 2012年5月23日, 京都テルサ(京都府京都市)

〔産業財産権〕
出願状況(計 0 件)
取得状況(計 0 件)

〔その他〕
なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

大塚 敏之 (OHTSUKA, Toshiyuki)
京都大学・大学院情報学研究科・教授
研究者番号: 40272174

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし

〔図書〕(計 0 件)