

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 6 日現在

機関番号：34315

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2012～2013

課題番号：24656264

研究課題名(和文)統計的等価線形化による非線形フィルタ理論の統合

研究課題名(英文)A Unified Approach to Nonlinear Filtering by Statistical Equivalent Linearization

研究代表者

片山 徹 (Katayama, Tohru)

立命館大学・理工学部・教授

研究者番号：40026175

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,300,000円、(間接経費) 690,000円

研究成果の概要(和文)：等価線形化カルマンフィルタ(EqKF)、ガウシアンフィルタ(GF)、Unscented カルマンフィルタ(UKF)、拡張カルマンフィルタ(EKF)の相互関係を統計的等価線形化の立場から再検討した。また、GPS信号処理への応用を意図して、条件付き期待値の計算にガウス-エルミート積分公式を援用したガウス和等価線形化フィルタを提案した。これにより等価線形化フィルタの適用範囲が大幅に拡大した。さらに、連続-離散非線形フィルタリング問題に対して、ホイン法に基づいて等価線形化カルマンフィルタ、ガウシアンフィルタを新たに提案した。

研究成果の概要(英文)：From the point of view of statistical equivalent linearization, we analyze algorithms of the equivalent linearization Kalman filter (EqKF), the extended Kalman filter (EKF), the Gaussian filter (GF) and the unscented Kalman filter (UKF). For a cubic sensor problem, we show that EqKF is close to GF, and UKF is in-between EqKF and GF, but the EKF is quite different from other filters. Also, with the aim to GPS applications, a new Gaussian sum equivalent linearization filter is derived by applying the Gauss-Hermite integral formula for evaluating the conditional expectations, under the assumption that the conditional probability density function of the state is a Gaussian sum. Moreover, we obtain two continuous-discrete (CD) filters, i.e. CD-EqKF and CD-GF, showing that both filters have the same time update equations, and a difference is in the observation update equations. Heun scheme-based simulations show that CD-EqKF and CD-GF are superior to the classical CD-EKF.

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：非線形フィルタ 等価線形化フィルタ ガウシアンフィルタ ガウス和フィルタ ガウス和等価線形化フィルタ GPS信号処理 連続 離散非線形フィルタ

### 1. 研究開始当初の背景

1960年 R. E. Kalman によってカルマンフィルタが発表された直後から、非線形システムの状態推定問題への応用を目指して非線形カルマンフィルタの研究が開始された。すなわち、1960年代の拡張カルマンフィルタ (Extended Kalman Filter)、代表者らによる等価線形化カルマンフィルタ (Equivalent Linearization Kalman Filter) (片山 1969; Sunahara 1970)、また 1970年代初めのガウス和拡張カルマンフィルタ (Gaussian Sum Extended Kalman Filter) など種々の近似非線形フィルタが発表されてきた。その後やや理論的研究が停滞した時期もあったが、1990年代に入り航空宇宙分野ではブートストラップフィルタ (Bootstrap Filter)、統計学分野では北川 (1993) によってモンテカルロフィルタ (Monte Carlo Filter) が発表された。(現在ではブートストラップフィルタとモンテカルロフィルタは共に粒子フィルタ (Particle Filter) と呼ばれている。) さらに、ロボティクス分野では Unscented カルマンフィルタ (Unscented Kalman Filter)、気象学分野ではアンサンブルカルマンフィルタ (Ensemble Kalman Filter) といった実用的な非線形フィルタが次々と発表され、非線形フィルタ問題は再び多くの研究者の注目するトピックスとなった。

また 2000年 Ito & Xiong (米国) によって、観測データに基づく状態ベクトルの条件つき確率分布を正規分布と仮定するガウシアンフィルタ (Gaussian Filter) という非線形フィルタの一般形が発表されるにおよび、各種非線形フィルタを統一的にガウシアンフィルタの立場から解釈することが可能となった。このような研究に触発されて、代表者は近年の非線形フィルタの発展を紹介する図書『非線形カルマンフィルタ』(朝倉, 2011年 11月) を刊行した。他方、共同研究者も学生時代から等価線形化手法に精通しており、最近では GPS/INS 複合航法アルゴリズムへの応用を目的とした等価線形化フィルタの研究を行い、実用的な非線形フィルタのアルゴリズムを得ている。また『GPS ハンドブック』(朝倉, 2009) を編集し、GPS 信号処理の普及に貢献している。このように、本研究の背景には統計的等価線形化法に関する代表者と分担者のそれぞれ 40 年近い研究の歴史があり、共通のバックグラウンドを生かした研究テーマを設定した。

### 2. 研究の目的

本研究では、拡張カルマンフィルタ (EKF) および Unscented カルマンフィルタ (UKF) を等価線形化カルマンフィルタ (EqKF) の立場から統一的に再考察する。また観測データに基づく状態ベクトルの条件つき確率分布がガウス分布であるという仮定をガウス和分布に一般化して等価線形化カルマンフィルタの統一的な構成方法を提案する。より具体的には、(1) 各種非線形フィルタの特

徴と相互の関連性を明らかにして、(2) わが国で古い歴史のある等価線形化カルマンフィルタに光を当て、(3) ガウス和フィルタを応用した GPS 信号処理の新しいアルゴリズムを提案する。さらに、(4) 連続離散ガウシアンフィルタ、連続離散等価線形化カルマンフィルタを提案することによって非線形フィルタ理論の新たな展開を図ることを目的とする。

### 3. 研究の方法

(1) 観測方程式が 3 次式 ( $y=x^3$ ) で与えられる離散時間 3 次センサー問題を取り上げ、代表的な非線形フィルタ EKF, UKF, EqKF の相互関係とそれぞれの特徴を等価線形化フィルタおよびガウシアンフィルタの立場から考察する。

(2) 状態ベクトルの条件つき確率分布をガウス和と仮定して、条件つき期待値の計算にガウスエルミート積分公式を利用した新たなガウス和等価線形化カルマンフィルタを導出する。さらに、このフィルタを GPS/INS 複合航法に応用して理論的および実験的にその精度を検討する。(3) システムが確率微分方程式で表される連続離散非線形フィルタリングに関して、ホイン法による数値解法を援用した時間更新アルゴリズムを導き、シミュレーションによりその有効性を検討する。

### 4. 研究成果

(1) システムが連続時間で表され、状態に関する観測値が離散時間的に得られる連続離散非線形フィルタに関して、非線形関数の微分にかわる差分商近似を用いた新たな連続離散非線形フィルタを提案し、ホイン法に基づくシミュレーションによって、推定精度が従来の拡張カルマンフィルタに比べて向上したことを確認した。この結果により、この論文は平成 25 年度システム制御情報学会論文賞を受賞した。

(2) 3 次センサー問題に対して、等価線形化カルマンフィルタ (EqKF) を導出して、ガウシアンフィルタ (GF) および拡張カルマンフィルタ (EKF) との詳しい比較検討を行い、EqKF の時間更新共分散行列は GF のものに近く、UKF は EqKF と GF の中間に位置する方法であること、また EKF と EqKF は基本的に異なるアルゴリズムであることを示した。これにより、各種非線形フィルタの相互関係の一端を明らかにすることができた。この結果は、2013 年 7 月チューリッヒ (スイス) で開催されたヨーロッパ制御会議 ECC2013 で発表した。

(3) 連続離散等価線形化カルマンフィルタ (CD-EqKF) および連続離散ガウシアンフィルタ (CD-GF) を新たに導き、両フィルタの時間更新式はまったく同じであり、両者の違いは観測更新式にあることを示した。これら新しい連続離散フィルタの性能が連続離散拡張カルマンフィルタより優れていることを連続離散 2 次 AR モデルに対

するホイン法に基づくシミュレーションにより確認した。この結果は、2014年8月ケープタウン(南アフリカ)で開催されるIFAC世界大会で発表する予定である。

(4)これは上記(3)の研究の過程における副産物である。非線形要素と線形要素がブロック的に結合したブロック非線形システムがガウス定常過程を入力とするとき、その入出力相互共分散関数は等価ゲインを用いて厳密に評価できることを再発見した。この結果はすでに相関法による非線形システムの同定に用いられているが、ここでは等価線形化法がブロック非線形システムの部分空間同定にも有効であることを示すことができた。これは、非線形部分空間同定法の新しい展開を示唆しており、現在新たな研究の準備を行っている。

(5)衛星測位システム(GNSS; Global Navigation Satellite Systems)における相対測位アルゴリズムでは、整数値バイアスとよばれる整数値の推定が測位精度の向上には必要不可欠である。ここでは、2重位相の測定値にガウス和等価線形化フィルタを適用することにより、整数値の推定精度が大きく向上することを示した。

(6)等価線形化法では条件つき確率分布をガウス分布と仮定しているが、ここでは条件つき分布をガウス和分布と仮定して、より推定精度の高い非線形フィルタの導出に成功した。等価ゲインの計算には条件つき期待値の計算が必要となるが、従来からほとんどの場合は多項式タイプの非線形要素にその応用が限定されていたが、ガウスエルミート積分公式を援用して任意の非線形要素に対する等価ゲインが計算できるようになり、等価線形化ガウス和フィルタの適用範囲が格段に広がった。シミュレーションによって、等価線形化カルマンフィルタに比べて計算量がやや増加するが、推定精度が向上することを指摘した。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

S. Sugimoto, Y. Kubo and M. Ohashi: Further Investigation of a Gaussian Sum Filter based on Stochastic Equivalent Linearization, Transactions of The Institute of Systems, Control and Information Engineers, 査読:有, 巻:26, 発行年:2013, ページ:415-424

竹野倫彰, 片山徹: 非線形関数に対する差分商近似を用いた連続離散非線形フィルタについて, システム制御情報学会論文誌, 査読:有, 巻:25, 発行年:2012, ページ:84-93

[学会発表](計9件)

M. Ohashi, K. Nishimoto, Y. Kubo and S. Sugimoto: Regional Ionospheric VTEC Estimation applied by Spherical Cap Harmonic Analysis and Kalman Filter, 45<sup>th</sup> ISCIE Symposium on Stochastic Systems Theory and its Applications, 2013年11月1日, University of the Ryukyus (沖縄県)

T. Katayama: On General Form of Gaussian Sum Filter, 45<sup>th</sup> ISCIE Symposium on Stochastic Systems Theory and its Applications, 2013年11月1日, University of the Ryukyus (沖縄県)

T. Katayama: Equivalent Linearization Kalman Filter with Application to Cubic Sensor Problems, 2013 European Control Conference, 2013年7月18日, チューリッヒ(スイス)

田中将太, 鈴木雄太, 久保幸弘, 杉本末雄: 広域補強システムのGNSS精密単独測位への応用と測位精度の検証, 第57回システム制御情報学会研究発表講演会, 2013年5月15日, 兵庫県民会館(兵庫県)

T. Katayama: Equivalent Linearization Kalman Filter – Revisited, 44<sup>th</sup> ISCIE Symposium on Stochastic Systems Theory and its Applications, 2012年11月1日, Kokusikan University (東京都)

Y. Kubo, K. Ohta, Y. Ikebuchi and S. Sugimoto: Carrier Phase based GNSS Positioning with Ambiguity Resolution using Gaussian Sum Filter, 44<sup>th</sup> ISCIE Symposium on Stochastic Systems Theory and its Applications, 2012年11月1日, Kokusikan University (東京都)

M. Takeno and T. Katayama: On the Continuous-discrete Nonlinear Filter by using Divided Difference Approximations, 16<sup>th</sup> IFAC System Identification Symposium, 2012年7月12日, ブリュッセル(ベルギー)

池淵嘉裕, 松永悠, 太田晃司, 久保幸弘, 杉本末雄: GPS測位におけるガウス和フィルタを用いた異常検出とその有用性について, 56回システム制御情報学会研究発表講演会, 2012年5月21日, 京都テルサ(京都府)

北村真幸, 竹原省吾, 岡本泰輔, 久保幸弘, 杉本末雄: INS/GNSS複合航法における非線形フィルタの適用方法および精度比較, 56回システム制御情報学会研究発表講演会, 2012年5月21日, 京都テルサ(京都府)

[図書](計0件)

[産業財産権]

出願状況(計0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況（計0件）

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

#### 6. 研究組織

##### (1)研究代表者

片山 徹 (KATAYAMA TOHRU)  
立命館大学・理工学部・教授  
研究者番号：40026175

##### (2)研究分担者

杉本末雄 (SUGIMOTO SUEO)  
立命館大学・理工学部・教授  
研究者番号：70093424

##### (3)連携研究者

( )

研究者番号：