

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 5 月 22 日現在

機関番号：14401

研究種目：若手研究(A)

研究期間：2012～2016

課題番号：24684006

研究課題名(和文) 数理ファイナンスにおける漸近分布論の展開

研究課題名(英文) Asymptotic distribution theory for mathematical finance

研究代表者

深澤 正彰 (Fukasawa, Masaaki)

大阪大学・基礎工学研究科・教授

研究者番号：70506451

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 6,800,000円

研究成果の概要(和文)：確率過程の漸近分布論を数理ファイナンスの諸問題に応用して、陽に解けない問題に近似的解析解を与えた。例えば取引費用制約の下での最適ヘッジ問題に取り組み、取引費用で相対化したヘッジ誤差を漸近的に最小化する離散ヘッジ戦略や、ヘッジ誤差漸近分散の下限を達成する連続ヘッジ戦略を陽に構成した。これらの結果は確率積分の近似理論を発展させるものである。また金融資産価格のモデルとして用いられる確率過程の短時間局所分布の漸近展開・誤差評価を行い、特に非整数ブラウン運動を用いたモデルが、オプション市場価格の期間構造と整合的であることを示した。

研究成果の概要(英文)：We extend asymptotic distribution theory of stochastic processes to find explicit solutions to problems in mathematical finance. They include optimal hedging problem under transaction costs, for which we constructed explicit hedging strategies minimizing relative asymptotic hedging error or asymptotic error variance. These results can be seen as developments in approximation theory of stochastic integrals. We studied also small-time asymptotics of stochastic processes which are models for financial asset prices. We derived and validated an asymptotic expansion of marginal distribution to show in particular that models with fractional Brownian motion explain the term structure of option price data.

研究分野：確率解析

キーワード：数理ファイナンス

1. 研究開始当初の背景

数理ファイナンスでは、現実の金融システムにおける課題に対応するために、常に解決すべき新しい数学的問題がある。金融システムはますます複雑になる一方、高速化や安定性への需要も強まり、近年では計算コストが高い厳密解より、解析的近似解を得る方法論に注目が高まって来た。

2. 研究の目的

本研究では、数理ファイナンスの諸問題を踏まえて、確率過程の漸近分布論を発展させ、金融実務における実際的な問題に適用可能な理論を構築することを目的とした。

3. 研究の方法

- 1) 取引費用制約下での最適ヘッジ問題を、確率積分の近似理論の枠組みで捉えて、安定収束の理論などを応用して解析を行った。
- 2) 価格付けボラティリティの調節によって、ボラティリティ不確実性と取引費用という二つの問題を、漸近的な意味で同時に解決できるアプローチに注目した。
- 3) 弱い正則性の下で短時間漸近挙動を解析するために、偏微分方程式の摂動理論の応用や、フーリエ変換を用いる方法など複数のアプローチを試みた。
- 4) 国際ワークショップ、セミナーの開催及び海外短期滞在を通して、国内外の関連分野研究者と頻りに情報交換を行った。

4. 研究成果

- 1) 取引費用に対して相対化した離散ヘッジ誤差の漸近下界を導出し、さらにその下界を達成するという意味で、最適なヘッジ戦略の構成に成功した。このヘッジ戦略が指数効用最大化問題の漸近的な解となっていることも示した。これは確率積分の離散化誤差に関する新しい数学的成果である。この証明の過程で、一般の確率変数のモーメントに関する新しい不等式を発見した。
- 2) ボラティリティ不確実性の下で安定してヘッジできる金融デリバティブの新しいクラスを導入し、確率過程分布の摂動展開理論を応用して、モデルに依存しない、オプション価格の要約統計量を構成した。
- 3) 資産収益率の情報を利用した、漸近的な意味での最適ヘッジ戦略を構成した。
- 4) 価格付けボラティリティを調節した Leland 型戦略のクラスに対して、ヘッジ誤差中心極限定理を証明した。さらにその漸近分散の下限を求めることに成功し、この下限を達成するという意味で最適なヘッジ戦略を陽に構成した。

- 5) 非整数ブラウン運動を含む、広いクラスの資産価格モデルに対して、短時間局所分布の漸近展開を導出・誤差評価を行い、とくに非整数ブラウン運動によるモデリングの市場データとの整合性を解析的に示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

[1] M. Fukasawa, “Efficient discretization of stochastic integrals”, *Finance Stoch.*, 18 (2014), 175-208.

[2] M. Fukasawa, “Volatility derivatives and model-free implied leverage”, *International J. Theoret. Appl. Finance*, 17 (2014), no.1, 1450002.

[3] J. Cai, M. Fukasawa, M. Rosenbaum, and P. Tankov, “Optimal discretization of hedging strategies with directional views”, *SIAM J. Finan. Math.*, 7 (2016), 34-69.

[4] J. Cai and M. Fukasawa, “Asymptotic replication with modified volatility under small transaction costs”, *Finance Stoch.*, 20 (2016), 381-431.

[5] M. Fukasawa, “Short-time at-the-money skew and rough fractional volatility”, *Quant. Finance.*, 17 (2017), 189-198.

[学会発表] (計 13 件)

[1] M. Fukasawa, “Efficient discretization of stochastic integrals”, *The 8th World Congress in Probability and Statistics, Istanbul, 2012* (招待講演).

[2] M. Fukasawa, “Effective discretization

of SDE”, Statistical Analysis and Related Topics: Theory, Methodology and Data Analysis 2012, Tokyo, 2012 (招待講演).

[3] M. Fukasawa, “Efficient discretization of stochastic integrals”, Winter Workshop on Finance 2013, Sapporo, 2013 (招待講演).

[4] M. Fukasawa, “Effective discretization of stochastic differential equations”, Asymptotical Statistics of Stochastic Processes IX, Le Mans, 2013 (招待講演).

[5] M. Fukasawa, “Linear regression of drift in continuous semimartingale models”, The 59th ISI World Statistics Congress, Hong Kong, 2013 (招待講演).

[6] M. Fukasawa, “Whittle likelihood for high frequency data”, Bachlier Colloquim 2014, Metabief, 2014 (招待講演).

[7] M. Fukasawa, “Volatility derivatives and model-free implied leverage”, Winter Workshop on Finance 2014, Sapporo, 2014 (招待講演).

[8] 深澤正彰, “高頻度データに対する Whittle 尤度”, 日本数学会(学習院大学), 2014 (特別講演).

[9] M. Fukasawa, “Asymptotic replication with modified volatility under small transaction costs”, Winter Workshop on Finance 2016, Sapporo, 2016 (招待講演).

[10] M. Fukasawa, “Hedging under endogenous permanent market impacts: a utility indifference approach”, The 4th Asian Quantitative Finance Conference, Osaka, 2016 (招待講演).

[11] M. Fukasawa, “Hedging under endogenous market impact”, At the Frontiers of Quantitative Finance, Edinburgh, 2016 (招待講演).

[12] M. Fukasawa, “Volatility derivatives and model-free implied leverage”, International Conference on Monte Carlo techniques, Paris, 2016 (招待講演).

[13] M. Fukasawa, “At-the-money short term asymptotics for stochastic volatility models”, Advances in Financial Mathematics, Paris, 2017 (招待講演).

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]

ホームページ等

<http://www.sigmath.es.osaka-u.ac.jp/~fukawasaki/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

深澤正彰 (FUKASAWA, Masaaki)

大阪大学・大学院基礎工学研究科・教授

研究者番号： **70506451**

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：

(4) 研究協力者

()