

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 14 日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2014

課題番号：24700012

研究課題名(和文) TT-liftingによる計算効果の分析

研究課題名(英文) Reasoning about computational effects by TT-lifting

研究代表者

勝股 審也 (Katsumata, Shiin-ya)

京都大学・数理解析研究所・助教

研究者番号：30378963

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：表示的意味論ではプログラムの多様な振る舞いを統一的に扱うためにモナドがしばしば用いられる。そのような表示的意味論の持つ性質を調べる数学的道具として、研究代表者は以前、意味論的TT-liftingを導入した。本研究ではこれを応用し、1. エフェクトシステムの表示的意味論におけるエフェクト健全性の一般的な証明と、2. モナド上の前順序の構成と特徴づけを与えた。また、TT-liftingをより一般的な圏論的状况で用いることができるよう拡張した。

研究成果の概要(英文)：In the denotational semantics of programming languages, monads are a widely used mathematical structure to give a unified model of various kinds of side-effects. Previously, Katsumata introduced the semantic TT-lifting as a mathematical tool to study the properties of monadic semantics of programming languages. In this research, we apply the semantic TT-lifting 1) to show a generic effect soundness in the denotational semantics of general effect systems, and 2) to give a construction and a characterisation of preorders on monads. We also extend the semantic TT-lifting so that it works with wider categorical situations.

研究分野：プログラミング言語の意味論

キーワード：モナド 論理関係 表示的意味論 エフェクトシステム ファイブレーション 余代数

1. 研究開始当初の背景

プログラムは、その計算の過程において、記憶領域の更新、外部との入出力、例外処理といった様々な振る舞いをする。これらの振る舞いを計算の過程で起こる効果という意味で以下**計算効果**と呼ぶことにする。計算効果には上に挙げたものの他、非決定的な計算、確率的な計算、並行プロセス間の通信など、非常に多くの種類が存在する。

これらの多様な計算効果を統一的にモデル化する枠組みとして、1980年代の終わり頃、Moggi は圏論に由来する数学的構造である**モナド**を用いることを提案した。この提案は後にプログラミング言語の表示的意味論において計算効果を扱うための標準的な手法となった。

研究代表者は以前、**意味論的 TT-lifting** と呼ばれるモナドのための**論理関係**を構成する方法を提案した。これは Lindley と Stark らが導入した leapfrog method と呼ばれる手法を圏論的に定式化したものである。論理関係はもともとラムダ計算のモデルの性質を調べるための数学的手法として広く用いられてきたことから、意味論的 TT-lifting はモナドによってモデル化された計算効果の性質を調べる上で有用な手法となる事を予測した。

2. 研究の目的

意味論的 TT-lifting は大きなクラスのパラメータを取り、これを変えることで様々な論理関係を構成できるのが特徴である。この柔軟性こそが、多様な計算効果を分析する上で重要な鍵である。プログラミング言語の操作的意味論の研究において biorthogonality や TT-閉包といった、意味論的 TT-lifting の元となった技法が頻繁に用いられ、様々な成果を挙げている。これと平行して、意味論的 TT-lifting は表示的意味論に豊かな成果をもたらすであろうと予想し、TT-lifting によって計算効果の性質のさらなる分析と理解に貢献することを目指した。

3. 研究の方法

上述の研究目的に合致する以下のプロジェクトを計画した。

(1) 一般的なエフェクトシステムの設計とその表示的意味論の考察

エフェクトシステムとは、プログラムが引き起こす計算効果を見積もるように型付きラムダ計算を拡張したものであり、最適化やプログラム検証に応用されている。このプロジェクトではモナドが幅広く計算効果を捉えられる事をふまえ、計

算効果を限定しない一般的なエフェクトシステムを設計し、その表示的意味論を与え、そして、この表示的意味論の健全性を TT-lifting を応用して一般性を損なわずに示すことを計画した。

(2) TT-lifting の余代数への応用

状態遷移系を圏論的に扱う余代数の分野では、様相演算子及び(双)模倣関係の定義において述語の圏および関係の圏からのファイブレーションに沿った余代数関手の持ち上げを用いることがある。余代数関手はモナドの関手部分を含むことがあるため、モナドの持ち上げ問題は余代数関手の持ち上げ問題の重要な部分となっている。このプロジェクトはこの問題に対して TT-lifting を適用するものである。余代数で扱われる圏はプログラム意味論で扱われる圏とは性質が異なり、TT-lifting が適用できない場合があるため、そのような状況でのモナドの持ち上げが可能かどうかを検討する。

4. 研究成果

- (1) 一般的なエフェクトシステムの設計とその表示的意味論に関する研究を行った。プログラミング言語の表示的意味論を与えるには、言語と圏論の間の良く知られた対応関係(Curry-Howard-Lambek 対応)に従い、言語の持つ構造に対応した圏論的構造を特定するのが自然である。本研究ではエフェクトシステムの特徴的な部分に対応する圏論的構造を「半順序モノイドから自己関手のなすモノイダル圏へのモノイダル関手」として特定した。以降この構造をパラメトリックエフェクトモナド(PEM)と呼ぶ。

エフェクトの観測と呼ばれる初等的なデータの組み合わせから PEM を構成する方法を与え、これを用いて PEM の具体例をいくつか構成した。この構成方法の特徴は、モナドとそれらの間の射という良く知られたデータから、エフェクトの定義とそれに付随する PEM の両方を同時に導くことができる点にある。PEM を手で構成するのはモナドを構成するよりも煩雑な作業になりがちだが、この構成方法を用いれば多くの具体例を簡単に構成することが可能となる。PEM に対する論理関係の定義を TT-lifting を拡張することで導き、これをエフェクトシステムのエフェクト健全性の一般的な証明に応用した。エフェクト健全性とは、エフェクトシステムが見積もった計算効果が、実際にプログラムを実行した時に起こる計算効果を捉えている事を意味する。

これらの研究成果をまとめた論文は

Principles of Programming Languages 2014 に採択された。

- (2) 京都大学数理解析研究所博士後期課程の佐藤哲也氏と共同で、モナド上の前順序に関する研究を行った。モナド上の前順序とはモナドの Kleisli 圏に前順序豊饒化を与える構造である。我々は TT-lifting がモナド上の前順序の構成に応用できること、そしてこの構成の普遍性を用いてモナド上の前順序全体が射影的極限となることを示した。モナド上の前順序は自然な構造であり、実例も豊富に存在するが、それらを系統的に構成し、定性的に調べる研究は皆無であった。本研究はそのような状況に一石を投じるものである。本研究の成果をまとめた論文は 2013 年 3 月、ローマで開催された国際会議 Foundations of Software Science and Computation Structures 2013 に採択された。
- (3) 京都大学数理解析研究所博士後期課程の佐藤哲也氏と共同で、TT-lifting の一般化について研究した。TT-lifting は「閉構造を保つファイブレーション」に沿ってモナドを持ち上げる圏論的技法であり、そのようなファイブレーションは型付き計算の論理関係を圏論的に定式化する際にしばしば現れるが、一方でファイブレーションが閉構造を保たない場合には適用できないという限界があった。特に余代数の分野では閉構造を持たない圏も扱うため、TT-lifting を適用できない状況が存在していた。
- このような状況をふまえ、「閉構造を用いない TT-lifting」を開発した。TT-lifting は継続モナドの持ち上げを標準的なモナド射 (Haskell の bind に相当) で引き戻すという手順を踏む。この手順において、継続モナドを **余稠密モナド** で置き換え、ファイブレーションが閉構造の代わりに右 Kan 拡張を保つと仮定した。この状況でも bind の類似物が存在し、これで余稠密モナドを引き戻すことでモナドの持ち上げが得られることが分かった。これを **余稠密持ち上げ** と呼ぶことにする。余稠密持ち上げは適切にパラメータを選ぶことでモナドの任意の持ち上げを導くことが可能である。また余稠密持ち上げは集合の圏上のモナドを位相空間や可測空間の圏に持ち上げることができ (TT-lifting では不可能であった)、その例をべき集合モナドで計算した。本研究の成果をまとめた論文は Algebra and Coalgebra in Computer Science 2015 に採択された。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 4 件)

1. Shin-ya Katsumata and Tetsuya Sato. Codensity Liftings of Monads. 査読有. To appear in Proc. CALCO '15.
2. Shin-ya Katsumata. Parametric Effect Monads and Semantics of Effect Systems. 査読有. In Proc. POPL '14, pp. 633-645, ACM, 2014. DOI: 10.1145/2535838.2535846
3. Shin-ya Katsumata and Tetsuya Sato. Preorders on Monads and Coalgebraic Simulations. 査読有. In Proc. FoSSaCS '13, LNCS 7794, pp.145-160. DOI: 10.1007/978-3-642-37075-5_10
4. Shin-ya Katsumata. Relating computational effects by TT-lifting. 査読有. In Inform. and Comput. (Special issue on ICALP 2011), Volume 222, pp. 228-246, 2013. DOI: 10.1016/j.ic.2012.10.014

[学会発表](計 8 件)

1. 勝股 審也. ファイブレーションと余稠密モナドによるモナドの持ち上げ, 理論計算機科学と圏論ワークショップ CSCAT 2015, 鹿児島大学 (鹿児島), 15 Mar, 2015.
2. 勝股 審也. Parametric Effect Monads and Semantics of Effect Systems (トップカンファレンス特別講演). 日本ソフトウェア科学会大会代 31 回大会, 名古屋大学 (名古屋), 9 Sep, 2014.
3. Shin-ya Katsumata. Relating Computational Effects by TT-Lifting (招待講演). The twelfth International Symposium on Functional and Logic Programming FLOPS 2014, 石川県立美術館 (金沢), Japan, 6 June, 2014.
4. Shin-ya Katsumata. Logical Relations for Monads and Categorical TT-Lifting (招待講演). Mathematically Structured Functional Programming, Grenoble (France), 12 Apr, 2014.
5. 勝股 審也. Parametric Effect Monads and Semantics of Effect Systems. プログラミング及びプログラミング言語ワークショップ, 阿蘇の司 ビラパークホテル (熊本), 6 Mar, 2014.
6. Shin-ya Katsumata. Parametric Effect Monads and Semantics of Effect

Systems. The 41th Symposium on Principles of Programming Languages POPL 2014, San Diego (United States), 24 Jan, 2014.

7. Shin-ya Katsumata. Relating Computational Effects by TT-Lifting (招待講演). Tallinn (Estonia), 21 Nov, 2013.
8. Shin-ya Katsumata. A Generic Soundness Result for Effect Systems (ポスター). Asian Symposium on Programming Languages and Systems, 京都国際交流会館 (京都), 12 Dec, 2012.

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~sinya>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

勝股 審也 (Katsumata, Shin-ya)

京都大学数理解析研究所 助教

研究者番号：30378963

(4) 研究協力者

佐藤 哲也 (Sato, Tetsuya)