

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 16 日現在

機関番号：32689

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2013

課題番号：24730177

研究課題名(和文) 安定的かつ耐戦略的なマッチング・メカニズム設計問題の分析

研究課題名(英文) Stability and strategy-proofness in matching problems

研究代表者

赤星 立 (Akahoshi, Takashi)

早稲田大学・理工学術院・助手

研究者番号：30609219

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,100,000円、(間接経費) 330,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、安定性および耐戦略性の観点から、マッチング・メカニズム設計問題について考察した。まず、1対1マッチングと呼ばれるクラスの問題において、片側のプレイヤーの選好集合が制限されている環境を考察し、安定的かつ耐戦略的なメカニズムが存在するための必要十分条件を与えた。次に、多対1マッチング問題で、安定マッチングが一意的に存在するための必要十分条件について考察した。本研究では、片側のプレイヤーの選考プロファイルについての条件と、定員ベクトルについての条件という2つのタイプの必要十分条件を提示した。

研究成果の概要(英文)：We consider problems of matching mechanism design from the viewpoint of stability and strategy-proofness. The first research studies one-to-one matching problems and analyze conditions on preference domains that admit the existence of stable and strategy-proof rules. We introduce the notion of the no-detour condition (NDC), and show that under this condition, there is a stable and group strategy-proof rule. We also show that under the assumption that the preference domain for the agents on one side is unrestricted, if there is a stable and strategy-proof rule, then the NDC is satisfied. The second research studies many-to-one matching problems with responsive preferences where unacceptable agents may exist on both sides and explore conditions for the core to be a singleton. We investigate two types of necessary and sufficient conditions for that. One is a condition on the preferences of the colleges, called acyclicity and the other is a condition on the capacities of the colleges.

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・理論経済学

キーワード：マッチング マーケット・デザイン メカニズム・デザイン 安定性 耐戦略性 ゲーム理論

1. 研究開始当初の背景

マッチング問題の典型例は、大学入学者選抜問題や労働市場におけるジョブマッチング等として解釈される。ここでは主に大学入学者選抜市場を念頭に置いて考えて行きたい。この市場においては、学生と大学という2つのグループおよび各大学が受け入れることの出来る学生定員および大学と学生の選好が与えられた環境で、各大学がどの学生たちを受け入れるのかを研究する。選抜は学生および大学(学生と大学を総称してプレイヤーと呼ぶ)が持つ選好に基づいて行われるが、学生の持つ選好はすべての大学及び大学に行かないという選択肢を好ましい順に並べたものである。また、大学の選好は、入学させる複数の学生をグループとして捉えた上で、これらのグループに対する好ましさを順序付けたものである。本研究では学生と大学の集合及び各大学の定員数を与えられたものとして固定して考える。その時に、各プレイヤーの選好の組(これを「選好プロファイル」と言うこともある)を単に「問題」という。「マッチング」とは、各問題においてどの学校とどの学生たちがマッチするかを指定する写像のことである。マッチングがこの問題における資源配分を意味している。「メカニズム」とは、各問題の集合(これを「ドメイン」と呼ぶこともある)からマッチングの集合への写像であり、各問題に対して一つのマッチングを対応させるものである。メカニズム設計問題とは、制度設計者等が何らかの意味で「望ましい」と考えられる諸条件を満たすメカニズムが存在するか否か、そして存在する場合その具体的な形(関数型)はどのようなものかを求める研究課題である。

マッチング・メカニズム設計問題で中心的な役割を果たしてきた条件は、「安定性」と「耐戦略性」の2つである。大学入学者選抜問題に即して言えば、マッチングが安定的であるとは、そのマッチングにおいて、(i)全ての学生は大学に行かないよりも現在の大学が好ましく、どの大学にもその大学にとって入学させない方がマシな学生はいない(個人合理性)、(ii)学生 a にとって現在の大学より好ましい別の大学 A が存在したとしても、大学 A は現在確保している学生のうち一人を学生 a と入れ替えたいと望まない、(iii)大学 X にとって現在確保している学生の一人をある学生 y で置き換えた方が望ましいとしても、学生 y にとっては現在の大学の方が大学 X よりも好ましい、ことを意味している。すなわち、安定性とは、与えられた選好プロファイルの下で、現在のマッチングを破綻させようとする動機をどのプレイヤーも持たないという意味での安定性が成立している状態である。任意の問題に対して、このような安定的マッチングを指定するメカニズムを「安定的なメカニズム」という。また耐戦略的なメカニズムとは、各プレイヤーが真の選好と異なる選

好を表明することで恣意的に結果を歪める誘因を持たないメカニズムのことである。

もし安定性を満たさないメカニズムが成立し、それが安定的でない(不安定な)マッチングを指定してしまうと、このメカニズムが指定するマッチングは必ずしも持続可能なものでなくなってしまうので、そうした制度の運用を継続的に行うのは難しくなってしまうだろう。また、メカニズムが耐戦略性を満たさない場合、個々のプレイヤーの戦略的に操作によって結果が歪められてしまい、達成したい結果を得ることが難しくなってしまう。したがって、これらの2つの性質を持つメカニズムを用いることが重要なのである。

この2つの性質に関して、Roth (1982, Mathematics of Operations Research) は、すべての選好プロファイル(問題)をドメインとするメカニズムで、これら2つの性質を同時に満たすものは存在しないという不可能性定理を示した。すなわち、「すべての問題を含む」という非常に大きなドメインでは、安定的なメカニズムがもたらすマッチングは、必ずプレイヤーによって戦略的な振る舞いによって恣意的に歪められてしまう余地があることになる。こうして、非常に広いドメインにおける安定的かつ耐戦略的なメカニズムの設計問題は否定的に解決されたわけである。

しかし、より現実性の高いマッチング市場において Roth (1982) が出した否定的結論はどのように解釈されるべきなのだろうか。メカニズムのドメイン(定義域)をあらゆる問題とした Roth の設定は、必ずしも現実的ではないかもしれない。例えば大学入試を考えると、学生の大学に対する選好がある程度似通っている事を我々は経験上知っている。つまり、多数の大学に対して受験生や一般市民が抱く評価(ランキングなど)は、細部の異動はあっても全般的には似通っているものと考えられる。また労働市場におけるジョブマッチング(これもまた1対多マッチングの代表例である)においても、例えば大学生の就職活動における人気企業ランキング等に一定の傾向がある事などから考えて、学生の各企業に対する選好はある程度似通っている可能性が高い。このように、現実のマッチング市場を考えた場合には、プレイヤーの選好がある程度似ている、つまりメカニズムのドメインがある程度制限されていると仮定することに格別の問題がない場合も多いと思われる。こうした可能性を考慮すると、ドメインを限った場合に、安定性と耐戦略性の両立可能性について再度考察する意義があると思われる。

2. 研究の目的

本研究ではマッチング・メカニズムの設計問題について考察する。既に述べたように、

この問題の中心的役割を担ってきたのは「安定性」及び「耐戦略性」と呼ばれる2つの性質であるが、マッチング問題全体をドメインとした場合に、これらの2つを同時に満たすメカニズムは存在しないことが知られている。(1)そこで、本研究では、これらを満たすメカニズムが存在するドメインの必要十分条件を与えることを目的とする。(2)また、それらの条件を満たすメカニズムの具体的な形も明らかにする。

3. 研究の方法

本研究は理論研究であり、数学的に厳密に証明をしていく方法をとる。まずは市場の片側のプレイヤーの選好集合を制限したドメインについて考えることから始める。経験上、必要性よりも十分性を満たす条件の方が比較的作りやすいため、まずは、所望のメカニズムが存在するための十分条件を作ることから始める。それらの候補のうち必要十分条件となるものが見つければ、前項(1)の目的は達成される。この環境では、安定的かつ耐戦略的なメカニズムが存在するならば、それは Gale & Shapley (1962, American Mathematical Monthly)によって提示された DA メカニズムであることが分かっている (Alcalde & Barbera, 1994, Economic Theory) ので、前項 (2) の目的も達成される。

4. 研究成果

得られた研究成果は、次の2本の論文にまとめられた。

(1) "A necessary and sufficient condition for stable matching rules to be strategy-proof"

この論文では、1対1マッチング問題(先に述べた問題のうち、各大学の定員が1であるような問題のこと。こうしたクラスの問題は、通常「結婚問題」と呼ばれる。)において、安定的かつ耐戦略的なメカニズムが存在するための必要十分条件について考察した。まず NDC (No Detour Condition) というドメイン条件が所望の条件であることを示した。この条件は市場の片側(選好集合が制限された側)のプレイヤーの選好集合の直積集合上に定義された条件であるが、耐戦略的なメカニズムの存在を保証するための条件としては、各プレイヤーの選好集合上の条件であることが望ましい。そこでさらに NDC を修正し、INDC (Individual No Detour Condition) という条件を提示し、選好集合が制限された側のプレイヤーたちが同じ選好集合を持つという仮定のもとでは、(選好集合が制限された側の)各プレイヤーの選好集合が INDC を満たすことが、安定的かつ耐戦略的なメカニズムが存在するための必要十分条件であることを示した。

(2) "Singleton core in many-to-one matching problems"

この論文では、安定マッチングが一意的に定まるための必要十分条件について考察した。その理由は、安定マッチングの一意性と耐戦略的なメカニズムの存在は大いに関係していることが知られているからである。まず、1対1マッチング問題では、ドメイン上の任意の選好プロファイルに対して安定マッチングが一意的であるならば、安定的かつ耐戦略的なメカニズムは存在する。多対1マッチング問題においては、この性質は一般には成り立たないものの、片側耐戦略性を満たすメカニズムの存在は保証される。すなわち、こうしたメカニズムは、片側(学生側)のプレイヤーにとっては戦略的な操作が不可能なのである。また、Sonmez (1996, Economic Design) は、多対1マッチング問題で、片側(大学側)のプレイヤーの選好に「separability」という性質を仮定したモデルを考え、彼は、各大学の持つ定員が一定数以上であれば、どのような選好組に対しても安定マッチングが一意的であり、また(唯一の)安定メカニズムが耐戦略的であることを示した。

こうした背景を踏まえて、この論文では、多対1マッチング問題で、企業側の選好に対して「感応性(responsiveness)」という伝統的な仮定をおき、安定マッチングが一意的であるための条件について考察し、2つのタイプの必要十分条件を提示した。1つ目は、片側のプレイヤーの選好組についての条件であり、Acyclicity と呼ばれる。2つ目は、大学の定員ベクトルについての条件である。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計1件)

Takashi Akahoshi, "A necessary and sufficient condition for stable matching rules to be strategy-proof" Social Choice and Welfare, 査読有, 掲載決定.
DOI: 10.1007/s00355-014-0803-1

[学会発表](計3件)

赤星立, "Singleton Core in Many-to-one matching problems" 日本経済学会 2014 年春季大会, 2014 年 6 月 14 日, 同志社大学.

Takashi Akahoshi, "Singleton Core in Many-to-one matching problems" CIREQ Montreal Matching Conference, March 22, 2014, Hotel de l'Institut, Montreal, Canada.

Takashi Akahoshi, "A necessary and sufficient condition for stable matching rules to be strategy-proof" The 12th Study for the Advancement of Economic Theory Conference, July 1, 2012, The University of Queensland, Brisbane, Australia.

6 . 研究組織

(1)研究代表者

赤星 立 (Akahoshi, Takashi)

早稲田大学・理工学術院・助手

研究者番号：30609219