

平成 26 年 6 月 17 日現在

機関番号：32689

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2013

課題番号：24740072

研究課題名(和文) Self-similar behaviour in thin film flow

研究課題名(英文) Self-similar behaviour in thin film flow

研究代表者

ボーウェン マーク (Bowen, Mark)

早稲田大学・理工学術院・准教授

研究者番号：30534341

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 700,000円、(間接経費) 210,000円

研究成果の概要(和文)：複数の国を拠点とする研究協力者たちと連携し、我々は、表面張力が引き起こす薄膜流の研究において生じる方程式の(自己相似)特解の同定に関して、目覚ましい進展を達成した。この研究については、多くの国際的学術誌で論文発表を行った。さらに、近い将来投稿される予定の論文も複数存在する。また、複数の国際会議でも口頭発表を行った。

研究成果の概要(英文)：Working with international collaborators, we have made substantial progress into identifying the role of special (self-similar) solutions to equations arising in the study of surface tension driven thin-film flow. This has led to a number of publications in international journals with additional papers to be submitted in the very near future. The research has also been presented at several international meetings.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学 数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：self-similarity thin films parabolic equations high-order

1. 研究開始当初の背景

引力が引き起こす薄膜流を研究するには、通常、二次放物型方程式が必要となる。一方、表面張力が主要な駆動力であるときは、四次非線形自由境界問題が生ずる。放物型偏微分方程式の研究は(ここ日本でも海外でも)二次問題に焦点をあてており、高次放物型問題は目を向けられてこなかった。

薄膜流で観察される興味深い自由表面ダイナミクスは、いわゆる自己相似解によって、しばしば局所的に支配される。もし、その指数を解析的に求めることができたなら、その相似解は第一種に属すると言われる。そうでないものは、第二種相似解と呼ばれる。

薄膜方程式の相似解の研究は、それ自体が重要であるだけでなく、薄膜方程式は高次非線形発展方程式の基本的な例となり、その研究は(例えば、動物の群れ行動や画像処理において生じる)他の高次問題にも適用することができる。

2. 研究の目的

我々は、表面張力によって引き起こされる薄膜流の研究で生じる、非線形高次放物型方程式(とそのシステム)の解のダイナミクスを研究した。我々の目的は、自己相似解が中心的役割を果たす、新しい自由表面現象を理解することであった。結果は、物理的にも数学的にも重要であり、幅広い応用と関係がある。

特に、我々は膜の破裂、穴の閉鎖(focusing)、液体の排出や散布などの、様々な物理的現象を理解するために、モデル方程式の自己相似解を使用した。

3. 研究の方法

複数の国の協力者と連携し、分析的・計算論的アプローチを通して大きな進歩を遂げた。我々は、薄膜の自由表面をシミュレーションするために高度な計算方法を使用した。シミュレーションは、数学的分析を通して得られた結果をサポートするために使われた。

二次放物型方程式の分析において使用される、非常に高度な数学的ツールは、一般的に、より高次の問題には繰り越されない。そのため、我々は研究を進めるために(摂動法などの)形式的手法を使用した。

これらの問題で生じる時間的・空間的スケールの結果として、我々は複数のスケール上で解を求めることができ、大小どちらのスケールダイナミクスをたどっていくことができる、高度な数値的方法を開発した。例えば、膜の破裂の研究において、(破裂に応じて)ゼロまで自由表面を求めるために、局所的 re-gridding を使用し、一方、破裂点から離れたところでは、より荒い grid を使った。現在、我々は、さらにより効率的なコードを得るために、これらの計算結果をどのようにパラレルにすべきについて検討中である。

我々が使った数学的・計算論的手法は非常に一般的なものであり、他の高次放物型問題の結果を得るためにも使用することができる。

4. 研究成果

複数の国の協力者との共同研究によって、我々は(主に、いわゆる薄膜流方程式の解法の研究に基づく)高次放物型方程式における自己相似解の役割の理解について、大きな進歩を遂げた。

英国ノッティンガム大学の J. R. King 教授との研究で、私は(有限時間 extinction の) backwards 相似解の研究を担当し、考えられる作用すべての目録を作成した。この研究は完了したが[1]、(現在執筆中の)薄膜流に焦点を合わせることに對する研究結果の適用についての 2 本目の論文[2]と共に、研究結果の発表を待つことにした。この研究結果は、工業塗料プロセスへの重要な応用性を持っている。

アメリカ合衆国デューク大学の T. P. Witelski 教授との研究では、薄膜方程式の相似解の非一意性を扱い、今後数週間で論文を提出する予定である[3] (論文提出は、主任研究者が今年初めに病気にかかったことで遅れてしまった)。特に、第一種と第二種の相似解群がどのように相互作用するか、そしてこれらのパターンが薄膜 PDE でどのように観察されるかを確認した。

B. Tilley 教授(ウースター工科大学)と私は、マランゴニ圧力を使った薄膜破裂の制御に関する 2 本の論文を発表した[4,5]。1 本目の論文では、薄膜破裂を遅らせる、または加速させるためにサーモキャピラリー圧力がどのように使用できるかを示した。2 本目の論文では、特に、ファンデルワールス力がない場合、破裂を引き起こすためにサーモキャピラリー圧力がどのように使用可能であるかを証明した。かつては、ファンデルワールス力なしには破裂は生じないとされていた。我々はこの研究を ICTAM2012 (中国、北京) the APS DFD Annual Meeting 2012 (アメリカ合衆国、サンディエゴ) そして 2013 年の訪問の際にノッティンガム大学数理科学研究科の Industrial Mathematics Seminar で発表した。現在は、薄膜に関する実験結果は細い噴射孔に引き継ぐことができ、またイン

クジェット印刷に応用することができるということを例証した 3 本目の論文を執筆中である。

これらの結果を得た数学的手法は、例えば動物の群れ行動、画像処理など、他の高次放物型問題に引き継ぐことができる。私は、すでにこれらの方向で研究を開始している。

[1] Backward similarity solutions of the second kind for the thin-film equation, M. Bowen and J. R. King (to be submitted).

[2] The focussing problem for surface tension driven thin films, M. Bowen and J. R. King (in preparation).

[3] Non-uniqueness for second-kind similarity solutions of the thin film equation featuring sign-changes, M. Bowen and T. P. Witelski (in preparation).

[4] Thermally induced van der Waals rupture of thin viscous fluid sheets. Phys. Fluids (2012), 24:032106, M. Bowen and B. Tilley.

[5] On self-similar thermal rupture of thin liquid sheets. Phys. Fluids (2013), 25:102105, M. Bowen and B. Tilley.

[6] Thermocapillary driven rupture of thin fluid jets, M. Bowen and B. Tilley (in preparation).

5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 2 件)

(1) M. Bowen and B. Tilley, On self-similar thermal rupture of thin liquid sheets. Phys. Fluids (2013), 25:102105 (peer-reviewed).

(2) M. Bowen and B. Tilley. Thermally induced van der Waals rupture of thin viscous fluid sheets. Phys. Fluids (2012), 24:03210 (peer-reviewed).

〔学会発表〕(計 3 件)

(1) Industrial Mathematics Seminar,
University of Nottingham, UK,
Self-similar rupture of thin heated
viscous sheets (March 2013), M. Bowen and
B. Tilley.

(2) APS DFD Annual Meeting 2012, San
Diego, Self-similar rupture of thin
heated viscous sheets (November 19th
2012), M. Bowen and B. Tilley.

(3) ICTAM 2012 (中国、北京)、
Self-similar thermally driven rupture of
thin fluid sheets (August 23rd 2012), M.
Bowen and B. Tilley.

〔その他〕

ホームページ等

www.icsep.sci.waseda.ac.jp/faculty/faculty-mark.html

6 . 研究組織

(1)研究代表者

マーク ボーウェン (Mark Bowen)
早稲田大学理工学術院国際教育センター

研究者番号 : 30534341