

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 22 日現在

機関番号：22604

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2014

課題番号：24740085

研究課題名(和文)調和解析の数学一般への応用

研究課題名(英文)Applications of harmonic analysis to mathematics in general

研究代表者

澤野 嘉宏 (Sawano, Yoshihiro)

首都大学東京・理工学研究科・准教授

研究者番号：40532635

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の成果は以下のものに大別される。1．種々の関数空間に属する関数のアトム分解について考察した。2．ベゾフ空間やトリーベル・リゾルキン空間における基本性質として良く知られている命題の証明を与えた。この基本性質は多くの書籍、論文に書かれているが明確な証明は知られていなかった。3．モレー空間とその周辺の種々の関数空間の性質を調べた。4．再生核ヒルベルト空間を用いたディラックのデルタの構成方法を試みた。

研究成果の概要(英文)：We summarize what we obtained in the present research. 1. I proposed many types of atomic decompositions in many function spaces. 2. I proved a fundamental theorem which was folklore. The proof can not be found elsewhere in the literature. 3. I investigated Morrey spaces and related function spaces. 4. I tried to express the Dirac delta in terms of the reproducing kernel Hilbert spaces.

研究分野：調和解析

キーワード：関数空間 再生核 積分作用素

## 1. 研究開始当初の背景

変動指数を備えているルベグ空間の理論は展開されてきたが、その補完をすると期待された変動指数ハーディー空間に関してはよく調べられてはこなかった。そこで、変動指数を備えているハーディー空間の理論を構築することを目的としてきた。多くの関数空間が見つかってきているが、それらの間の相互関係などはあまり明確ではなかった。

## 2. 研究の目的

変動指数ハーディー空間において得られた知見をもとにして種々の関数空間における分割理論を再考察して、関数空間の役割を比較検討することである。また、近年多くの関数空間が見つかったので、それらの関数空間の効用、差異なども調べ有効な関数空間は何かも考察する。

## 3. 研究の方法

関数空間が与えられたときに、巨大極大作用素を用いて見かけが違ふ別の関数空間を考察し、そこでの関数の分割理論を展開する。また、巨大極大作用素を用いて得られる関数空間と元の関数空間が同一であることを確かめる。この手法の顕著な応用例として、偏微分方程式の双線形評価に有効な Olsen 型の不等式が挙げられる。

## 4. 研究成果

本研究の成果は以下のものに大別される。1. 種々の関数空間に属する関数のアトム分解について考察した。2. ベゾフ空間やトリーベル・リゾルキン空間における基本性質として良く知られている命題の証明を与えた。この基本性質は多くの書籍、論文に書かれてい

るが明確な証明は知られていなかった。3. モレー空間とその周辺の種々の関数空間の性質を調べた。4. 再生核ヒルベルト空間を用いたディラックのデルタの構成方法を試みた。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 22 件, すべて査読あり)

1. V. Guliyev, M. Omarova, Y. Sawano, Boundedness of intrinsic square functions and their commutators on generalized weighted Orlicz-Morrey spaces. Banach J. Math. Anal. 9 (2015), no. 2, 44--62.

2. L. Liu, Y. Sawano and D. Yang, Morrey-type Spaces on Gauss Measure Spaces and Boundedness of Singular Integrals, J. Geom. Anal. 24 (2014), no. 2, 1007-1051.

3. Y. Sawano and H. Tanaka, Fatou property of predual Morrey spaces with non-doubling measures, Int. J. Appl. Math. 27 (2014), no. 3, 283-296.

4. Y. Sawano and T. Shimomura, Sobolev embeddings for Riesz potentials of functions in Musielak-Orlicz-Morrey spaces over non-doubling measure spaces, Integral Transforms Spec. Funct. 25 (2014), no. 12, 976-991.

5. Y. Sawano and K. Yabuta, Fractional type Marcinkiewicz integral operators associated to surfaces, J. Inequal. Appl. 2014, 2014:232.

- 6 . E. Nakai and Y. Sawano, Orlicz-Hardy spaces and their duals, *Sci. China Math.* 57 (2014), no. 5, 903-962.
- 7 . M. Izuki, Y. Sawano and Y. Tsutsui, Variable Lebesgue norm estimates for BMO functions. II, *Anal. Math.* 40 (2014), no. 3, 215-230.
- 8 . Y. Sawano, A new Brezis-Gallouet-Wainger inequality from the view-point of the real interpolation functors, *Math. Nachr.* 287 (2014), no. 2-3, 352-358.
- 9 . T. Iida, Y. Sawano and H. Tanaka, Atomic decomposition for Morrey spaces, *Z. Anal. Anwend.* 33 (2014), no. 2, 149-170.
- 10 . Eridani, H. Gunawan, E. Nakai and Y. Sawano Characterizations for the generalized fractional integral operators on Morrey spaces, *Math. Inequal. Appl.* 17 (2014), no. 2, 761-777.
- 11 . A. Ghorbanalizadeh and Y. Sawano, Approximation in Banach space by linear positive operators, *Positivity* 18 (2014), no. 3, 585-594.
- 12 . V. Guliyev and Y. Sawano, Linear and sublinear operators on Generalized Morrey spaces with non-doubling measures, *Publ. Math. Debrecen* 83 (2013), no. 3, 303-327.
- 13 . M. Izuki, E. Nakai and Y. Sawano, Hardy spaces with variable exponent, *RIMS Kokyoroku Bessatsu*, 42 (2013), 109-137.
- 14 . Y. Sawano, S. Sugano and H. Tanaka, A bilinear estimate for commutators of fractional integral operators, *RIMS Kokyoroku Bessatsu*, 43 (2013), 155-170.
- 15 . M. Izuki, E. Nakai and Y. Sawano, Hardy spaces with variable exponent. *RIMS Kokyoroku Bessatsu*, 42 (2013), 109-136
- 16 . Y. Liang, Y. Sawano, T. Ullrich, D. Yang and W. Yuan, A New Framework For Generalized Besov-Type and Triebel-Lizorkin-Type Spaces, *Diss. Math.*, 489 (2013), 114 pp.
- 17 . Y. Komori-Furuya, K. Matsuoka, E. Nakai and Y. Sawano, Applications of Littlewood-Paley theory for B-sigma-Morrey spaces to the boundedness of integral operators, *J. Funct. Spaces Appl.* 2013, Art. ID 859402, 21 pp.
- 18 . Y. Sawano, S. Sugano and H. Tanaka, A note on generalized fractional integral operators on Orlicz-Morrey spaces, *Potential Anal.* 36 (2012), no. 4, 517-556.
- 19 . S. Gala, Y. Sawano and H. Tanaka, A new Beale-Kato-Majda criteria for the 3D magneto-micropolaruid equations in the Orlicz-Morrey space, *Math. Methods Appl. Sci.* 35 (2012), no. 11, 1321-1334.
- 20 . E. Nakai and Y. Sawano, Hardy spaces with variable exponents and generalized Campanato spaces, *J. Funct. Anal.* 262 (2012), no. 9, 3665-3748.
- 21 . Y. Mizuta, E. Nakai, Y. Sawano and T. Shimomura, Gagliardo-Nirenberg

inequality for generalized Riesz potentials of functions in Musielak-Orlicz spaces, Arch. Math. (Basel) 98 (2012), no. 3, 253-263.

22. T. Iida, E. Sato, Y. Sawano and H. Tanaka, Sharp bounds for multilinear fractional integral operators on Morrey type spaces. Positivity 16 (2012), no. 2, 339-358.

〔学会発表〕(計9件)

1. 題目: モレー空間について

開講年月: 2014年8月4日~8日

発表学会: 山形大学集中講義

2. 題目: An introduction of Morrey spaces

開講年月: 2013年11月8日~19日

発表学会: ユーラシア中央大学集中講義

3. 題目: Three remarks on Morrey spaces and related function spaces

発表年月: 2014年7月14日

発表学会: 2nd East Asian Conference in Harmonic analysis and Applications (中国, 牡丹江)

4. 題目: An introduction to function spaces

発表年月: 2014年3月4日

発表学会: 福岡複素解析セミナー (九州大学)

5. 題目: An introduction to function spaces

発表年月: 2014年2月18日

発表学会: 城崎新人セミナー(兵庫県豊岡市)

6. 題目: Morrey spaces for non-doubling

measures

発表年月: 2013年10月26日

発表学会: 1st East Asian Conference in Harmonic analysis and Applications (韓国, ソウル)

7. 題目: An observation on Hardy spaces

発表年月: 2012年11月24日

発表学会: HAAT2012 (首都大学東京)

8. 題目: Hardy spaces with variable exponents

発表年月: 2012年8月27日

発表学会: ザンジャン大学(イラン)

9. 題目: Hardy spaces with variable exponents

発表年月: 2012年8月24日

発表学会: タブリーズ大学(イラン)

〔図書〕(計2件)

1. 澤野嘉宏, 共立出版, 早わかりルベーク積分, 2015年, 200ページ

2. 澤野嘉宏, 共立出版, 早わかりベクトル解析, 2013年, 195ページ

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.comp.tmu.ac.jp/yoshihiro/>

6. 研究組織

(1)研究代表者 澤野 嘉宏

(Yoshihiro Sawano)

首都大学東京・理工学研究科・准教授

研究者番号： 4 0 5 3 2 6 3 5