

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 20 日現在

機関番号：17201

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2015

課題番号：24740096

研究課題名(和文)複素曲面上の力学系理論の構築と応用

研究課題名(英文)Construction and application of a theory of dynamical systems on complex surfaces

研究代表者

上原 崇人(Uehara, Takato)

佐賀大学・工学(系)研究科(研究院)・准教授

研究者番号：40613261

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：正の位相的エントロピーをもつ有理曲面上の双正則自己同型写像による力学系について研究した。まず、反標準曲線を保つ写像に対してディターミナントが定義されるが、このディターミナント値を明示的に決定し、有理曲面上でエントロピー正の自己同型写像が豊富に存在することを示した。また、不動点まわりでジーゲル領域が観測されるが、複素曲面上で任意に与えた数のジーゲル領域をもつエントロピー正の自己同型写像が存在することを示した。

研究成果の概要(英文)：We study dynamical systems of biholomorphic automorphisms on rational surfaces with positive topological entropy. We determine explicitly the determinant values, which are defined for automorphisms preserving anticanonical curves, and show the existence of an abundance of rational surface automorphisms with positive entropy. Moreover, we show the existence of automorphisms on complex surfaces with positive entropy having a given number of Siegel domains, which are observed around fixed points.

研究分野：複素力学系, 代数幾何学

キーワード：複素曲面 力学系 有理曲面 エントロピー ディターミナント ジーゲル領域

1. 研究開始当初の背景

近年、コンパクト複素多様体上の双正則自己同型写像による複素力学系が活発に研究されている。当該研究は、複素・代数幾何における結果を解析的な力学系理論へ応用するため、融合分野に位置し、広範囲に影響を与えることが期待される。しかし、二次元多様体である複素曲面上においても、自己同型写像による力学系理論は未だ確立されていない。さらに、基本的な複素曲面である有理曲面上においては、自己同型写像が存在に関してすら一般的に決定されていない状況であった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、複素曲面上での力学系理論を構築すること、および有理曲面上の自己同型写像を構成することである。特に、力学系理論の構築では、不動点まわりでジーゲル領域を複数個もつエントロピー正の自己同型写像の存在を示すことである。また、自己同型写像を構成では、研究代表者が導入した「軌道データ」と呼ばれる概念を用いて、エントロピー正の自己同型写像が豊富に存在することを示すことが本研究の目的である。

3. 研究の方法

ジーゲル領域を複数個もつ自己同型写像の存在を示すには、不動点の計算可能な写像を用いて、不動点における接空間への作用のもつ固有値の乗法的独立性を示し、超越数論の結果を応用して構成する。また、自己同型写像の存在を示すには、ディターミナントと呼ばれる反標準曲線を保つ写像に対して定義される量を介して、軌道データに対応する自己同型写像を構成するのが研究の方法である。

4. 研究成果

まず、写像の不動点に着目し、任意有限個のジーゲル領域をもつ写像の構成に成功した。具体的には、任意に与えた数のジーゲル領域をもつエントロピー正の自己同型写像が存在することを示した。一般にほとんどすべての不動点は双曲的であるのに対して、本結果は相対するジーゲル領域が任意有限個存在しうることを示唆した興味ある結果であると考えている。

また、写像のディターミナントの集合を決定した。具体的には、ディターミナントの集合は次の2つの和集合である:(1)1のベキ根の集合、(2)あるワイル群のローレンツ格子への作用からえられるサーレム多項式の根の集合。本結果から、与えられたディターミナントに対応する写像が存在することを示唆しており、有理曲面上の自己同型写像が豊富に存在することを示している。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

1. T. Uehara, Rational Surface Automorphisms with Positive Entropy, Ann. Inst. Fourier, 66 (2016), no. 1, 377--432. 査読あり

2. K. Iwasaki and T. Uehara, Isolated Periodic Solutions to Painlevé VI Equation, RIMS Kokyūroku Bessatsu, B37 (2013), 69--79. 査読あり

[学会発表](計25件)

1. T. Uehara ジーゲル領域をもつ有理曲面上の自己同型写像, アクセサリー・パラメーター研究会, 熊本大学, 熊本, 2016年3月24日.

2. T. Uehara On the topological entropies for automorphisms on rational surfaces, 複素領域の微分方程式、漸近解析とその周辺, 広島大学, 東広島, 2016年3月9日.

3. T. Uehara Siegel domains for rational surface automorphisms with positive entropy, RIMS Workshop on Complex Dynamics, 京都大学数理解析研究所, 京都, 2015年12月11日.

4. T. Uehara 有理曲面上の自己同型写像とエントロピーについて, 大域解析セミナー, 熊本大学, 熊本, 2015年12月3日.

5. T. Uehara, Entropy values of automorphisms on rational surfaces, Mini-workshop on moduli spaces and its related topics, KIAS, Seoul, 2015年5月13日.

6. T. Uehara Isolated periodic points for area-preserving surface mappings, Differential and Complex Geometry Seminar, KIAS, Seoul, 2015年3月30日.

7. T. Uehara Rational surface automorphisms with Siegel disks, 複素力学系の総合的研究, 京都大学数理解析研究所, 京都, 2014年12月10日.

8. T. Uehara

有理曲面上の自己同型写像のエントロピー, 九州大学組合せ数学セミナー, 福岡工業大学サテライト福岡天神, 福岡, 2014年10月18日.

9. T. Uehara

On rational surface automorphisms with positive entropy, Symmetries of Kähler manifolds, dynamics and moduli spaces, SISSA, Trieste, 2014年9月25日.

10. T. Uehara

尖点反標準曲線を保つ自己同型写像について, 代数学セミナー, 広島大学, 広島, 2014年5月23日.

11. T. Uehara

On rational surface automorphisms preserving cuspidal anticanonical curves, Moduli spaces and self-maps, 京都大学数理解析研究所, 京都, 2014年3月4日.

12. T. Uehara

パルヴェ第6方程式の力学系について, 第7回佐賀大学数学研究交流会, 佐賀大学, 佐賀, 2014年2月6日.

13. T. Uehara

On automorphism groups of rational surfaces, 第三回若手代数複素幾何研究会, 松藤プラザ, 長崎, 2014年1月8日.

14. T. Uehara

On rational surface automorphisms, 射影多様体の幾何とその周辺 2013, 高知大学, 高知, 2013年11月2日.

15. T. Uehara

A survey on 'Real versus complex volumes on real algebraic surfaces', Dynamics, Entropy and Semialgebraic Sets, 京都大学数理解析研究所, 京都, 2013年7月9日.

16. T. Uehara

有理曲面上の自己同型写像のエントロピー, 複素解析幾何セミナー, 東京大学, 東京, 2013年6月17日.

17. T. Uehara

Dynamics of rational surface automorphisms, 代数幾何セミナー, 埼玉大学, さいたま, 2012年12月19日.

18. T. Uehara

Siegel disks on rational surfaces, New Developments in Complex Dynamical Systems, 京都大学数理解析研究所, 京都, 2012年12月13日.

19. T. Uehara

The entropy values of automorphisms on rational surfaces, Various Aspects on the Painlevé Equations, 京都大学数理解析研究所, 京都, 2012年11月30日.

20. T. Uehara

Construction of automorphisms on rational surfaces, 第10回アフィン代数幾何学研究会, 関西学院大学, 大阪, 2012年9月6日.

21. T. Uehara

On automorphisms of rational surfaces, Korea-Japan Joint Conference in Algebraic Geometry, Ritz-Plaza Hotel, Gunsan, 2012年8月20日.

22. T. Uehara

Constructing automorphisms of rational surfaces, Interactions between continuous and discrete holomorphic dynamical systems, Banff International Research Station, Banff, 2012年7月10日.

23. T. Uehara

有理曲面上の自己同型写像, 金沢大学第10回ハミルトン力学系セミナー, 金沢大学, 金沢, 2012年6月29日.

24. T. Uehara

Entropy values of rational surface automorphisms, 東北大学大学院理学研究科数学専攻談話会, 東北大学, 仙台, 2012年6月18日.

25. T. Uehara

有理曲面上の自己同型写像のエントロピーについて, 第9回数理情報セミナー, 新潟大学, 新潟, 2012年4月20日.

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕
出願状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:

国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6．研究組織

(1)研究代表者

上原崇人 (UEHARA TAKATO)
佐賀大学・工学系研究科・准教授
研究者番号：40613261

(2)研究分担者

()

研究者番号：

(3)連携研究者

()

研究者番号：