

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 1 日現在

機関番号：12301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2014

課題番号：24740255

研究課題名(和文) エネルギースケールの空間変調による量子系のトポロジー制御とその応用

研究課題名(英文) Control of topology of quantum systems by energy-scale deformation and its application

研究代表者

引原 俊哉 (Hikihara, Toshiya)

群馬大学・大学院理工学府・准教授

研究者番号：00373358

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：エネルギースケールを空間的に変化させた量子多体系の性質について研究した。開放端をもつ一次元系においてエネルギースケールをサイン 乗関数に従って変調させることで、系の両端に位置する量子自由度間に強い相関が生成されることを示した。また、その特性が系の大きさや温度にどのように依存するかを調べ、量子テレポーテーションなどの量子情報論的操作への応用の可能性について解析した。さらに、モデルパラメータを空間的・時間的に制御することにより新奇な量子多体状態を生成する方法の提案を行った。

研究成果の概要(英文)：We study quantum many-body systems under an energy-scale deformation, in which the scale of local Hamiltonian is modified spatially. It has been shown that the sine-alpha deformation generates a strong entanglement between two parties located at open edges of a one-dimensional quantum system. We have clarified temperature and system-size dependences of the edge-to-edge entanglement of systems under the sine-alpha deformation. We have then discussed the possible application of the energy-scale deformation to quantum-information processing such as quantum teleportation. A method to generate novel quantum many-body states by controlling model parameters spatially and temporally is also proposed.

研究分野：物理学

キーワード：物性基礎論 統計力学 量子情報理論

1. 研究開始当初の背景

近年、実験技術の発達により、光格子冷却原子系、超伝導量子ビット系、量子ドット系など、新しいタイプの量子多体系が実現されるようになった。これらの系は、粒子の飛び移り積分や局所ポテンシャル、粒子間相互作用などのモデルパラメータを、空間・時間依存した形で精密に制御できるという特徴を持っており、これまで考えられていなかった新しい現象・物性の実現可能性を拓くものとして注目されている。

申請者は本研究課題開始時までの研究において、一次元量子系のエネルギースケールを空間的に変調させることで、系の基底状態の性質を劇的に変更できるという、興味深い現象を発見した。具体的には、開放端をもつ一次元量子臨界系のモデルパラメータを、サイン二乗型の関数にしたがって空間変調させることで、基底状態波動関数が、周期境界条件下の一樣系の基底状態と等価となることを明らかにした。この結果は、系自体は開放端を持つ棒状のトポロジーマテリアルをもつにもかかわらず、基底状態は両端自由度が最近接につながったようなリング状のトポロジーマテリアルをもつという、極めて特異な現象が実現されることを示しており、エネルギースケールの空間変調による量子系の状態制御という、新たな物理の可能性を示唆するものと言える。

この研究結果を出発点として、サイン二乗変形系を含んだ様々なエネルギースケール変調系における新しい物性を探索すること、および、その特性を利用した、量子テレポーテーションなどの量子情報論的操作への応用の可能性を調べることが、本研究課題の動機であった。

2. 研究の目的

エネルギースケールを空間変調させた量子系の物性を調べることで、エネルギースケール変調と、系が実現する量子状態の特性(状態のトポロジーマテリアルや、量子相関の振る舞いなど)との関係を明らかにする。サイン二乗変形を施した一次元量子臨界系については、基底状態のトポロジーマテリアル変化、すなわち、開放端を持つ系にも関わらず、基底状態が並進対称性をもつ周期系のものと同じであることが示されているが、有限温度特性などの物性については未知の部分が多く残されている。このサイン二乗変形系の研究を進めることで、系の低エネルギー状態の特性を明らかにする。また、サイン二乗関数やその他の関数を用いた、より一般的なエネルギースケール変調を施した系の物性についても調べる。

また、サイン二乗変形を施した系の基底状態では、系の両端に位置する遠く離れた量子自由度が、周期系中の最近接の位置にある場合と同じ量子相関(エンタングルメント)をもつため、2つの量子自由度がどれだけ遠く離れても一定の相関をもつという、いわゆる、「長距離エンタングルメント」の実現が期待

される。この長距離エンタングルメントは、量子テレポーテーションなどの量子情報論的操作を実現するための資源として、量子情報理論の研究においても注目されているものである。サイン二乗変形系のエンタングルメントの特性の研究を進めることで、量子情報論的操作への応用を探求し、光格子冷却原子系など現実の系における実現可能性について調べる。

3. 研究の方法

研究手法としては主として、数値計算法を用いる。具体的手法として、基底状態特性の解析には、厳密対角化法、密度行列繰り込み群法を用いる。このうち、密度行列繰り込み群法は、大規模な一次元量子多体系の基底状態特性を高精度で計算できる手法であり、本研究課題の解析に適している。また、有限温度特性の解析には、厳密対角化法、量子モンテカルロ法を適用する。特に量子モンテカルロ法は、本研究で扱うような、フラストレーションのない量子多体系の有限温度特性を計算するのに適しており、本研究の目的を達成するのに十分な精度、システムサイズの計算結果を与えるものである。

以上の計算手法を用いて、エネルギースケール変調を施した量子系に対して、エネルギー・スペクトル、スピン相関関数などの物性研究で用いられる物理量と、エンタングルメント・エントロピー、コンカレンスなどの量子情報理論で用いられる指標を計算する。そして、それらが系のモデルパラメータ、システムサイズ、温度などにどのように依存するかを定量的に調べることで、系の基底状態・低温特性を明らかにし、量子情報論的操作の実現に必要なエンタングルメントの生成が可能なパラメータ・温度領域について解析する。

さらに、数値データから系の物性を理解するためには、系の状態を記述する理論の構築が効果的である。そのため、数値データの解析において、理論的手法を援用する。具体的には、ボゾン化法などの場の理論的手法から導かれる表式を用いて、相関関数などの数値データをフィットすることで、系を特徴付ける理論パラメータを決定し、系を記述する低エネルギー有効理論を明らかにする。

4. 研究成果

(1) サイン二乗変形を施した一次元 $S=1/2$ 量子ハイゼンベルグモデルおよび量子 XY 模型における長距離エンタングルメントの解析を行った。この系では、 $S=2$ の場合の基底状態において、系の両端の $S=1/2$ スピンが周期一樣系の最近接スピン対と同じ強さのエンタングルメントをもつことが知られている。我々は、厳密対角化法、密度行列繰り込み群法、量子モンテカルロ法を用いた数値計算により、両端スピン間のエンタングルメント強度を表す指標であるコンカレンスを計算し、

その、モデルパラメータ、システムサイズ、温度への依存性を調べ、以下のような結論を得た。

・基底状態において、2の系では、両端スピン間の距離（すなわち系の大きさ）が無大となる極限でも、両端スピン間のエンタングルメントが有限に残る、いわゆる、長距離エンタングルメントが実現される。また、その長距離極限におけるエンタングルメント強度は、 $\frac{1}{2}$ が大きくなるとともに大きくなる。

・両端スピン間のエンタングルメントは、温度が絶対零度から上昇したとき、しばらくほぼ一定の値を保った後、温度上昇とともに減少し、ある温度で消失する。エンタングルメントが消失する温度（クロスオーバー温度）は、システムサイズ N とともに、 N のべき関数 N^{-1} に従って減少する。また、2の系では、そのべきパラメータ $\frac{1}{2}$ について、 $\frac{1}{2}$ が成り立つ。

これらの結果のうち、特にクロスオーバー温度については、これまでに知られている長距離エンタングルメントを示す系でのクロスオーバー温度がシステムサイズの指数関数に従って減少することと対比して、サイン乗変形系の特殊性を示している。さらに、サイン乗変形は、全てのモデルパラメータをサイン乗関数で変調するだけでなく、粒子間相互作用をある大きな一定値に保ちつつ、粒子の飛び移り積分をサイン乗関数で変調させることでも実現できる。これらの結果は、光格子冷却原子系などの現実の系において、より高い温度での長距離エンタングルメントを実現し、量子情報論的操作の達成の可能性を拓くものとして大きな意義をもつ結果と言える。

(2) サイン乗変形を施した次元量子スピン系における基底状態相関関数の振る舞いを調べた。密度行列繰り込み群法を用いた数値計算により、最近接スピン相関関数の空間依存性を解析した結果、 $d < 2$ の場合において、最近接スピン相関関数に現れるフリーデル振動が、開放端境界条件下の一樣系における表式と同形の関数で、よく表されることを発見した。また、フリーデル振動の減衰のべきを表すパラメータの依存性を決定し、その結果が、エンタングルメントエントロピーのブロックサイズスケーリング則から得られるべきパラメータとよく一致することを見出した。これらの結果は、サイン乗変形系の低エネルギー特性が、一樣系の低エネルギー有効理論を一般化した理論で記述されることを強く示唆しており、サイン乗変形系が、次元量子系の物性研究において、一樣系を含む、より大きなユニバーサリティクラスを形成する可能性を示すものとして興味深い結果といえる。

(3) モデルパラメータを空間的に変調させ

ることに加えて、パラメータの時間的制御および量子状態の測定を行うことで、より高度な量子情報論的操作を実現するための方策について研究した。具体的には、単純な直積状態から出発し、空間的に制御されたハミルトニアンによる時間発展および量子ビットの射影測定を組み合わせることで、所望のエンタングルメント空間構造をもつ量子多体状態を実現するアルゴリズムについて調べた。その結果、ランダムネスを含んだ二次元格子上、および、一般のペーテ格子上に定義された Affleck-Kennedy-Lieb-Tasaki 状態を生成するアルゴリズムの開発に成功した。また、任意のダイマー配列をもつ Valence-Bond-Solid 状態の生成アルゴリズムも明らかにした。これらの結果は、エネルギースケールの空間的変調による新奇量子状態および量子情報論的操作の実現という本研究課題の目的を、系の時間的制御も含める形で発展させたものであり、量子多体状態の自由かつ精密な制御を実現するための新たな道筋を与えるものとして期待される。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

Toshiya Hikiyara and Takafumi Suzuki, Long-distance entanglement in one-dimensional quantum systems under sinusoidal deformation, Physical Review A 87, 042337 (5 pages) (2013), 査読有 DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.87.042337>

引原俊哉、桂法称、丸山勲、西野友年、エネルギー・スケール変調による量子系の境界条件・トポロジーの制御、日本物理学会誌 67-6 (2012) pp.394-398、査読有 <http://ci.nii.ac.jp/naid/110009457390>

[学会発表](計12件)

引原俊哉、Quantum-state engineering in quantum many-body systems、物性理論・統計力学セミナー2015、2015年3月12日-14日、箱根

引原俊哉、森前智行、量子情報論的操作による Affleck-Lieb-Kennedy-Tasaki 状態の生成、日本物理学会 2014 年秋季大会、2014 年 9 月 10 日、中部大学

引原俊哉、サイン変形系の量子情報論的操作への応用、基礎物理学研究所研究会「量子情報の新展開」- 複雑性の極限における普遍的物理の探求 -, 2014 年 3 月 23 日-25 日、京都大学基礎物理学研究所

引原俊哉、Controlling entanglement distribution and Engineering quantum many-body states、強相関電子系理論の最前線 - 若手によるオープン・イノベーション -、2013年12月16-18日、紀伊勝浦

T. Hikihara, T. Suzuki, Sinusoidal deformation and its applications, Statistical Physics of Quantum Matter (satellite conference of StatPhys25), 2013年7月28-31日、台北市(台湾)

T. Hikihara, T. Suzuki, Entanglement generation via one-dimensional quantum systems under sinusoidal deformation, ISSP international symposium, Emergent Quantum Phases in Condensed Matter (EQPCM2013), 2013年6月12-14日、東京大学物性研究所(柏市)

引原俊哉、鈴木隆史、サイン変形を施した一次元量子多体系の両端 qubit 間に発生する長距離エンタングルメント、量子情報技術研究会(QIT28)、2013年5月27-28日、北海道大学

引原俊哉、鈴木隆史、サイン変形を施した一次元量子多体系における長距離エンタングルメントの生成、日本物理学会第68回年次大会、2013年3月28日、広島大学

引原俊哉、量子多体系研究における境界効果の効用(招待講演)、強相関電子系理論の最前線 - 若手によるオープン・イノベーション -、2012年12月13-15日、紀伊勝浦

引原俊哉、量子スピン系研究とエンタングルメント(招待講演)、基研研究会「量子スピン系の物理」、2012年11月13日、京都大学基礎物理学研究所

引原俊哉、サイン二乗変形を施した量子スピン系における長距離エンタングルメント、日本物理学会2012年秋季大会、2012年9月18日、横浜国立大学

引原俊哉、量子多体系におけるエンタングルメント：はじめに、日本物理学会2012年秋季大会、領域11, 領域1合同シンポジウム「量子多体系におけるエンタングルメント」、2012年9月19日、横浜国立大学

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.sci.st.gunma-u.ac.jp/~hikihara/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

引原 俊哉 (HIKIHARA, Toshiya)