

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 2 日現在

機関番号：12611

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2014

課題番号：24740258

研究課題名(和文) ネットワーク構造とダイナミクス：基礎理論と最適なネットワーク構造の解明

研究課題名(英文) Network structure and dynamics

研究代表者

郡 宏 (KORI, Hiroshi)

お茶の水女子大学・大学院人間文化創成科学研究科・准教授

研究者番号：80435974

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：たとえば脳の神経ネットワークでは、神経細胞の集団が複雑な相互作用ネットワークを形成し、細胞間で情報をやりとりする。本研究ではこのようなネットワークにおける情報の伝播の特性が、ネットワーク構造にどのように依存するかに数理モデルを用いて研究した。ただし、神経細胞のような一過性の電氣的活動を示すもの以外にも、オンとオフの2状態を持つ細胞についても研究を行った。研究の結果、ネットワーク構造が密になると、情報の伝達が一般に難しくなることがわかった。

研究成果の概要(英文)：In the research, I theoretically investigated the propagation of waves in networks of excitable units and bistable units. Assuming a tree structure, some results were obtained analytically. It was found that the propagation slows down or is even pinned as the node degree increases.

研究分野：非線形動力学

キーワード：同期現象 複雑ネットワーク

## 1. 研究開始当初の背景

1998年にBarabasiらがインターネットのネットワーク構造のスケールフリー性を明らかにして以来、物理学や工学を含む広い分野で複雑ネットワークの研究へのパラダイムシフトが起きた[M. Newman, D. Watts, A.-L. Barabási *The Structure and Dynamics of Networks* (Princeton University Press, 2006)]。「ネットワーク」とはものもののつながり方を表すもので、数学分野でグラフと呼ばれるものと同一であり、ランダムグラフや格子を含む広い概念である。1998年からしばらくはネットワーク構造に関する統計物理学的な研究が爆発的に行われたが、現在はネットワーク上で繰り広げられるダイナミクス(以後簡単のため「ネットワーク系」と呼ぶ)に関する研究が積極的に行われている。ネットワーク系の応用範囲は広く、病気伝播、googleなどの検索エンジンなどに使われるランキング理論、インターネット上のパケット送信、細胞ネットワークや遺伝子制御ネットワークといった生命科学分野における様々な系など、社会的ニーズの高い話題が多い。

申請者はこれまでネットワーク系の研究に精力的に携わってきた。中でも非線形振動子ネットワークの研究を積極的に行ってきた。例えば、振動子ネットワークの外力への同期現象[PRL(2004)]、同期ダイナミクスの制御理論と化学反応系での実験検証[Science(2007)]、ネットワーク系の粗視的記述理論[PRE(2009)]などがあげられる。これらの研究は、化学反応系や生物における振動現象にモチベートされており、振動子集団の秩序形成・応答・制御を理解するための基礎理論の確立を目的として行ってきた。これらの研究の強みは、振動子ネットワークの動的性質とネットワーク構造の関係性を解析的に関係づけていることにある。技術的には、ネットワーク構造の近似手法、系の遅い運動に着目した縮約理論、Matrix Tree定理を利用した近似理論などを構築して、構造と動的性質を関係付ける表式を得てきた。

## 2. 研究の目的

本研究では、これまでも精力的に行ってきたネットワーク系の動的性質とネットワーク構造の関係性を解析的に定量化する研究をさらに推進し、その結果を生命科学分野などの応用研究に活かしていくことを目的とした。

## 3. 研究の方法

以上の背景と目的のもと、以下の2つの問題に取り組んだ。

(A)種々の動的素子のネットワークにおける進行波ダイナミクス

(B)最適なネットワーク構造の探索

(A)の研究は、神経細胞ネットワークなどにおける情報伝達への興味が背後にある。動的素子として双安定素子と2種類の興奮性素子を用い他研究を行った。(B)は研究期間中に2種類の研究を行った。1つは振動子ネットワークの同期と振動の正確性を最適化するネットワーク構造の探索であり、これは体内時計の神経細胞ネットワークの構造への興味が背後にある。もう1つは、葉脈のような生物に見られる輸送ネットワークの最適構造の探索である。本報告では(A)について説明する。

## 4. 研究成果

まず、動的素子として1変数で記述される双安定素子を用い、ネットワーク上における進行波ダイナミクスを調べた研究を紹介する。具体的に方程式は

$$\dot{u}_i = f(u_i) + \sum_{j=1}^N A_{ij} D(u_j - u_i)$$

ここで $u_i$ が位置*i*にある素子の状態、*A*は隣接行列、*D*は相互作用の強度(拡散定数)である。関数*f*は $f(u, v) = u(a - u)(u - 1)$ によって与えられる。 $a=0.3$ とすると、 $u=0$ が準安定解、 $u=1$ が安定解となる。このモデルは空間に広がった拡散による相互作用をする双安定系のネットワーク系への拡張となっている。ネットワーク系特有の性質を解析するため、ツリー構造を仮定した。このネットワークでは、図1のような非対称な1次元鎖に問題を帰着できる。ここで*k*はツリーにおける各頂点の次数である。この鎖では、各レイヤで素子が同一状態を取ると仮定すると、モデルは以下に簡略化される。

$$\dot{u}_i = f(u_i) + D(u_{i-1} - u_i + (k-1)(u_{i+1} - u_i))$$

この系では、通常の1次元格子と同様に、系の左右が異なる安定状態にあるとき、界面が存在する。相互作用強度*D*が小さいとき、界面の幅は小さくなる。そこで、*D*を十分小さいとすると、界面が1つの素子で表されるとする近似を使うことができる。これにより、界面の進行と停止、界面の進行方向を決める相図を得ることができる(図2)。かなり小さい*D*では界面の停止が起こること、また、大きな*k*では界面が逆に伝播する(つまり準安定状態が安定状態を侵食する)ことが特徴である。数値計算によってこの相図の妥当性が確認できる。

この手法を用いて、次は興奮系のダイナミクスを理解することを目指した。特に、各素子として、FitzHugh-Nagumo (FHN) 素子と Active Rotator (AR) 素子の2つを検討した。前者は、心筋細胞や神経細胞のモデルとしてよく知られている。興奮性を上げていくと Hopf 分岐を介して振動状態にはいるクラスの素子である。一方、後者は、興奮性を上げていくとサドル・ノード分岐を介して振動状態に入る異なるクラスの素子である。後者は前者に比べ進行波に関する研究があまりなされていない。

まず FHN 素子を考えた。各素子は

$$\dot{u}_i = f(u_i, v_i) + D(u_{i-1} - u_i + (k-1)(u_{i+1} - u_i))$$

$$\dot{v}_i = g(u_i, v_i)$$

にしたがう。ただし式中の関数は  $f(u, v) = u(a-u)(u-1) - v$ ,  $g(u, v) = u - bv$  である。まず、相図を数値的に調べた (図3)。相図が双安定素子の場合とたいへんよく似ていることがわかった。しかし、大きな相違点は FHN 素子では興奮波の逆伝播が起きないことである (領域 II+IV)。この領域では界面が停止する。これは、FHN 素子のようにインヒビターが存在する系では、興奮波の一方にインヒビターが蓄積するためである。

ついで AR モデルの解析を行った。予備的な結果だが数値計算によって得た相図は図4のとおりである。FHN 素子の場合と相図が定性的に異なることが確認できる。インヒビターが存在しないため、興奮波の逆伝播が可能であること、また、各素子の総空間の構造が大きく異なることがこの差を生んでいると考えられる。相図を理解するために解析的に取り扱う。連続極限を考え、さらに、Cole-Hopf 変換と呼ばれる非線形変換を行うことにより線形の偏微分方程式に帰着させることによって解析的な取り扱いが可能となる。

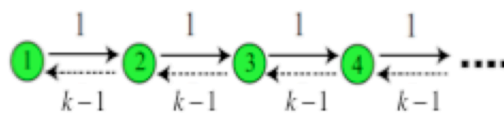


図1

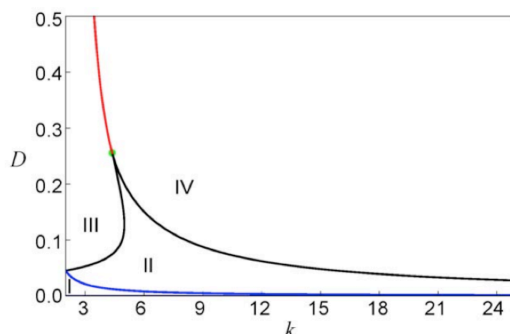


図2: 初期条件を系の左側を安定状態、右側を準安定状態としたときの相図。領域 I と II は進行波が停止 (pinning)、領域 III, IV は、それぞれ、界面が前進 (左から右へ進行)、後退 (右から左へ進行) する。領域 II では、初期条件の左右を入れ替えた時には、界面は右から左に進行するが、領域 I ではどちらの初期条件でも停止する。

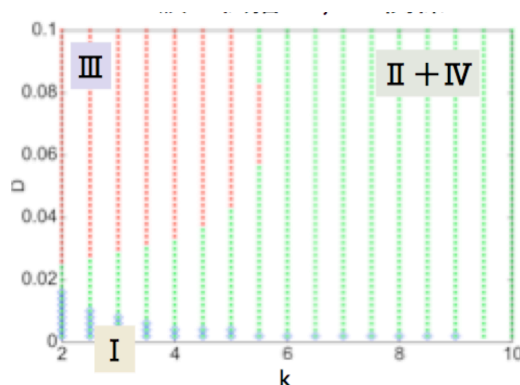


図3

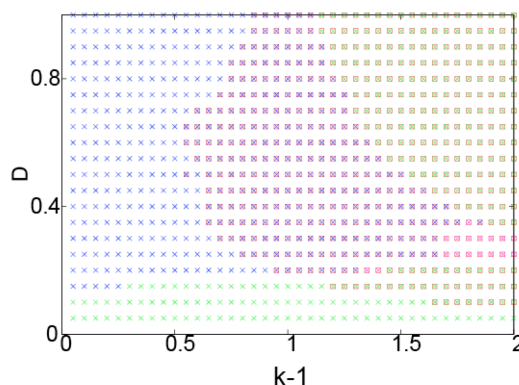


図4

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

[1] N.E. Kouvaris, H. Kori, A.S. Mikhailov: "Traveling and Pinned Fronts in Bistable Reaction-Diffusion Systems on Networks", Plos One 7(9), e45029 (2012). 査読有.  
DOI: 10.1371/journal.pone.0045029

[学会発表] (計 7 件)

[1] 椿田萌, 郡宏, 毛細血管網の発展ダイナミクス, 日本物理学会第 70 回年次大会, 早稲田大学, 2015 年 3 月 22 日

[2] 酒向美帆, 郡宏, 興奮子ネットワークにおける一方向性伝達の研究, 日本物理学会秋季大会, 中部大学, 2014 年 9 月 8 日

[3] 椿田萌, 郡宏, 生物の輸送ネットワーク形成のシミュレーション, 日本物理学会秋季大会, 中部大学, 2014 年 9 月 8 日

[4] 酒向美帆, 郡宏, 興奮子ネットワークにおける興奮波の伝播, 日本物理学会第 69 回年次大会, 東海大, 2014 年 3 月 30 日

[5] 椿田萌, 郡宏, 最適化に基づく葉脈形成のシミュレーション, 日本物理学会第 69 回年次大会, 東海大, 2014 年 3 月 30 日

[6] 酒向美帆, 郡宏, 興奮子ネットワークにおける興奮波の一方向性伝達の理論研究, 日本物理学会第 70 回年次大会, 早稲田大学, 2014 年 3 月 22 日

[7] 郡宏, 時差ボケを説明する体内時計中枢の数理モデル, 日本物理学会 2013 年秋季大会, 徳島大学, 2013 年 9 月 26 日

[その他]

ホームページ等

-郡宏 official web site:

<http://www.is.ocha.ac.jp/~kori/>

-郡研究室 official web site:

[http://is.ocha.ac.jp/~kori\\_lab/index.html](http://is.ocha.ac.jp/~kori_lab/index.html)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

郡 宏 (KORI, Hiroshi)

お茶の水女子大学・大学院人間文化創成科学研究科・准教授

研究者番号：80435974