

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 17 日現在

機関番号：12611

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2013

課題番号：24740260

研究課題名(和文) 初期相関を伴う量子複合系のダイナミクス - 厳密な扱い -

研究課題名(英文) Dynamics of quantum composite systems with initial correlations -- Exact treatment -

研究代表者

北島 佐知子 (KITAJIMA, Sachiko)

お茶の水女子大学・大学院人間文化創成科学研究科・准教授

研究者番号：70334571

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 700,000円、(間接経費) 210,000円

研究成果の概要(和文)：環境を伴う量子複合系が初期に有する相関効果を研究した。すなわち、初期の相関が量子状態の時間発展に与える影響について厳密な理論的解析を行った。特に、量子複合系がスピンと光子からなる模型、及び、2つのスピンからなる模型をとりあげた。環境を含め全系の初期状態が低励起である場合について量子状態の時間変化を厳密に求め、コヒーレンス、纏れ合い、非マルコフ性といった諸性質のダイナミクスを詳細に検討した。また、測定による初期相関の問題に着目し、密度行列の時間発展方程式を考察した。

研究成果の概要(英文)：Time evolution of quantum composite systems interacting with environments is studied taking into account initial correlations. Explicitly, we treat the Jaynes-Cummings model and a two-spin model as the relevant quantum composite system. The environment is composed of a set of harmonic oscillators. An initial state of the whole system is considered to be an at most single excitation state. The time evolution of the whole system is exactly solved to give non-equilibrium dynamics of the quantum coherence, entanglement and non-Markovian properties. We also study time evolution of the system with the initial correlation originating from initial preparation effect due to measurement of the quantum state.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・数理物理・物性基礎論

キーワード：ディコヒーレンス エンタングルメント 初期相関

1. 研究開始当初の背景

(1) 量子非平衡統計物理の分野において、量子系の緩和現象に関する諸問題は長年の重要課題として研究がなされている。近年の量子系の諸性質に関する注目の高まりは、量子情報分野の発展と深くかかわりがあると考えられる。量子通信、量子計算などの各トピックスにおいて、量子系の脆弱さという問題は切り離すことのできない重要課題である。脆弱さとは、量子系が外界から影響を受けることによって系のコヒーレンスを消失することを指している。すなわち、これまでの量子非平衡統計物理の分野で行われた量子緩和現象の研究は、この問題に対する重要な知見を与え、またさらに研究を深める方法論を提供している。

すなわち、量子系の脆弱さに対する理論的解析を行うことによってその性質を知ることができ、さらに量子系を制御して系の状態を保つためにどうしたらよいかという問題への発展が期待できる。

(2) そして、量子情報分野の発展に伴い、特に量子状態の纏れ合い及び相関に関する問題の新たな進展に注目が集まっている。この問題についても、量子非平衡統計物理の方法を駆使し量子系のダイナミクスとして理論的解析を行うことにより、量子系の相関に関する新たな知見を得ることができる。特に近年、系の初期状態における量子相関が、部分系の緩和現象に与える影響についての研究が進められている。

(3) 量子非平衡統計物理の分野では、量子系の緩和現象を記述する方法として量子マスター方程式を用いることが多くなされている。このとき、量子系は環境系と相互作用をしており、特に多くの場合はこの相互作用が弱いという仮定がなされている。一方で、量子系と環境系の全体で励起数が保存される場合を扱う研究がなされており、この場合には相互作用が弱いという仮定をすることなく、全系の時間発展を厳密に求めることができる。この方法によって、初期状態における量子相関効果を取り入れた研究が可能であり、われわれの研究を含め、すでに進展が始まっている。

2. 研究の目的

本研究では、量子系とそれを取り囲む環境系における初期相関効果が部分系のダイナミクスに与える影響について、理論的解析を行なう。具体的には、Jaynes-Cummings 模型を基にしたモデルを考え、全系において励起数が少ない、低励起である場合を取り上げる。Jaynes-Cummings 模型は互いに相互作用する大きさ $1/2$ のスピンと 1 モードの光子から構成される。スピンと光子の相互作用がいわゆる回転波型の場合は、この模型は厳密に解けることが知られており、本研究ではこの模型にさらに環境系を加えた量子複合系を考える。このような多自由度系においても、

全系、及び部分系の時間発展を厳密に求め、量子系の重要な性質を示す量である纏れ合いなどを解析的に解き、新たな知見を得ることを目的とする。

3. 研究の方法

まず、初期相関効果を伴う量子複合系のダイナミクスを厳密に求める方法論を定式化する。量子複合系としては拡張された Jaynes-Cummings 模型を扱い、全系において低励起である、特に励起数が 1 以下であることを初期条件とした場合を扱う。すなわち、この初期条件から出発し、以後は近似を導入することなく、全系の量子状態の時間発展を厳密に求める。得られた結果をもとに、部分系の物理量の期待値、纏れ合いの度合い、さらには非マルコフ効果といった諸性質を明らかにする。

(1) まず、Jaynes-Cummings 模型と 1 つの環境系による複合系を考える。環境系は調和振動子の集団とし、環境系が Jaynes-Cummings 模型の大きさ $1/2$ のスピン系と相互作用する場合を取り上げる。すなわち、スピン系はオリジナル模型の光子モード(調和振動子)と相互作用しつつ、環境との相互作用の影響も受けている。このとき、密度行列(量子状態)の時間発展を求め、さらに量子系の次の諸性質を詳細に調べる：各部分系の物理量の期待値のダイナミクスを求め、各物理量が平均としてどのように振舞うかを定める。スピン系と光子モード、スピン系と環境、光子モードと環境といった各部分系間の纏れ合いを時間の関数として定め、纏れ合いがどのように各部分系間を移行するかを論じる。以上の扱いは初期条件を除いて一般的であるので、非平衡系の非マルコフ効果を調べることができる。非マルコフ効果の尺度としては、トレース距離と呼ばれる量が最適と判断される。以上の、に於ける纏れ合いの尺度並びにトレース距離は、の期待値によって表現されるという極めて見通しのよい定式化が成される。

(2) 上に述べた(1)を踏まえて、Jaynes-Cummings 模型の拡張として 2 つの大きさ $1/2$ のスピンから構成される模型を扱う。

Jaynes-Cummings 模型におけるスピン - 光子間相互作用として、回転波型の(スピンの横成分の)相互作用のみを扱ったが、2 スピン模型では回転波型の相互作用に加え、スピンの縦成分同士の相互作用も取り入れる。このことによって、スピン間の相互作用機能が拡張される。また、この拡張模型をとり囲む環境系として、2 つのスピンそれぞれが独立の環境を有する場合、2 つのスピンが共通の環境を有する場合を取り上げる。すなわち、拡張模型とこれらの環境系から成る複合系を扱い、(1)と同様に低励起の場合について密度行列の時間発展を求める。さらに、各部分系の諸性質を調べるために物理量の

期待値、縫れ合いの度合い、非マルコフ性の尺度の定式化を行う。

(3)上で述べた(1)(2)の初期相関効果とは異なるタイプの初期相関効果の重要性が研究の過程で明らかとなった。それは注目している系に対して行う測定操作に起因するものである。全系が時間発展を始める直前の部分系に対して観測を行う。この操作により部分系と環境系との間に相関効果が生じる。このような「測定操作によって惹き起された初期相関効果」に対しても、密度行列の方法を用いれば系統的な研究が可能である。

4. 研究成果

(1)環境の影響下にある Jaynes-Cummings 模型として、大きさ $1/2$ のスピン系のみが環境と相互作用する場合について、全系の時間発展の詳細を求めることができた。本研究では、初期条件として、全系が高々一励起である場合を扱い、量子状態の時間発展はシュレーディンガー方程式を解くことによって与えられる。したがって、全系の量子状態における展開係数の閉じた時間発展方程式を解く、という問題に還元される。この問題は、全系における初期相関効果を考慮し、環境とスピン間の相互作用の強さを特徴づける分布関数を導入することによって、厳密に解くことができた。この解を用いれば、量子状態を密度行列の表現で与えることも同時に可能となった。さらに、部分系のダイナミクスに注目し、スピン - 光子間、スピン - 環境間、光子 - 環境間といった各部分系の縮約密度行列、また、スピン系、光子系、環境系それぞれの縮約密度行列も求めることができ、これらを基に、量子系のダイナミクスを詳細に調べることができた。

まず、スピン系、および光子系の物理量の期待値を求め、全系が初期相関効果をもつ場合のコヒーレンスの時間変化を追った。スピン系は環境系と直接接しているため、その揺動の様子に応じた特徴的な振る舞いを示した。環境の影響を敏感に反映する場合には、スピン系のコヒーレンスの時間変化は減衰振動を示すことが予見されるが、あるパラメータの組合せに対し、本研究でもこのような振る舞いが確認された。また、本研究の模型では Jaynes-Cummings 模型の内部相互作用の強さが物理量のダイナミクスを定める重要な要素の一つであり、このパラメータを変化させる際にも、コヒーレンスの振る舞いに振動効果が現れる場合があることが分かった。

他方、全系が高々一励起状態であることにより、光子系や環境系も励起数が 1 に抑えられている。すなわち、光子系が取り得る状態は、基底状態か一励起状態のみで表されるため、あたかも大きさ $1/2$ のスピン系(または二準位系)のように振る舞うことがわかる。そこで、光子系の物理量の期待値として仮想

的なスピン変数を考えると、その時間変化は大きさ $1/2$ のスピン系と同様に求めることができる。光子系は環境と直接相互作用をしていないが、環境系の揺動の種類に応じた振る舞いを示すことがわかる。ただし、内部相互作用が弱いときには直接相互作用するスピン系とは異なる特徴的な振る舞いを示した。

上掲の 1)にあるように、光子系が大きさ $1/2$ のスピン系と数学的に等価であることから、スピン - 光子間の縫れ合いはコンカレンスによって評価することができる。同様に、環境系も、ある一つのモードのみが 1 励起することができるため、環境系も全体として大きさ $1/2$ のスピン系と同等に見立てることが可能となり、スピン - 環境間、光子 - 環境間の縫れ合いもコンカレンスによって評価することが可能である。本研究では各部分系の縮約密度行列が厳密に求められているため、初期相関効果を伴うエンタングルメントの時間変化をも、厳密に論じることができるようになった。スピン - 光子間の相互作用の強さ、環境からの揺動によってコンカレンスは時間とともに減少する傾向が大きい。ただしその過程では、コンカレンスが一度増加してから減少する様子も現れた。

さらに、スピン系、光子系それぞれのトレース距離を求め、非マルコフ性を論じた。トレース距離は、2つの量子状態間の距離(隔たり)を数値化した量である。本研究では主に、初期相関効果を含む場合と含まない場合の量子状態を比較している。時間変化を図示すると、単調に減少する場合、振動しながら減少する場合などが見られる。このとき、時間とともに単に減少する傾向はマルコフ的振る舞いとよばれ、注目している量子系から環境へと情報が一方向に流れ出ていると解釈することができる。また、時間とともに増加する傾向があるとき、非マルコフ的振る舞いとよばれ、このときは環境から注目している量子系へと情報が流れ込んでいると解釈される。すなわち、時間変化に伴ってトレース距離が振動を示す場合、非マルコフ効果が表れていると判断される。

以上の研究成果については、日本物理学会にて口頭講演が行われた。また、投稿論文は Jaynes-Cummings 模型の特集号に掲載された。(2)上掲の(1)を踏まえて、低励起の初期条件のもとでは光子系がスピン同等な扱いをすることができる、ということが分かったので、Jaynes-Cummings 模型からの拡張として、2つのスピン系から成る模型を扱うことは自然である。Jaynes-Cummings 模型においては、スピンの横成分に対して回転波型の相互作用のみがおこる場合を考えたが、この相互作用に加えてスピンの縦成分同士の間相互作用も取り入れて、2スピン系のダイナミクスを定式化した。この2スピン模型と環境系との複合系を(1)と同様に扱い、低励起の初期条件のもとで、初期相関がもたらす影響の詳細を調べた。ここでは、2つのスピン

がそれぞれに独立な環境を有する場合と、2つのスピンの共通な環境が存在する場合を取り上げた。いずれの場合も(1)と同様にシュレーディンガー方程式を出発点として量子状態の展開係数についての閉じた時間発展方程式を解析的に解くことができた。この結果から、厳密な密度行列の時間変化を求めることができ、さらには、各部分系の物理量の期待値やコンカレンス、トレース距離が得られた。

期待値の時間発展は、2つのスピンそれぞれに対して求めることができる。このとき、いずれのスピンも環境との相互作用を有するため、(1)の光子系のように間接的に環境の影響をうける場合とは異なる振る舞いを示す。初期相関の有無による影響は、スピン間の2種類の相互作用の強さや環境からの揺動効果を表すパラメーターの選び方によって、時間発展の様子に明確な相違がみられる。

コンカレンスの定式化においては、2つのスピンの共通な環境を有する場合には、スピン間、スピン-環境間のコンカレンスを求めることができる。この場合も同様に各種パラメーターに依存した特徴的な振る舞いが見られ、環境の揺動に敏感な場合には振動しながら減少する傾向がみられる。初期相関の有無に対しては、コンカレンスの振動にその影響が現れている。また、2つのスピンそれぞれに独立な環境が存在する場合には、コンカレンスの定式化はスピン間のみで可能である。全系は2つの環境を有するため、それぞれの環境の揺動によってコンカレンスの時間発展にも特徴的な減少傾向がみられることが分かった。

トレース距離についても(1)同様に定式化が可能であり、初期相関効果の有無によって量子状態の比較を行った。上記の、と同様に、各種相互作用の強さ、環境からの揺動に従って、トレース距離が時間とともに減少する様子を調べることができた。すなわち、各種パラメーターに依存して、単調減少する振る舞い(マルコフ的)、振動を伴いながら減少する振る舞い(非マルコフ的)が現れることが明らかにされた。

以上の成果は、日本物理学会にて一部はすでに口頭講演され、さらに2014年9月に口頭講演を予定している。また、現在投稿論文を執筆中である。

(3)上掲(1)(2)では全系の初期状態は相関を有する純粋状態として、Jaynes-Cummings 模型または2スピン模型と環境系の間が存在する初期相関効果について厳密な解析を行った。この過程で、上掲の初期相関とは異なる型の初期相関効果の存在に着目した。すなわち、初期相関の生じる原因として、注目する系に対する測定操作を考え、測定の効果を取り入れた初期状態を設定することができる。この初期相関効果については、注目する系としては量子ビット(大

きさ $1/2$ のスピン)、その環境としては確率過程模型を導入し、コヒーレンスの消失過程を論じた。

そこでさらに、環境として確率過程ではなく調和振動子の集団を扱う場合に、注目する系のコヒーレンス消失過程を検討するため、量子マスター方程式の方法を取り上げた。すなわち、注目する系の量子状態の時間発展を表す量子マスター方程式は、初期相関効果を取り入れることによって、その扱いが困難になる。この困難を克服するため、量子マスター方程式の構築方法を検討して新たな結果を得た。この部分については、これまでに日本物理学会で口頭発表を行い、今後の同学会にてさらに口頭発表を予定しており、現在論文執筆を含めてまとめ作業が進行中である。初期相関効果の課題の一つとして、本研究課題を踏まえたさらなる発展を目指している。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 1件)

Sachiko Kitajima, Masashi Ban and Fumiaki Shibata,
A solvable dissipative Jaynes-Cummings model with initial correlation,
J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **46** (2013) 224004. (査読あり)
doi:10.1088/0953-4075/46/22/224004

[学会発表](計 4件)

北島佐知子、番 雅司、柴田文明、
「2スピン系の非平衡ダイナミクス - 初期相関の効果 -」、日本物理学会 2014 年秋季大会、2014 年 9 月、中部大学 (accepted)

番 雅司、北島佐知子、柴田文明、
「初期相関効果を取り入れた量子マスター方程式の展開公式とその応用」、日本物理学会 2014 年秋季大会、2014 年 9 月、中部大学 (accepted)

北島佐知子、番 雅司、柴田文明、
「量子開放系における初期相関効果 汎関数法と量子マスター方程式の方法」、日本物理学会 2013 年秋季大会、2013 年 9 月 25 日、徳島大学

北島佐知子、番 雅司、柴田文明、
「散逸のある Jaynes-Cummings 模型の厳密な扱い III」、日本物理学会第 68 回年次大会、

2013年3月28日、広島大学

6. 研究組織

(1) 研究代表者

北島 佐知子 (KITAJIMA, Sachiko)
お茶の水女子大学・大学院人間文化創成科
学研究科・准教授
研究者番号：70334571

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし

(4) 研究協力者

柴田 文明 (SHIBATA, Fumiaki)
お茶の水女子大学名誉教授
研究者番号：20011702

番 雅司 (BAN, Masashi)
お茶の水女子大学・大学院人間文化創成科
学研究科・教授
研究者番号：50416955