

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 16 日現在

機関番号：54701

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2014

課題番号：24760242

研究課題名(和文) ディスク形MHD加速機によるエネルギー印加時のプラズマ挙動の解明

研究課題名(英文) Explication of Plasma Dynamics as Energy Supply for Disk MHD Accelerator

研究代表者

竹下 慎二 (Takeshita, Shinji)

和歌山工業高等専門学校・電気情報工学科・准教授

研究者番号：30616800

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：ディスク形MHD加速機に関する研究は、準1次元非定常数値解析によって得られた結果で、チャンネル長に対しての断面積変化による平均的なものであったため、局所的な変化がわかりにくいという欠点があった。そこで、本研究課題ではr-z非定常2次元数値解析コードを開発し、シミュレーション結果の妥当性及びチャンネル入口近くでの圧力上昇やそれに伴うプラズマ挙動や加速性能への影響を検討することを目的とした。r-z2次元に適用した支配方程式、離散化、計算スキームなどは決定しているが、引き続き数値解析コードの開発を行う必要がある。

研究成果の概要(英文)：A study of Disk-shaped MHD Accelerator and its achievement are obtained by unsteady quasi-1 dimensional numerical simulation, it was variation of cross sectional area for a certain channel length. Therefore it had a weak point which is severe to understand local variation. In this work, the purpose is to develop unsteady r-z 2D numerical simulation code, to confirm the simulation results and to investigate pressure gain at close to the MHD channel, plasma dynamics and influence to acceleration performance. As a result, governing equations, simulation scheme and its discretization are adapted to r-z 2D numerical simulation model. However it is necessary to work out development of numerical simulation code.

研究分野：電磁流体力学

キーワード：電磁流体力学 空気プラズマ ディスク形 数値解析

### 1. 研究開始当初の背景

航空宇宙分野において、直線形 MHD 加速機は、次世代宇宙推進機の有効な候補の一つとして、スクラムジェットエンジンと組み合わせた研究が国内外で行われてきた。

研究代表者は、2005 年から長岡技術科学大学にて、図 1 に示すディスク形 MHD 加速機の研究を開始した。ディスク形 MHD 加速機は、従来から研究されているディスク形 MHD 発電機とほぼ同じ形状・装置で動作するが、世界中で研究された例がほとんどなかった。ディスク形用の非定常準 1 次元解析コードを開発し、コードの数値解析によって短 MHD チャンネル長では、従来から研究されている直線形 MHD 加速機よりも加速性能、熱損失が優れていることを示した。ディスク形はチャンネル長が 4.5 [cm] でおおよそ 2,800 [m/s] の気体速度、熱損失 9.2 [%] を得ることが出来た。また、同入力条件ではチャンネル長を短くすれば短くするほど加速性能が向上する傾向が見られたが、短すぎると逆に MHD チャンネル入口近くで圧縮現象が発生し、減速してしまうという知見が得られた。

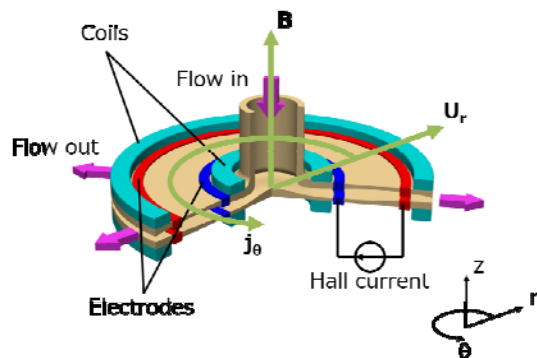


図 1 ディスク形 MHD 加速機の模式図

一方、得られた結果はチャンネル長に対する断面面積変化の平均値であったため、断面面積変化による局所的な現象を調べることが出来なかった。

例として、図 2 に示すプラズマ速度の速度履歴について解説する。想定しているディスク形 MHD チャンネルは末広がり超音速流体を流しているため、通常であればプラズマ速度が増加していくがチャンネル入口近くにおいて、プラズマ速度が一時減速している。ホール電流は 600 [A] 一定でチャンネル間に印加しているが、電流密度で考えたときにはチャンネル入口でもっとも大きい値となる。この場合、電流密度がチャンネル入口近くで集中するため、ジュール熱の増大、プラズマ温度の上昇、プラズマ圧力の上昇が発生する。局所的に上記のプロセスを経て圧力上昇が起こるためにプラズマ速度が

減少するが、チャンネル入口近くでの z 方向の変化がどうなっているのかが把握できないため、プラズマの振る舞いを理解するために、本研究課題を申請した。

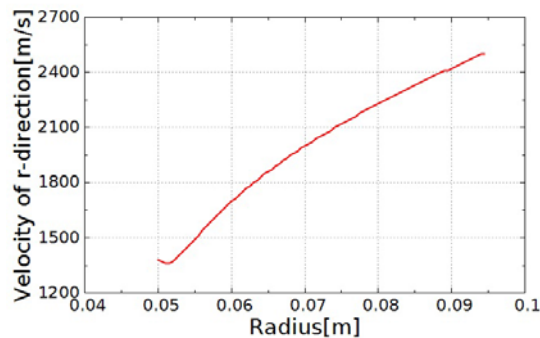


図 2 ホール電流 600 [A] におけるディスク形 MHD 加速機のチャンネル半径方向のプラズマ速度

### 2. 研究の目的

本研究課題では、まず、ディスク形 MHD 加速機用非定常 r-z2 次元解析コードを開発することを目的とした。非定常 r-z2 次元解析コードは非定常準 1 次元解析コードに比べ、断面内の平均圧力や局所的圧力、剪断応力を考慮するため、非定常準 1 次元数値解析では明らかに出来なかった、エネルギー印加時の (1) チャンネル内での局所的な電流分布や電界が作用する流体諸量の振る舞い

- (2) 磁界分布による加速性能の違いや局所的な流体の激み、境界層剥離の発生による加速性能への影響などが時間変化で評価・検討できると考えている。また、r-z2 次元による数値解析であることから、
- (3) ノズルや排出ノズル (又はディヒューザ) の 2 次元設計
- (4) 上記に伴う超伝導磁石や電極長さなどが設計できる

ことから、2 次元解析での流体諸量の評価だけではなくディスク形 MHD 加速機の実機製作の指針につなげることを最終目標とした。

### 3. 研究の方法

#### (1) 支配方程式について

以下に本研究課題で用いられる支配方程式を示す。

#### ① 流れ場方程式

連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0$$

運動量の式

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{u}) + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = \vec{j} \times \vec{B} - \nabla p - \vec{P}_L$$

エネルギーの式

$$\frac{\partial E_s}{\partial t} + \nabla \cdot \{(E_s + p)\vec{u}\} = \frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} + \vec{u} \cdot (\vec{j} \times \vec{B}) - Q_L$$

②エンタルピーの式

$$E_s = \rho \left( c_v T_g + \frac{1}{2} |\vec{u}|^2 \right)$$

③状態方程式

$$P_g = \rho R T_g$$

④プラズマ方程式

一般化されたオームの式

$$\vec{j} + \frac{\beta}{|\vec{B}|} \vec{j} \times \vec{B} = \sigma (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B})$$

連続の式

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_i^+) + \nabla \cdot (n_i^+ \vec{u}) = k_{fi} n_e n_i - k_{ri} n_e^2 n_i^+$$

電子の方程式

$$\frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} = 3n_e m_e k (T_e - T_g) \sum_i \frac{v_{ei}}{m_i} + \sum_i \dot{n}_i^+ \left( \frac{3}{2} k T_e + \varepsilon_i \right)$$

⑤MHD 近似されたマクスウェル方程式

ファラデーの電磁誘導の法則の式

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

電流保存の式

$$\nabla \cdot \vec{j} = 0$$

(2) TVD-MacCormack 法について

まず、上記に示した支配方程式を準1次元の r-θ から2次元の r-z の場合に変更を行い、計算スキームを TVD-MacCormack 法とした。このスキームはこれまで研究に使用してきた MacCormack 法を1次元分ではなく、もう1次元についても時間項とともに導入されたものである。

一般的なベクトル方程式を用いて表すと、

$$\frac{\partial \vec{X}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial r} + \frac{\partial \vec{G}}{\partial z} = \vec{S} + \vec{T}$$

となり、式中のベクトル  $\vec{X}$ ,  $\vec{F}$ ,  $\vec{G}$ ,  $\vec{S}$ ,  $\vec{T}$  は独立変数からなる組であり、以下のように表すことができる。

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} \rho_r u_r A \\ 0 \\ \rho_r u_r^2 A \\ 0 \\ (E_s A + p) u_r A \\ 0 \\ n_i^+ u_r \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{X} = \begin{bmatrix} \rho_r A \\ \rho_z A \\ \rho_r u_r A \\ \rho_z u_z A \\ E_s A \\ E_s A \\ n_i^+ \\ n_i^+ \end{bmatrix}$$

$$\vec{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho_z u_z A \\ 0 \\ \rho_z u_z^2 A \\ 0 \\ (E_s A + p) u_z A \\ 0 \\ n_i^+ u_z \end{bmatrix} \quad \vec{T} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_{fi} n_e n_i - k_{ri} n_e^2 n_i^+ \\ k_{fi} n_e n_i - k_{ri} n_e^2 n_i^+ \end{bmatrix}$$

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ ((j_\theta B_z, 0, j_r B_z) - \nabla p - P_L) A \\ ((j_\theta B_z, 0, j_r B_z) - \nabla p - P_L) A \\ \frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} - (j_r B_z u_z + Q_L) A \\ \frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} - (j_r B_z u_z + Q_L) A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(3) 予測子段階と修正子段階

これら  $\vec{X}$ ,  $\vec{F}$ ,  $\vec{G}$ ,  $\vec{S}$ ,  $\vec{T}$  について、予測子段階、修正子段階と呼ばれる2段階の差分を行い、r 方向及び z 方向それぞれで行い2次元解析を行う。例として、r 方向についての予測子段階及び修正子段階について述べる。予測子段階では前進差分を行い、次の値の予測を行い、修正子段階ではこの値を用いて後退差分を行い、最初の量との平均をとる。このような方法を繰り返していくことで解を得る方法で、以下にそれぞれの式を示す。

・予測子段階

$$X_i^p = X_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta r} (F_{i+1}^n - F_i^n) + \Delta t S_i^n$$

・修正子段階

$$X_i^c = \frac{1}{2} \left[ X_i^p + X_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta r} (F_{i+1}^p - F_i^p) + \Delta t S_i^p \right]$$

ここで、 $\Delta t$  は時間の刻み幅、 $\Delta r$  は流れ方向の刻み幅をそれぞれ示す。上付きの  $n$  は、予測子・修正子段階前のそれぞれの量を、 $p$  は予測子段階の量、 $c$  は修正子段階での量である。これを  $z$  方向でも行う場合は、 $F$  および  $S$  を、 $G$  および  $T$  に置換することで  $z$  方向での予測子・修正子段階の式とすることが出来る。

しかしながら、この計算スキームでは、最後の  $i$  方向の値を計算することが出来ないため、ひとつ前の値を代入することとしている。

(4) TVD について

従来の MacCormack 法を用いた数値解析では、人工粘性項を解析領域全体に一律に導入して解を導出していたが、TVD (Total Variation Diminishing) 理論という理論に基づいたもので、格子節点ごとに人工粘性項による修正量を適切なものとなるよう、制限関数を用いて調整することができる。これを導入することで、以前は人工粘性項を一律に適用していたために発生していた人工粘性の効きすぎ・効かなさを解消し、数値計算上の安定性を増し、不連続現象の計算を可能にすることができる。

(5) 境界条件

本研究課題における境界条件としては、チャンネル壁面における壁温度は一定、速度はゼロ、チャンネル出口では背圧を考慮しない、外挿または自由流出を適用することとした。

4. 研究成果

現時点では、従来ある支配方程式から準 1 次元の  $r-\theta$  から 2 次元の  $r-z$  の場合に変更を行い、TVD-MacCormack 法を計算スキームとして決定した。さらに、境界条件の決定、上記支配方程式を計算スキームに合致するように離散化し、計算コードに記述した。精度を保証しつつ安定的に解を求めるためにはより一層の時間を必要とするため、引き続き本研究課題に取り組む所存である。

<参考文献>

- [1] A. Harten, High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, J. of Comp. Physics 49, pp. 357-393, 1983
- [2] 中谷剛, リモートセンシングデータの環境・防災分野の応用に関する研究, 神戸大学博士論文, 2013
- [3] 崇田徳彦, 清水康行, 渡邊康玄, MacCormack 法を用いた常・射流計算, 開発土木研究所月報, No. 448, 1990
- [4] 石丸正吾, 西田迪雄, TVD-MacCormack 法による固気 2 相超音速自由噴流の数値解析, 日本機械学会論文集 (B 編) 55 巻 516 号

P. 2262, 1989

[5] Dongfang Liang, Roger A. Falconer, Binliang Lin, Comparison Between TVD-MacCormack and ADI-type solvers of the shallow water equations, Hydroenvironmental Research Centre, Cardiff School of Engineering, Cardiff University, The Parade, Cardiff, Wales CF24 3AA, UK, 2006

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[学会発表] (計 1 件)

Study of Power Generation and Acceleration using by Small MHD Channel, Naoya Ikoma, Kyohei Maruyama, Shinji Takeshita, Toru Sasaki, Takashi Kikuchi, Nobuhiro Harada, The 3<sup>rd</sup> International GIGAKU Conference in Nagaoka (IGCN2014), GP-1, 2014

6. 研究組織

(1) 研究代表者

竹下 慎二 (TAKESHITA, Shinji)  
和歌山工業高等専門学校・電気情報工学科・准教授  
研究者番号: 30616800

(4) 研究協力者

原田 信弘 (HARADA, Nobuhiro)  
長岡技術科学大学・電気電子情報工学専攻・教授  
研究者番号: 80134849

菊池 崇志 (KIKUCHI, Takashi)  
長岡技術科学大学・電気電子情報工学専攻・准教授  
研究者番号: 30375521

佐々木 徹 (SASAKI, Toru)  
長岡技術科学大学・電気電子情報工学専攻・准教授  
研究者番号: 90514018