

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 28 日現在

機関番号：14301

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2012～2013

課題番号：24830044

研究課題名(和文) 複雑な景気循環現象が発生するメカニズムの数理的解明とその応用

研究課題名(英文) Mathematical analysis of complex business cycles and its applications

研究代表者

佐藤 健治 (Kenji, Sato)

京都大学・経済研究所・研究員

研究者番号：60634227

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円、(間接経費) 720,000円

研究成果の概要(和文)：ビジネスサイクル現象の発生に関して非線形経済動学のアプローチから再検討を行った。既存の経済理論では排除されていた条件下でも非線形現象が発生することが示され、理論の適用範囲を拡大することができた。また、パラメータ選択に関する比較分析という視点を導入することで、モデル化の際の取捨選択において無視される傾向の高かった生産要素が安定性・振動挙動といった振舞いを決めるために重要な役割を果たすことを明らかにした。具体的な分析を行った二部門最適成長モデルは産業連関分析と関係があり応用上の重要性も大きい。

研究成果の概要(英文)：This project is concerned about an investigation of business cycle phenomena by means of the theory of nonlinear economic dynamics. We have proposed and applied a new condition under which a dynamic model exhibits complex behavior. Based on the new theory, a comparative dynamics analysis of a two-sector optimal growth model with respect to factor addition and removal is also proposed. We found that some factors prone to be ignored in models were, in fact, important to determined the behavior. Proposed conditions are based on figures in input-output tables and readily applicable.

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：理論経済学

キーワード：非線形経済動学 経済理論

## 1. 研究開始当初の背景

複雑系経済学の発展により、動学システムにおける非線形性が複雑かつ恒久的な景気循環の一因であることがよく知られるようになった。この分野は、経済に外生的なショックが加わらずとも、景気循環が内生的な作用によって生み出される可能性を明らかにしたという点で重要な分野である。しかし実証的な観点では、外生的なショックを仮定する研究手法が主流となっているのが実情である。これは、複雑系経済学の適応対象が限定的であることや、カリブレーションに伴う困難が原因であると考えられる。本研究では、複雑系経済学・システム制御理論のアプローチからこれらの問題に取り組み、実証研究に応用可能な内生的景気循環理論の構築を目指す。

## 2. 研究の目的

本研究では、実証研究への応用可能性の観点から複雑系経済理論の拡張を目指す。応用に伴う諸問題を解決し、複雑系経済理論を進展させるための技術的な方法は、ロバストかつ適用範囲の広い理論を構築することである。つまり、これまで用いられてきた条件を緩和することにより既存理論の適用対象を広げると同時に、ビジネスサイクルを生じさせる新しいメカニズムについてさらなる研究が求められている。この研究は数理経済学的重要性に留まらず、多くのマクロ経済学者・実務家にとっても有用となり得る。本研究課題ではこの問題に取り組み、景気循環現象の理解を深化させることに貢献する。

## 3. 研究の方法

本研究では研究代表者・佐藤と矢野誠京都大学教授によるエルゴードカオスの新しい十分条件(学会発表2)を適用することで、非線形経済動学の従来分析が適用対象外としていたモデルに対してビジネスサイクル現象を確認するとともに、産業連関分析と関係の深く実証分析においても重要なモデルである二部門最適成長モデルを用いて、投入要素の追加や無視によって生じるモデルの安定性・不安定性の変化を追跡する(学会発表5)。

### 基礎理論の概要

エルゴードカオスとは、決定論的に定まる動学経路があたかも確率過程であるかのように振る舞う現象を指している。システムに対して確率分布が一意的に定まり、長時間の経路平均が確率平均によって記述できることが知られている(エルゴード定理)。その結果、動学経路の長期傾向が計算可能になるなど、分析上の利点が多い。

非線形経済動学の分野では、最適成長経路

がエルゴードカオスになるための条件が研究されてきた。本研究とその先行研究によって開発してきた十分条件は、区間上の動学を決定する1次元写像が単峰型でかつ反復拡大的(反復写像の傾きが有限この点を除いて1より大)であるという条件である。より普遍的な数学的結果を元に、単峰条件を課すことで新しい十分条件を得た。単峰性は、経済現象を説明するモデルでは自然に現れる性質であり、結果として使いやすい十分条件を得ることができた。

写像の傾きが1より大きい写像による軌道は初期値の小さな変化が時間とともに拡大してゆく様相を想像すれば直感的な理解が得やすい。近くの点を出発した2つの軌道は十分時間が経過した後では、区間上を大きく動きまわりまったく別の点から出発したもののように見える。この軌道が区間の(おおむね)全体を動くことが単峰性によって保証されるのである。

## 4. 研究成果

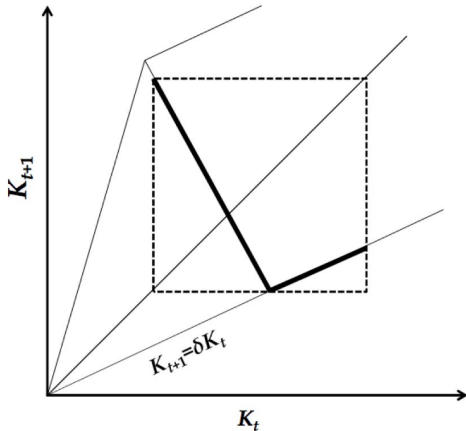
本研究の成果は大きく分けて(1)先述の理論成果を耐久資本財のある最適成長理論への適用したものと(2)2部門3要素モデルへの適用したものの2つに分類される。更に(2)の成果をベースにして、新しい比較動学手法を提案し、非線形動学分析を政策評価に応用する基盤構築を行っている。以下では、それぞれの研究成果の詳細について述べ、最後の点については今後の課題とともに言及する。

### (1)耐久資本財のある2部門最適成長理論

資本減耗がゆるやかなケースで2部門2要素最適成長モデルにおいて最適なビジネスサイクルが起こることを示し、佐藤・矢野の十分条件による分析を行った。この成果をまとめた論文"Optimal ergodic chaos under slow capital depreciation"(矢野誠教授との共著)が*International Journal of Economic Theory*に掲載された(雑誌論文1)。

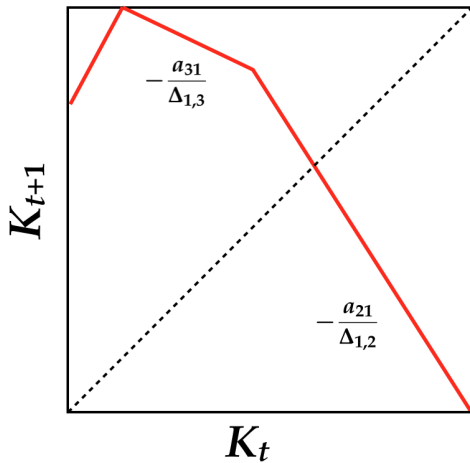
下図の太線部分がビジネスサイクルを生む最適動学関数を表しており、資本減耗に対応するゆるやかな傾き(1より小さい傾き)をもつケースにも適用できる使いやすい十分条件の開発を行うとともに、具体的な例を用いて有効性を確認したものである。

このモデルはあくまで一例であるが、非線形性に関する条件を弱めることでより広いクラスの経済モデルが同様の特性を持つ可能性を示せた点、さらに、それが単峰・反復拡大的という共通の条件に基づいて得られる複雑性であるということが示された点が重要である。



## (2) 2部門3要素モデル

このモデルをさらに発展させた例として、2部門3要素のモデルに対する応用研究を実施した。最適経路が下図のような動学関数によって特徴づけできることを証明し、恒久的で複雑なビジネスサイクルの特徴付けを行った。佐藤と矢野による十分条件はこのようなケースにも適用でき、2部門3要素の生産



構造を持つ経済モデルにおいて非線形挙動が発生する条件を得た。

## 理論上の貢献

本研究の貢献を理論的・抽象的な観点から評価しようと試みるならば、「非線形経済動学モデルの構造変化に関する安定性・不安定性に関する新たな議論を提示した」こと、とまとめられるだろう。モデルに則した言葉で述べると、生産要素の数を増やすことで非線形性の特徴が変わるものの複雑なビジネスサイクルが起こるケースがあることを明らかにしたことである。

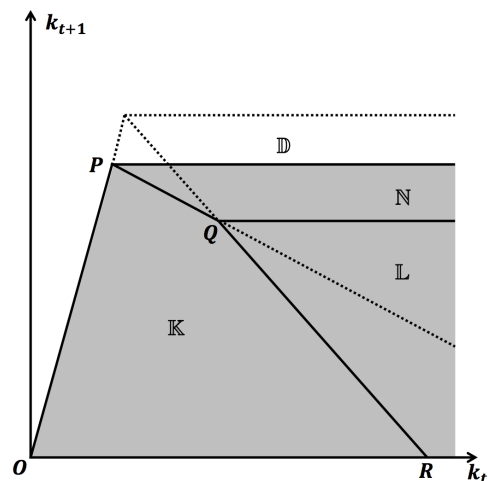
非線形経済動学の分野では、力学系理論を応用し、パラメータの微小な変化に対する反応を分岐分析を用いて分析する手法が広く研究されてきた。シュミレーションによるこの分析手法は非線形力学系の大域的な様相

を明らかにする上で優れた方法論である。一方で、本研究では、モデルの大きな変化に対する反応を観察する方法論の基本的なアイデアを提案した。特に、モデルパラメータの追加・削除という大きな変化に対して動学の変化を追跡する比較動学分析手法を提案している。さらに、この手法は産業連関分析とも関連の深い二部門最適成長モデルに導入されており、応用上の重要なステップとなっている。この点については次節で詳しく述べる。

## 応用上の貢献

モデル分析の観点からは、通常非線形経済動学分析で無視される生産要素の存在が景気循環経路の発生を決定する可能性があることを示した点が重要である。具体的には、資本蓄積を表す位相図に対して完全雇用条件が急峻な傾きを持つケースのみ扱ってきた従来の分析を、ゆるやかな傾きをもつ追加的な要素が存在するケースについて対象を拡大し、佐藤と矢野による理論条件を応用して複雑なビジネスサイクルが存在する十分条件を示すことが可能となった。

例えば、下図でOPとQRを結ぶ鋭角三角形（一部点線）が従来の非線形経済動学理論による動学関数を表し、これが複雑なビジネスサイクルを発生させることはよく知られている。本研究では、新たな生産要素を追加し、その効果を表現するPQ線が追加された折れ線OPQRで表わされる動学関数によっても最適かつ複雑なビジネスサイクルが発生することを示している。これはすなわち、このモデルにおいては特定の条件を満たす要素の追加に対してモデルの複雑なビジネスサイクルが保存されることを表している。



一方で、モデルの複雑性を解消する方向に変化させるようなパラメータの導入・削除についての条件も提示しており、パラメータ導入に関する比較動学分析は一定の解決が得られている。これは後で述べるようにモデル分析の頑健性・脆弱性に対する一定の評価を

与えるものとして利用することができる。

本研究で得られた数値条件は、各セクターの要素投入量によって定まるものであり、本新津的には産業連関表に現れる数字から計算可能なものであり、実証分析を展開する上で有効に働くものと考えている。例えば、ここで得られた条件を利用することで、モデル化に関する判断をより精密にすることができる。

この成果は国際学会 SAET2013 にて発表した (Complex dynamics in a two-sector optimal growth model with three production factors, 学会発表 5)

## 今後の研究方針

この研究は今後、おおよそ次のような3つの方向に発展するものと期待できる。

### (1) モデル分析の頑健性評価

研究期間中に発表した研究内容は、主に分析上の事由により生産要素が増減することを想定したものである。分析のロバストネスを確認するための手法として適用することを目的としてきた。この方向でのさらなる精緻化は重要な課題である。

例えば、経済分析では、簡略なモデルを使うことで注目する経済現象の本質を描写することを目標とすることが多い。必然的に変数を減らしたモデルを扱うことになるが、変数を制限することの妥当性については検討されないことも多い。変数の増減によって大域的な動学に起こる変化の定性的な性質を追跡することで、分析しているモデルの頑健性・脆弱性を評価することができるようになる。これ自体が応用上重要な貢献であるが、現在は2部門モデルに対象が制限されており、より一般的なモデルにおいても適用できるよう理論整備を行うことが期待される。

### (2) 規制の比較動学分析 (定性分析)

これまでの研究では、このような分析上の理由による変数の増減を主対象としていたのであるが、経済現象として生産要素が増減する理由を排除するものではない。生産要素が増加する要因としては、例えば、規制が導入されることによって今まで無視されてきた生産要素が生産計画を立案する上で無視できなくなるようなケースが考えられる。二酸化炭素の排出に上限が設けられたことで、二酸化炭素の排出という(抽象的な)生産要素が最適化における制約的な条件になるといったケースである。新しく生まれた生産要素の要素集約度を部門間比較することで、ビジネスサイクルに対する影響を見積もることができる。

生産要素数が減少する要因は、先ほどとは逆に、規制が緩和されることによって生産要

素として考慮する必要がなくなるケースを考えればよい。あるいは、技術革新によって、これまで制約的だった条件が制約的でなくなるといったケースも考えられる。

このような考察から、本研究の成果は政策評価の手法としても応用可能である。この方向に研究を進展させ、応用上の役割を確固たるものにしていくことは重要な課題として残されている。

### (3) 規制の比較動学分析 (定量分析)

また、エルゴードカオスを複雑性の概念として採用していることを積極的に活用すれば別のアプローチからも政策評価に応用できる。つまり、軌道が経由する状態の確率分布に関する情報を(すでに確立された手法を応用することで)数値的に得ることができるため、生産要素の増減(規制の導入・緩和)に対して確率分布がどのように変化をするかを分析することができる。この事実は厚生分析を実施する上での基礎的な評価手法になるものと期待することができる。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 1 件)

1. Kenji Sato and Makoto Yano "Optimal ergodic chaos under slow capital depreciation," *International Journal of Economic Theory* 9, 2013

[学会発表](計 5 件)

1. Kenji Sato and Makoto Yano "An iteratively expansive unimodal map is strong ergodic chaos", Workshop on Trade, Macroeconomic Dynamics and Political Economy, 香港城市大学, 2012年5月, 香港.

2. Kenji Sato and Makoto Yano "An iteratively Expansive Unimodal Map Is Strong Ergodic Chaos" WEAI 87<sup>th</sup> Annual Conference, 2012年7月, サンフランシスコ.

3. Kenji Sato and Makoto Yano "A simple condition for uniqueness of the absolutely continuous ergodic measure and its application to economic models" ICNAAM2012, 2012年9月, コス

4. Kenji Sato and Makoto Yano "Ergodically chaotic Matsuyama model" WEAI 10<sup>th</sup> Biennial Pacific Rim Conference, 2013年3月, 東京

5. Kenji Sato, Makoto Yano and Daishoku Kanehara "Complex dynamics in a two-sector optimal growth model with three production

factors” SEAT 2013, 2013年7月, パリ

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

- 出願状況(計 0 件)
- 取得状況(計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

#### 6. 研究組織

##### (1)研究代表者

佐藤 健治 (Kenji Sato)

研究者番号: 60634227

##### (2)研究分担者

なし

##### (3)連携研究者

なし