様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科研費
KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　元 年　 ６ 月 １８ 日現在

機関番号：１１３０１
研究種目：基盤研究(S)
研究期間：2013～2017
課題番号：２５２２０７０２

研究課題名（和文）数理モデルにおける非線型消散・分散構造の 臨界性の未開領域解明

研究課題名（英文）Elucidations on unexplored regions of problems related to the criticality of nonlinear dissipative and dispersive structures in mathematical models

研究代表者
小川　卓克（Ogawa, Takayoshi）

東北大学・理学研究科・教授

研究者番号：２０２２４１０７

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　137,770,000円

研究成果の概要（和文）：非線形シュレディンガー方程式に代表される、非線形分散型偏微分方程式の時間大域挙動や局所挙動，あるいは圧縮性非圧縮性Navier-Stokes方程式や移流拡散方程式に代表される非線形消散型方程式の双方に現れる消散構造や分散構造を抽出し、より精密な非線形解析を行い、それらの線形安定化構造と非線形から発生する不安定性の拮抗により現れる臨界問題を研究し、そうした問題の解の構造を明らかにした。とりわけ、消散型構造や分散型構造に関わる臨界型評価(不等式)を導出し非線形評価に有効な様々な臨界不等式を導出した。

研究成果の学術的意義や社会的意義
非線形偏微分方程式論の研究は、複雑な非線形性が反映して、個別の未解決問題への数学解析のアプローチに各論を強いられる。本研究ではプラズマ物理や流体力学などに現れる典型的な問題に対して、分散性・消散性という安定化構造と不安定化構造である非線形構造が拮抗する問題にある一定の統一的評価を与え、汎用性のある不等式（線形評価・非線形評価・汎用臨界不等式)に集約し、関連する諸問題の安定な可解性・漸近的解析に対して，一定のアプローチを提示した。これにより解の様子を与える数値計算などにおいて、非線形偏微分方程式論の個別の型に依らない一般化が可能となり、応用上で重要な問題に対して応用が可能となった。

研究成果の概要（英文）：We extract a dispersive and dissipative effect from the typical example in the nonlinear dispersive equations such as the nonlinear Schroedinger equation and nonlinear dissipative equations such as the Navier-Stokes system or the drift diffusion system and research the critical problems that arose from a balanced situation between the stabilize effects from dispersive and dissipative and the instability caused from nonlinear interaction. In particular, we establish the maximal regularity for the nonlinear dissipative system and applied for the critical problems and singular limit problems in Keller-Segel system or ill-posedness problem of mathematical fluid mechanics.

研究分野：解析学

キーワード：非線形分散型方程式　非線形消散型方程式　Navier-Stokes方程式　臨界指数　臨界問題　特異極限　最大正則性　臨界型函数不等式

1. 研究開始当初の背景

数理モデルにおいて非線形連立偏微分方程式により定式化される問題では、問題の持つパラメータの値によって、問題の特性が際立って変化することがしばしば観察される。このような問題を「臨界問題」と呼び、そうした様相の現れる非線型問題を、系の持つ消散性と分散性に着目して解析的に研究し、こうした臨界構造の背後にある未開の非線型的数理を探求することが基本目的である。

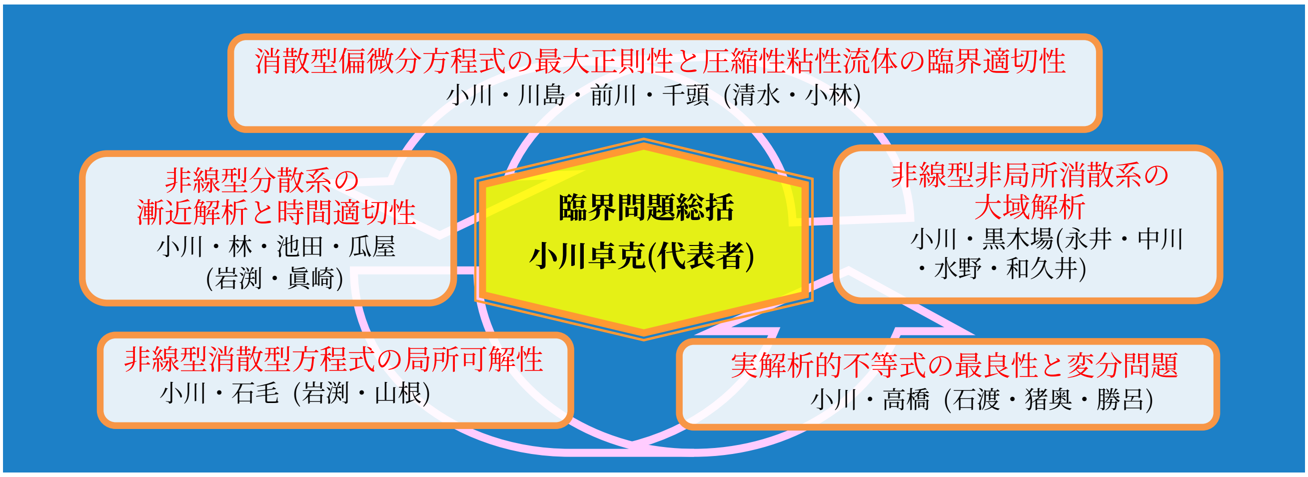
こうした臨界問題は、しばしば系の持つ安定性に寄与する特性と不安定性に寄与する特性の拮抗によって発生し、それらは「線形性」と「非線型性」の拮抗による場合が多い。本研究で対象とするのはこれら線形安定性と非線型不安定性の拮抗を線形安定性が持つ「消散性」と「分散性」に着目してそれぞれのあるいはそれらの融合した系と「非線型性」が生み出す不安定性の拮抗状態に於いてどのような数理が発生するかを組織的に研究することにある。

２．研究の目的

本課題が対象とする数理モデルの背後に、問題が元々備える消散性・分散性(安定化要因)と非線型性(不安定化要因)の拮抗がもたらす臨界性が大きな寄与を持つことが、これまでの研究により明らかになっている。変分汎函数の最急降下方向への幾何が時間大域挙動に直結する非線型熱方程式ではそうした研究が進んでいるが、保存則を持つハミルトン系である物理モデルは拘束条件付きの変分問題となり、大域挙動は消散型のそれとは大いに異なる。こうした変分構造の違いと、にもかかわらず双方とも同様な臨界安定性を示す断片的な結果の齟齬は本質的にこうした大域構造の理解が進んでいないことの表れである。こうしたモデルの変分構造を理解することが本課題の重要な視点である。臨界性を有する問題では、非線形効果と消散・分散効果が相補的に系を安定化させる傾向を持つように思われる。この部分を明快にし、モデルの臨界性の数学的構造を知ることが本課題の最大の目標であり、研究が進展すれば周辺の数理において臨界状況を超えた解析学的に未開の分野を切り開く出発点となる。

３．研究の方法

研究代表者の小川は研究全体を総括し、研究分担者・研究支援者・研究協力者らの協力の下に、臨界問題に典型的な非線型分散型および非局所型非線型消散型問題の可解性に取り組む。個別の研究を進めながら年度ごとに関連する研究集会を開催して連絡を取り合う。分担者の川島・高橋・石毛に加えて平成 26 年度より連携者の林を分担者に、また新たに前川を分担者に加えて以下のような相互関係を維持しながら研究を分担して実施した。(括弧内は研究協力者)



これらの研究は相互に臨界性を横軸に、また消散性と分散性を縦糸に連携しており、様々な非線型偏微分方程式の相互に弱い相互の関連があることを見出すことを目標とし、特に消散性・分散性の非線型問題への寄与を時刻零への極限・時刻無限大への極限を糸口に探った。また代表者と分担者は密接に連絡を取り合いながら研究の進展状況について把握に努めた。以下の国際集会・国内集会を企画・主催した。いずれも web page にて公開している

(http://www.math.tohoku.ac.jp/~ogawa-staff/)。

４．研究成果

代表者の小川は、主に消散性と分散性のそれぞれに特徴的な構造を研究し、様々な臨界問題に特徴的に現れる構造に対して、実解析学的特徴付けを与えながら、大域解析につながる研究成果と、今後の臨界構造展開に不可欠な臨界型評価式を複数発見した。

①（非線形分散型問題の大域解析）非線型 Schrödinger 方程式は、空間 2 次元で 2 次の非線型性が非線型 Schrödinger 方程式の解の長時間挙動に関して「非線型長距離散乱」と「短距離散乱」の境目たる臨界指数(Barabu-Ozawa 臨界)となる。このような臨界状況における解の漸近挙動は、単独方程式の非線型構造に対して詳しく知られていたが、空間 2 次元で 2 次の非線型性を有するラマン分光モデルは連立系であって、主要部の質量係数に応じて、質量非共鳴、質量相殺、質量共鳴のそれぞれの場合が、単独 2 次の多項式、純実数、ゲージ不変の非線型 Schrödinger 方程式の解の挙動と対応することが、分担者(林)らの研究で明らかになっていた。本研究では、質量共鳴条件下で既知の分類に属さない「チャージ(解の L^2 ノルム)が成分間を変遷する漸近挙動」

を発見した (発表論文 [9] 以下同)。このことは空間 4 次元において、擬等角変換により時刻零と時刻無限大が直接的に対応することの反映と考えられるが、擬等角変換不変性が代数的に成り立たない空間 2 次元では、時刻零と時刻無限の挙動は代数的には同等ではない。しかしながら漸近挙動に現れる自由度との相関で時刻零近傍での解の適切性を保証するソボレフスケールが、 質量非共鳴、質量相殺、質量共鳴の各状況に応じて変動し、それぞれ単独の非線型 Schrödinger 方程式の持つ適切性の臨界空間と対応がつくことを証明した。この結果を得る際にはそれ以前に準備として研究した空間 2 次元 2 次の非線型項を持つ非線型 Schrödinger 方程式の単独問題に対する時間局所非適切性の研究が基礎となっている ([8])。これらの結果は、非線形 Schrödinger 方程式の時間依存する解が、擬等角変換が成立しない状況においても、あたかも非線型楕円形偏微分方程式におけるケルビン変換のごとく、時刻零と時刻無限が対応する結果に結び付き、系の持つ質量共鳴構造の解析的挙動に大きく寄与することを示唆している。これらの結果はその後、分担者の林 仲夫とその協力者である P. Naumkin との共同研究に発展し、非線形 Schrödinger 型の問題にとどまらない発展をみせている ([3])。

② (線形消散型臨界評価と応用) 圧縮性 Navier-Stokes 方程式あるいは非圧縮性 Navier-Stokes 方程式、さらには移流拡散方程式などの初期値問題は、非線形放物型問題の主要部の持つ共通の性質として「最大正則性」が挙げられる。 最大正則性とは、一様放物型初期値問題の外力の持つ時空正則性(時間と空間方向の可積分性)に対して、解そのものが同様の時空正則性を備えるかという問いに最良評価を与え、自由境界問題など準線形問題や、主要部が消え去る特異摂動問題において強力な技法を提供する。研究協力者の清水扇丈氏(京大人環)と共に、変数係数の放物型方程式の初期値問題に対する時間 L^1 最大正則性を、Danchin らの方法と本質的に異なる「基本解とリトルウッド-ペーリー単位分解の概直交性」に基づく方法で証明した。その副産物として、(ア) 時間無限大までの大域最大正則性を示し、(イ) 2 階の放物型方程式に対して初期条件が 3 階以上のいわば優最大正則性の評価を示した。(ウ) L^1 最大正則性としては最良と思われる係数函数に対する正則性条件を得た。これらの結果はそのまま圧縮性 Navier-Stokes 方程式の可解性や関連する諸問題に応用可能である。またこの結果は 2 階の放物型作用素に限らず分数階の一般変数係数放物型作用素に対しても成立し、広範な応用が可能である(発表論文 [5])。この成果の直接的な応用として、Lagrange 座標系で非圧縮性 Navier-Stokes 方程式を考え、その初期値問題が臨界ベソフ空間で時間局所的にも小さいデータでの大域的にも適切であることを示した (Ogawa-Shimizu, preprint 投稿中(2019))。一方、非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の時間局所可解性に対して、現時点で知られるもっとも広い超函数のクラスは有界平均振動に原始関数を有するクラスである。放物型方程式の最大正則性の一般論は、バナッハ空間 X が UMD(Unconditional Martingale Differences) の枠組みで美しく整備されており、最大正則性の成立する必要十分条件が完備されている(Weis Math Ann 2000)。しかしながら非回帰的バナッハ空間は、UMD にならないことから、こうした超函数のクラスに対する最大正則性が成立する否かは、一般論からは従わない。これまでに知られる Koch-Tataru の結果(Adv. Math. 2001)に検討を加えて、空間を精査することで、有界平均振動(BMO)のクラスで熱方程式、あるいは Stokes 方程式などの線形定数係数放物型偏微分方程式が最大正則性を有すること、および、 その最適初期トレース評価を清水扇丈氏と証明した (Ogawa-Shimizu, preprint (2019) 投稿中)。

③ (圧縮性 Navier-Stokes 方程式および MHD 方程式) 圧縮性の粘性流体の可解性について、R. Danchin らは Fujita-Kato の手法を取り入れ、臨界ベソフ空間において可解性を論じたが、Poisson 系との連立などいくつかの関連の問題に対してはそうした手法が完全に展開可能とはいえなかった。ここで重要なことは系の持つ放物型問題としての特性であって、特に双曲型の構造を制御するために放物型消散構造から最大の正則性を引き出す必要があった。研究支援者の千頭 昇と共に圧縮性 Naveri-Stokes-Poisson 方程式の臨界可解性を議論し、これまでに知られていた函数空間より条件の緩い指数の条件の下で Fujita-Kato 型臨界可解性を証明した[4] 。また非圧縮性粘性流体と磁場が連立する、MHD 方程式系は、非圧縮性条件の下で磁場を支配する Maxwell 方程式と流れの抵抗を表す Ohm の方程式から形式的に導出されることが知られているが、その厳密な解析につながる重要な段階をフーリエ=ベソフ空間、フーリエ=ソボレフ空間における、線形消散-分散構造の解析を行うことにより、比較的簡潔な枠組みで証明した (Matsui-Nakazato-Ogawa、preprint 2019)。そこでは前述の時間 L^1-最大正則性が本質的に機能することで特異極限を示すことができる。この場合、磁場を制御する方程式が非線形消散型波動方程式となり、 流速を支配する Navier-Stokes 方程式との線形主要部の構造の違いが際立つが、フーリエ=ソボレフ空間における技法を展開した非線形解析を実施することで、主要部の構造の違いを際立たせない解析が可能となった。ここではこれまでに得ていた、非線形消散波動方程式に対する解析の技法などが活用されている。この結果から、 一様放物型問題に対する最大正則性の評価に依って、Maxwell-Ohm-Navier-Stokes 方程式から厳密に MHD 方程式を特異極限として導出する道筋が得られたことになる。

④(移流拡散方程式) 移流拡散方程式系は、放物型・双曲型・楕円形といった偏微分方程式の基本となる構造をすべて内包し、さらにスケール不変性も併せ持つ興味深い研究対象であって、(i) 半導体の古典モデル(ii) 生物化学における粘菌走化性モデル (iii)重力下における天体・ガスの挙動モデルなど、大きく物理スケールの異なる状況で現れる普遍的モデルである。空間 2 次元では Fujita(質量臨界)の意味でも Sobolev の意味でも「臨界」となり(二重臨界問題)、その構造が興味深い挙動を呈することが知られてきた。とりわけ、初期総質量が 2 次元ソボレフの不等式の最良定数 8π を敷居値として，その値を上回ると解が有限時刻で爆発し、下回ると時間大域的に安定に存在することが知られていたが、閾値である 8π の場合は、一般的な結果が得られていなかった。初期総質量が 8π そのものでも、時間大域的に解が存在することを有界変動函数(BMO)の空間でとらえ直すことにより証明した([6])。次に主要部を退化させた移流拡散方程式は圧縮性 Navier-Stokes-Poisson 方程式の緩和時間零極限から得られる自然なモデルであって(Kobayashi-Ogawa Indiana U.M.J.62 (2013))、退化指数は気体の断熱定数に応じて、 真に１より大きな値を取り得る。この場合、得られる移流拡散方程式はポー

ラスメディア型の退化放物型問題となり、質量臨界とソボレフ臨界指数が 2 次元半線形の場合と異なりことごとく分離され、それぞれの特徴を伴った形となる．2011 年に得られていたソボレフ臨界指数の場合と類似の可解性の分類が質量臨界指数 2-2/n と Sobolev 臨界指数 2-4/(n+2)の間の場合においても、時間大域解の存在と減衰、および有限時刻での解の爆発の境目の値が定常問題の解のノルムで厳密に分類可能であることを示した([7])。 さらにまた質量臨界ケースの退化型問題に対して、2 次モーメントの寄与を知るため、質量臨界ケースに限定して、2 次モーメントを廃した、virial 法則を確立し、時間発展問題の解の非有界性と、球対称の場合の有限時刻爆発を証明した(Ogawa-Wakui、manscripta math (2019) published online)。また断熱指数が 1 より小さくなる、いわゆる高速拡散型移流拡散方程式に対しては、これまで空間高次元での解の爆発は知られていなかった．そこで Shannon の不等式を Renyi 型 entropy に拡張することで、高速拡散型移流拡散方程式の正値解の解の有限時刻での爆発を得ることができた([1])。

一方、半線形の移流拡散方程式は空間 2 次元で質量-ソボレフ臨界となるが、空間 3 次元以上では Sobolev の意味での優臨界となり、3 次元 Navier-Stokes 方程式の如く可解性などの問題が格段に難しくなる。優臨界問題への解析学的な挑戦は、Fujita 型非線型熱方程式を除いて多くの問題で手つかずに残されている。研究協力者の和久井洋司氏と共同で 3 次元以上の移流拡散方程式の初期値問題の解の有限時刻での爆発と、時間大域的非一様性の問題を示した。移流拡散方程式の解の不安定性は系が元々有している、質量とエントロピー保存則に起因するビリアル法則によるところが大きい。ここでは 2 次のモーメントの有界性を仮定すること無く、3 次元以上の移流拡散方程式の解が時間大域的に不安定となり、球対称あるいは 2 次以上の有限モーメントを持つ場合に優眼時刻で解が爆発することを、さらに２次モーメントが有限では無い非球対称の場合でも時間大域解が有界にとどまらないことを示した。(Ogawa-Wakui Appl.Anal. 14 (2016))。さらにそこで与えたエントロピーへの上からの条件が最適である可能性を示唆する、臨界ノルムの集中の結果を得た。これらの結果はそのまま多成分の移流拡散方程式系に拡張される(Kurokiba-Ogawa, Math. Z. 284 (2016))。ここで得られた一般化 Shannon の不等式は Gross の対数ソボレフ型不等式の双対の形態をしており、双方を合わせせることによりハイゼンベルグの不確定性原理の不等式を再現するところとなる (Ogawa-Seraku C.P.A.A. 17 (2018), [2])。

最後に前述 ②において得られた最大正則性の一般化を証明することにより、生物化学モデルである Keller-Segel 方程式の緩和時間無限大極限を考察し、その解の緩和時間極限が移流拡散方程式の解に収束することを証明した。この問題は、空間 2 次元で安定化パラメータが零である、自己相似構造を保つ場合には先行研究があったが、解をとらえる上でもっとも簡潔かつ一般的な空間であるところのルベーグ・ボッホナー空間での研究が行われていなかった。それはそうした空間で臨界問題を設定すると、時間積分の発散の問題から逃れることができなかったからであり、そのため既存の結果も、初期条件が十分小さい、 非常に安定な解のみに限定されていた。ここでは②の最大正則性から得られた「一般化最大正則性」を駆使して、緩和時間無限大の特異極限を実行することにより、大きな初期データ(したがって解が爆発する状況も含んだケース)で、特異極限を正当化した (Kurokiba-Ogawa (2019) preprint 投稿中)。また空間変数 2 次元では化学物質を表す解には必然的に有界平均振動のクラスが現れる([5])。そこで上記②で得られた最大正則性を活用して、空間 2 次元で大きな初期値に対して同様な特異極限を証明し、 生物化学モデルによる、同様な問題の簡素化が厳密に意味を持つことを示した (Kurokiba-Ogawa (2019)、 preprint)。

⑤ 非線形方程式の非適切性について、非線形 Schrödinger 方程式の解析([8])で確立した技法を用いて、双極型移流拡散方程式、等エントロピー条件下における 圧縮性 Navier-Stokes 方程式、さらに温度変化を伴う圧縮性 Navier-Stokes 方程式の解の非適切性を議論した。 それらは方程式独特の対称性の構造と、広い超函数のクラスとの相克で、時間局所的にも解が得られらなくなる臨界の超函数のクラスを特定することに主眼を置き、非線形解析の限界点を明らかにした(Iwabuchi-Ogawa Osaka J. Math 53 (2016), Suriken Kokyuroku Bessatsu B56 (2016))。等エントロピー条件下の圧縮性 Navier-Stokes 方程式の非適切性を証明する上で、 通常もっとも悪い効果をもたらす移流項に加えて、臨界空間で解析する結果として準線形消散項から現れる項が、移流項の悪い効果をキャンセルする状況を発生させる。ここではさらに高次のキャンセルされない効果がどの程度現れるかを精密に見積もり、線形の 2 次近似だけでは得られない項の効果を見積もることにより非適切性を証明した(Iwabuhi-Ogawa preprint 投稿中)。

(2) 研究分担者らは以下の成果を得た:

① 分担者の川島は緩和項を持つ一般の双曲型平衡則系、梁の運動を記述するモデルとしての消散チョモシェンコ系、4 階の波動型偏微分方程式、双曲型 Cahn-Hilliard 方程式の初期値問題をそれぞれ考察した。特に双曲型平衡則系の初期値問題にたいしてエントロピーの存在と川島条件で定式化される消散構造の仮定の下、ソボレフ空間での大域解の存在と最良の減衰評価を元に、臨界正則指数のベゾフ空間の場合に拡張することに成功した。また消散的チョモシェンコ系の初期値問題においてもフーリエ空間での最適リアプノフ関数を構成し、非線形問題の時間大域解の存在と最良の減衰評価を臨界正則指数のベゾフ空間において証明した。

② 分担者の林は散乱問題の点から臨界べきと考えられる非線形分散型方程式及びそれらの系の研究を行い、解の漸近的振る舞いを明らかにした。非線形 Schrödinger 方程式系、微分型非線形 Schrödinger 方程式、高階非線形フーリエ=ソボレフ方程式、オストロフスキー方程式といった非線型分散型方程式の散乱問題・初期値問題の時間大域解の存在と解の漸近的振る舞いに対して可微分性の損失など独特の困難を解消しつつ漸近解析を行った。また未解決であった高次元非線形消散型波動方程式系の研究を行い基本解の重み付き評価を利用することにより非線形項の階数が臨界べき超える場合に、時間大域解の存在を示した。

③ 分担者の高橋は、臨界型エネルギー汎関数の最小化関数やパレ・スメールなどの近似解の列が、アプリオリには相対コンパクトとは限らない方程式や関数不等式を扱い、そのコンパクト性の破れについて研究した。特に Hardy の不等式の最良定数にまつわる最適化問題を研究し、発散 0 あるいは回転零の仮定を課したベクトル場に対する Hardy の不等式を最適化し、様々な制約を加えた場合に、制約に応じた最適函数と最良定数を同定した。これは前述の代表者らの研究における Shannon の不等式の不等式の最適化につながり、同様の手法で Shannon の不等式の制約下における最適化の成果が得られた。

④ 分担者の石毛は、非線形境界条件をもつ非線型熱方程式の臨界空間における解構造について研究を行い、解の相似変換に基づいた初期値の臨界ルベーグ空間におけるノルムを用いて、局所一様臨界ルベーグ空間を考え、スケールパラメータを用いて定まる初期値のノルムを用いて解の可解性および解の爆発時間の評価を行った。さらに、半線形熱方程式系の解の時間局所解、時間大域解の存在について、解の成分を冪乗し加えることにより構成されるある半線形熱方程式の解が存在すれば、元の半線形熱方程式系の可解性を証明できることを示した。

⑤ 分担者の前川は 3 次元半空間非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の解の I 型爆発の非存在と渦度場ベクトル条件について研究を行った。速度場の有界ノルムに関してスケール臨界な爆発レートを持つ type I 型の爆発の可能性を否定できるかどうかは一般には未解決となっていた。ここでは渦度場の方向ベクトルに関する付加的な仮定の下で、3 次元半空間における Navier-Stokes 方程式の解は type I 型の爆発を起こさないことを証明した。

(3) 分担者らの受賞: 以上の成果を得る過程で得られた各成果に対し、分担者の石毛和弘は 2014 年度日本数学会解析学賞を、また川島秀一は 2018 年度日本数学会解析学賞、前川泰則は 2019 年度日本数学会春季賞を受賞した。さらに研究支援者で在籍した池田正弘は 2015 年度日本数学会建部兼広奨励賞を、また研究支援者の蛭子くるみは黒田チカ賞を受賞した。

５．主な発表論文等〔雑誌論文〕(計 169 件)

[1] M. Kurokiba, T.Ogawa, Finite time blow up for solutions to a degenerate drift-diffusion equation for a fast diffusion case, Nonlinearity 32 (2019) 2073-2093. (doi.org/10.1088/1361-6544/ab0069)

[2] H. Kubo, T.Ogawa, T. Suguro, Beckner type of the logarithmic Sobolev and a newtype of Shannon's inequalities and an application to the uncertainty principle, Proc. Ameri. Math. Soc., 147 no.4 (2019), 1511-1518. (DOI :10.1090/proc/14350)(査読有)

[3] N. Hayashi, P.Naumkin, T. Ogawa, Higher-order nonlinear Schrödinger equations with singular data. J. Evol. Eqn., 18 (2018), 263–276. (査読有)

[4] N. Chikami, T. Ogawa, Well-posedness of the compressible Navier-Stokes-Poisson system in the critical Besov spaces, J. Evolution Equations, 17 (2017), 717-747.
(DOI:10.1007/s00028-016-0334-6) (査読有)

[5] T. Ogawa, S. Shimizu, End-point maximal L^1-regularity for the Cauchy problem to a parabolic equation with variable coefficients, Math. Ann. 365 no.1 (2016),661-705.(DOI: 10.1007/s00208-015-1279-8) (査読有)

[6] T. Nagai, T. Ogawa, Global existence of solutions to a parabolic-elliptic system of drift-diffusion type in R^2, Funkcial. Ekvac. 59, No. 2 (2016), 67-112. (査読有)

[7] A. Kimijima, K. Nakagawa, T. Ogawa, Threshold of global behavior of solutions to a degenerate drif-diffusion system in between two critical exponents, Calc. Var. Partial Differential Equations, 53 (2015), 441-472. (DOI:10.1007/s00526-014-0755-4)(査読有)

[8] T.Iwabuchi, T.Ogawa, Ill-posedness for the nonlinear Schrödinger equation with quadratic nonlinearity for low dimensions, Trans. Ameri. Math. Soc., 367 (2015), 2613-2630. (DOI:10.1090/S0002-9947-2014-06000-5) (査読有)

[9] T.Ogawa, K.Uriya, Final state problem for a quadratic nonlinear Schrödinger system in two space dimensions with mass resonance, J. Differential Equations, 258 (2015), 483-503.
(DOI:10.1016/j.jde.2014.09.022) (査読有)

〔学会発表〕(計 319 件)

[1] T.Ogawa ``Maximal regularity for the Cauchy problem for the Stokes system in BMO"、国際研究集会 Maximal Regularity and Nonlinear PDE, 2019 年 3 月 25 日-29 日, Kyoto, Japan.

〔図書〕（計５件）
[1] Regularity and Singularity for Partial Differential Equations with Conservation Laws"、M. Kawashita, K. Kat, M. Misawa, T. Ogawa eds. RIMS Kôkyûroku Bessatsu B 45, Res. Inst. Math. Sci., Kyoto University, 2017.

〔その他〕ホームページ等
http://www.math.tohoku.ac.jp/~ogawa-staff/index.html

６．研究組織

(1)研究分担者
分担者氏名(ローマ字): 川島 秀一 (Kawashima Shuichi)
所属研究機関名:九州大学 部局名:数理学研究院、 職名:教授 研究者番号:70144631

分担者氏名(ローマ字): 林　仲夫 (Hayashi Nakao)
所属研究機関名: 大阪大学 部局名: 理学研究科、 職名:教授 研究者番号:30173016

分担者氏名(ローマ字): 高橋 太 (Takahashi Futoshi)
所属研究機関名: 大阪市立大学 部局名: 大学院理学研究科、 職名:教授 研究者番号:10374901

分担者氏名(ローマ字): 石毛 和弘 (Ishige Kazuhiro)
所属研究機関名: 東北大学 部局名: 理学研究科、 職名:教授 研究者番号:90272020

分担者氏名(ローマ字): 前川 泰則 (Maekawa Yasunori)
所属研究機関名: 京都大学 部局名: 理学研究科、 職名:准教授 研究者番号:70507954

(2)研究協力者
協力者氏名(ローマ字): 清水 扇丈 (Shimizu Senjo)
所属研究機関名: 京都大学 部局名: 大学院人間環境学研究科、 職名:教授 研究者番号:50273165

協力者氏名(ローマ字): 黒木場 正城 (Kurokiba Masaki)
所属研究機関名: 室蘭工業大学 部局名: 大学院工学研究科、 職名:教授 研究者番号:60291837

協力者氏名(ローマ字): 岩渕　司 (Iwabuchi Tsukasa)
所属研究機関名:　東北大学 部局名: 大学院理学研究科, 職名:准教授　研究者番号:40634697

協力者氏名(ローマ字): 和久井 洋司 (Wakui Hiroshi)
所属研究機関名: Wrozcrov 大学 (Poland) 部局名:数学科、 職名:Post Doctor