

平成 30 年 6 月 13 日現在

機関番号：34315

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2013～2017

課題番号：25285102

研究課題名(和文)次世代金融工学における熱核法の展開

研究課題名(英文)Heat Kernel Approach in Financial Engineering of New Generation

研究代表者

赤堀 次郎 (Akahori, Jiro)

立命館大学・理工学部・教授

研究者番号：50309100

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,000,000円

研究成果の概要(和文)：金融危機後の新しい世代の金融工学における数理モデルの構築に、確率解析の立場から貢献した。新世代型のモデルでは、アドホックな部分が大きかった旧世代の金融工学に比べて、多くの部分で理論的根拠をあたえ、さまざまなモデルの間の関連を記述する必要がある。ここでは、より高度な数学的成果が必要となる。本研究プロジェクトによって、この方向での国際共同研究が活発に行われ、多くの成果を得ることができた。

研究成果の概要(英文)：The project contributed, from the perspective of stochastic calculus, to the new developments in the field of financial engineering after the financial crisis. In the new generation modelling, more sophisticated theoretical foundations explaining interactions among the various models are required, compared with the old type ones where in most parts the modelling was ad-hoc. This project promoted good many fruitful international research collaborations.

研究分野：数理ファイナンス，確率過程論

キーワード：数理ファイナンス フーリエ法 タイミングリスク 静的ヘッジ フラクショナルボラティリティ

## 1. 研究開始当初の背景

金融危機後の金融工学においては、従来のリスク中立確率に基づく、キャリブレーション中心の枠組みに対する反省から、実確率下での、価格形成や、ヘッジ戦略の構成なども視野に入れた総合的モデルの重要性が認識されつつあった。「熱核法」は、研究代表者が共同研究者たちと開発した、こういった実確率下でのモデリングに対する数学的な処方箋(の集合体)である。研究開始時までに研究交流を通じて同分野の研究者とこの熱核法の有効性について議論を積み重ねてきた結果、複数の共同研究プロジェクトがすでに準備段階にあった。

## 2. 研究の目的

本研究の主要な目的は、金融危機後の次世代型金融工学---実確率下での価格過程のモデル化---に数理的な側面から貢献することであった。

## 3. 研究の方法

立命館大学ファイナンス研究センターの研究活動の一環として、海外の(1)Josef teichmann を中心とする ETH グループ、(2)Andrea Macrina を中心とするロンドングループ、(3)Maria Elvira Mancino を中心とするイタリアグループとそれぞれ連携して、実確率型モデルで次世代金融工学のスキームに適合した共同研究によるものである。これら以外にも研究期間中に、数多くの国内外の研究グループと共同研究を行い、成果を得ることができた。

## 4. 研究成果

(2013-14 年度)

(1)確率過程のノンパラメトリック推定法である Malliavin-Mancino 法について、統計量が非負正定値となるような改良をおこなった。(N.L.Liu, M.Mancino, Y. Yasuda との共同研究) (2)Parisian walk をもとにした確率解析をあらたに構築し、そこから決まる等角性が極限でも保存されることを確かめた。(Y.Ida, G. Markowsky との共同研究) (3)ポーリャの壺を一般化したような確率過程を汎関数型確率微分方程式に埋め込むことによって、極限分布の精密な評価を得た(A.Collevecchio, A.Naganawa との共同研究) (4)P.Carr らによって導入された semi-static hedge について、一般の拡散過程モデルで、漸近のおよび完全ヘッジが可能であることを示した。(F. Barsotti, Y. Imamura との共同研究) (5)金融市場とマクロ経済の動学的均衡モデルを構築し、特別な退化した場合に Black-Scholes 公式が得られることを示した(Y.Hyeri, L. Taschini との共

同研究) (6)そのほかの課題でもいくつかの結果が得られた。

(2015 年度)

(1) HJB 方程式を経路積分の手法で研究するという課題について、CHL の手法の量子化と呼ぶべき Lift を導入した(K.Aihara, T.Nakai との共同研究)。(2) Malliavin Mancino の拡散過程の「微分」係数の推定の枠組みを正定値の枠組みで捉えなおし、その効果的なインプリメンテーションを考えた(M. Mancino, N.L. Liu, Y. Yasuda との共同研究) (3) (2) の estimator の極限定理を証明した(G.Yuki との共同研究) (4) 反対称 Malliavin 解析の枠組で、確率面積の特性関数から得られるタウ関数の表現式を理解することに成功した(H. Aihara との共同研究) (5)一般化されたポーリャの壺のモデルを確率微分方程式の中に"埋め込み"、その漸近確率をガウス核で評価することに成功した(A.Collevecchio, A.Naganawa との共同研究) (6) タイミングリスクの静的ヘッジの一般的な枠組みを作ることになった(Y. Imamura, F. Barsotti 氏との共同研究)

(2016 年度)

(1) Malliavin Mancino の拡散過程の「微分」係数の推定の手法を正定値関数で捉えなおした和枠組みにおいて、離散測度による表現を導入。計算速度の超高速化に成功した(M. Mancino, N.L. Liu, Y. Yasuda との共同研究) (2) タイミングリスクの静的ヘッジの一般的な枠組みの論文にまとめ投稿した(Y. Imamura, F. Barsotti 氏との共同研究)。(3) 一般化されたポーリャの壺のモデルをブラウン運動や確率微分方程式の中に埋め込み多くの成果を得た。そのうちの一部を論文にまとめ投稿した(A.Collevecchio, K.Hamza, A.Naganawa らとの共同研究)。(4) フラクショナルポラティリティモデルについて、漸近展開の手法や、無限次元2次ガウス形式の理論をもちいた研究をおこなった(X.M. Song, T.H.Wang との共同研究)

(2017 年度)

(1) 長期ローンのリスク理論(H.H.Pharm らとの共同研究) (2) 連続時間マクロファイナンスモデル(Y. Hyeri らとの共同研究) (3) 静的ヘッジの無限級数展開(F. Barsotti らとの共同研究) (4) 2 次のヴォルテラガウス過程による非整数次確率ポラティリティモデル(X.M.Song, T.H. Wang との共同研究) (5) 高頻度統計フーリエ級数法の極限定理(G.Yuki との共同研究)。(6) Fractal PCOC(Y. Ida, J.Y. Yen との共同研究)。(7) 確率伝播現象現象への確率解析手法の導入(H.H.Pharm との共同研究) (8) フーリエ級数法による拡散過程の推定(S.Sanfelici との共同研究)。(9) ベイズ統計モデルにおける大偏差原理(A.Collevecchio, K.Hamza, らと

の共同研究) (10) 確率解析をもちいた ruin theory の一般化 (C.Constantinescuro らとの共同研究) (11) 拡散過程の対称化の離散化 (Y.Imamura, J.Y.Fan らとの共同研究)

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 21 件)

Jiro Akahori, Xiaoming Song, Tai-Ho Wang, "Bridge representation and modal-path approximation", Stochastic Processes and their Applications, 査読有、2018、<https://doi.org/10.1016/j.spa.2018.02.013>

Jiro Akahori, Flavia Barsotti & Yuri Imamura, "Asymptotic Static Hedge via Symmetrization", arXiv, 査読無、2018 <https://arxiv.org/pdf/1801.04045>

Jirō Akahori, Takafumi Amaba, Kaori Okuma, "A Discrete-Time Clark-Ocone Formula and its Application to an Error Analysis", Journal of Theoretical Probability, 30/ 3, 932-960, 査読有、2017、<https://link.springer.com/article/10.1007/s10959-016-0666-8#citeas>

Jiro Akahori, Hai Ha Pham, "Default Contagion with Domino Effect, A First Passage Time Approach", arXiv, 1708.08411 [q-fin.MF], 査読無、2017、<https://arxiv.org/pdf/1708.08411.pdf>

Keiichi Hori, Hiroshi Osano, "Agency Contracts, Noncommitment Timing Strategies and Real Options", Japanese Economic Review, 査読有、2017、<https://doi.org/10.1111/jere.12144>

Jiro Akahori, Xiaoming Song, Tai-Ho Wang, "Probability density of lognormal fractional SABR model", arXiv, arXiv:1702.08081 [q-fin.CP], 査読無、2017、<https://arxiv.org/pdf/1702.08081.pdf>

Jiro Akahori, Flavia Barsotti, and Yuri Imamura, "The Value of Timing Risk", arXiv:1701.05695, 査読無、2017、<https://arxiv.org/pdf/1701.05695.pdf>

Arturo Kohatsu-Higa, Eulaila Nualart and Ngoc Khue Tran, "LAN property for an ergodic diffusion with jumps", Statistics, 51/ 2, 419-454, 査読有、2017、<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02331888.2016.1239727>

Andersson, P. and Arturo Kohatsu-Higa, "Unbiased simulation of stochastic differential equations using

parametrix expansions", Bernoulli, 23/ 3, 2028-2057, 査読有、2017、<https://doi.org/10.3150/16-BEJ803>  
Antoine Lejay, Arturo Kohatsu-Higa and Kazuhiro Yasuda, "Weak rate of convergence of the Euler-Maruyama scheme for stochastic differential equations with non-regular drift", Journal of Computational and Applied Mathematics, 138-158, 査読有、2017、<https://doi.org/10.1016/j.cam.2017.05.015>

Jiro Akahori, Andrea Collevocchio, Timothy Garoni, Kais Hanza, "Attraction properties for general urn processes and applications to a class of interacting reinforced particle systems", arXiv:1602.05677v2, 査読無、2016、<https://arxiv.org/pdf/1602.05677v2.pdf>

Arturo Kohatsu-Higa, Libo Li, "Regularity of the density of a stable-like driven sde with Hölder continuous coefficients", Stochastic Analysis and Applications, 34/ 6, 979-1024, 査読有、2016、<https://doi.org/10.1080/07362994.2016.1198706>

Mireia Besalú, Arturo Kohatsu-Higa, Samy Tindel, "Gaussian type lower bounds for the density of solutions of SDEs driven by fractional Brownian motions.", Annals of Probability, 44, 399-433, 査読有、2016、<https://projecteuclid.org/euclid.aop/1454423045>

Jiro Akahori, Nien-lin Liu, Maria Elvira Mancino, and Yukie Yasuda, "The Fourier estimation method with positive semi-definite estimators", arXiv:1410.0112v1, 査読無、2014、<https://arxiv.org/pdf/1410.0112v1.pdf>

Jiro Akahori and Yuri Imamura, "On a symmetrization of diffusion processes", Quantitative Finance, 14/ 7, 1211-1216, 査読有、2014、<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/14697688.2013.825923>

Jiro Akahori, Yuuki Ida, "Some results on Parisian walks", JSIAM Letters, 6, 77-80, 査読有、2014、<https://doi.org/10.14495/jsiaml.6.77>

Keiichi Hori, Hiroshi Osano, "Investment Timing Decisions of Managers under Endogenous Contracts", Journal of Corporate Finance, 29, 607-627, 査読有、2014、<https://doi.org/10.1016/j.jcorpfin.2>

013.11.013

Jiro Akahori, Yuji Hishida, Josef Teichmann and Takahiro Tsuchiya, "A Heat Kernel Approach to Interest Rate Models", Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 31/ 2, 419-439, 査読有、2014、<https://link.springer.com/article/10.1007/s13160-014-0147-3>

Hideki Aihara, Jiro Akahori, and Edouard Grenier, "Affine term structure as multi-soliton", JSIAM letters, 6, 17-20、査読有、2014、<https://doi.org/10.14495/jsiaml.6.17>

Hideki Aihara, Jiro Akahori, Hiroko Fujii, Yasuhumi Nitta, "Tau functions of KP solitons realized in Wiener space", Bulletin of the London Mathematical Society, 45/ 6, 1301-1309, 査読有、2013、[10.1112/blms/bdt056](https://doi.org/10.1112/blms/bdt056)

- ② Keiichi Hori, Hiroshi Osano, "Managerial Incentives and the Role of Advisors in the Continuous-Time Agency Model", Review of Financial Studies, 26/ 10, 2620-2647, 査読有、2013、<https://doi.org/10.1093/rfs/hht027>

[学会発表](計 30 件)

Arturo Kohatsu-Higa, "Simulation methods based on the parametrix", London Mathematical Society EPSRC Durham Symposium Stochastic Analysis, 2017

Jiro Akahori, "A modification of Malliavin-Mancino's Fourier estimation method", Probability Seminar at Academia Sinica, 2017

Jiro Akahori, "A Structural Model for Default Contagion", The Fifth Asian Quantitative Finance Conference, 2017

Jiro Akahori, "Some Results on Fractional Brownian Motions", Sookmyung Women's University Financial Mathematics Seminar, 2016

Arturo Kohatsu-Higa, "Regularity of the law for an exit time for one-dimensional elliptic diffusions", Probability & Statistics Seminar, Kansas University, 2016

Arturo Kohatsu-Higa, "Probabilistic Interpretation of the Parametrix Method.", Probability Seminar, Iowa State University, 2016

Arturo Kohatsu-Higa, "Probabilistic interpretation of the Parametrix method", Oslo University, Probability Seminar, Department of Mathematics, 2016

Arturo Kohatsu-Higa, "Parametrix

methods: Probabilistic interpretations", WORKSHOP: STOCHASTIC PROCESSES - NUMERICAL METHODS AND RELATED TOPICS, 2016

Arturo Kohatsu-Higa, "Probabilistic interpretation of the parametrix method", Modern methods of stochastic analysis and statistics, 2016

Jiro Akahori, "Probabilistic Representation of Tau Functions", Workshop on SDEs and Stochastic Processes, 2016

Jiro Akahori, "Remarks on Malliavin-Mancino's Fourier Estimation Method", 2016 First Seoul-Tokyo-Stanford Workshop on Financial Statistics and Risk Management, 2016

Jiro Akahori, "Ito atlas and around", No Free Lunch seminar, Scuola Normale Superiore, 2016

Jiro Akahori, "Statistical Estimation of Diffusion Processes", Probability Seminar, University of Parma, 2016

Jiro Akahori, "A Macro-Economic Approach to Option Pricing", Sookmyung Women's University Financial Mathematics Seminar, 2016

Jiro Akahori, "An Introduction to Discrete Stochastic Calculus", Sookmyung Women's University Financial Mathematics Seminar, 2016

Jiro Akahori, "On static hedge of barrier options", Probability Seminar at University of Cincinnati, 2015

Jiro Akahori, "A probabilistic approach to Sato Grassmanian", Purdue University Probability Seminar, 2015

Jiro Akahori, "Hedging Error as a Timing Risk and its Static Hedge", Financial/Actuarial Mathematics seminar, Michigan University, 2015

Jiro Akahori, "Hyperbolic Brownian motion in finance", Drexel Math Colloquium, 2015

Jiro Akahori, "Hedging Error as a Timing Risk and its Static Hedge", Columbia-JAFEE Conference 2015, 2015

- ② Jiro Akahori, "Asymptotic and Exact Semi-Static Hedges of Barrier Options", The Third Asian Quantitative Finance Conference, 2015

② Jiro Akahori, "Statistical Estimation of Diffusion Processes", 5th Ritsumeikan-Monash Symposium on Probability and Related Fields, 2015

③ Jiro Akahori, "Asymptotic and Exact Semi-Static Hedges", WORKSHOP ON MATHEMATICAL FINANCE AND RELATED ISSUES, 2015

- ②4 Jiro Akahori, "On a Generalization of Malliavin-Mancino's Fourier Estimation Method", The Quantitative Methods in Finance 2014 Conference, 2014
- ②5 Jiro Akahori, "Fourier estimation method with positive semi-definite estimators", The 8th International Conference on Computational and Financial Econometrics, 2014
- ②6 Jiro Akahori, "Parametrix of Static Hedge (of a Timing Risk)", 2014 Actuarial Teachers' and Researchers' Conference, 2014
- ②7 Jiro Akahori, "On a Generalization of Malliavin-Mancino's Fourier Estimation Method", NUS-UTokyo Workshop on Quantitative Finance, 2014
- ②8 Jiro Akahori, "A multi-period coherent risk measure defined in terms of sample quantiles", International Workshop on Risk Analysis, Ruin and Extremes, 2014
- ②9 Jiro Akahori, "A Modification of the Fourier Method", Stochastic Processes and Mathematical Finance, 2014
- ③0 Jiro Akahori, "Algebraic proof of anticipative Girsanov-Maruyama formula", The First International Workshop on Quantum Information Theory and Related Topics, 2013

[図書](計1件)

堀 敬一 他、有斐閣、マクロ経済学 第2版、2017、484

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

赤堀 次郎 (AKAHORI, Jiro)  
立命館大学・理工学部・教授  
研究者番号：50309100

### (2) 研究分担者

堀 敬一 (HORI, Keiichi)  
関西学院大学・経済学部・教授  
研究者番号：50273561

コハツ ヒガ アルトゥーロ  
(KOHATSU-HIGA, Arturo)  
立命館大学・理工学部・教授  
研究者番号：80420412  
(平成28年度より研究分担者)

足立 高德 (ADACHI, Takanori)  
立命館大学・BKC 社系研究機構・教授  
研究者番号：60733722  
(平成29年度より研究分担者)

今村 悠里 (IMAMURA, Yuri)  
立命館大学・理工学部・助教  
研究者番号：40633194  
(平成27年度まで研究分担者)

劉 念麟 (LIU, Nien-Lin)  
立命館大学・総合科学技術研究機構・研究員  
研究者番号：90610923  
(平成25年度まで研究分担者)